خامسا: اختبار مربع كا^2 Test- χ^2

بعض الاختبارات اللامعلمية تتوقف على إحصائيّ كا^2 نسبة إلى توزيع احتمالي شهير يسمى اختبار كا^2، وبشكل عام يبنى الاختبار على مقارنة التكرارات المتوقعة مع التكرارات المشاهدة لمعرفة هل هناك فروق معنوية إحصائية بينهما أم لا؟

شروط اختبار كا^2:

1. عشوائية العينة.
2. استقلال المشاهدات.
3. حجم العينة يجب أن يتعدى الـ30.

يستخدم هذا الاختبار في الحالات الآتية:

- جودة التوفيق.
- الاستقلال.
- التجانس.

1/ اختبار جودة التوفيق:

يطبق هذا الاختبار على كل عبارة من عبارات الاستبيان لمعرفة إمكانية وجود فروق لصالح القيمة الأكثر تكرارا من عدم وجودها، وتتم صياغة فرضيات الاختبار كما يلي:

$\begin{cases} H0 & \text{[لا توجد فروق لصالح القيمة الأكثر تكرار]} \\ H1 & \text{[توجد فروق لصالح القيمة الأكثر تكرار]} \end{cases}$

وتعطى إحصائية هذا الاختبار بالعلاقة التالية: $\chi^2 = \sum \frac{(o_i - E_i)^2}{E_i}$

حيث: Oi التكرارات الحقيقية

Ei التكرارات المتوقعة

درجة الحرية تساوي(K-1) مع k عدد الاستجابات الممكنة للعبارة (في حالة سؤال يحتوي على نعم ولا K=2، في حالة مقياس ليكارت الخماسي K=5)

ويعطينا برنامج spss قيمة احتمال معنوية الاختبار(sig):

- فإذا كانت هذه الأخيرة أقل من 0.05 فهذا يعني وجود دلالة إحصائية عند 5%، أي توجد فروقات لصالح القيمة الأكثر تكرار.
- وإذا كانت قيمة (sig) أقل من 0.01، فإننا نقبل الفرضية البديلة H1 وبالتالي وجود دلالة إحصائية قوية (1%) توجد فروق لصالح القيمة الأكثر تكرار.
- والعكس إذا كانت قيمة الاحتمال أكبر من 0.05، نقبل الفرضية الصفرية H0 أي عدم وجود دلالة إحصائية، وبالتالي لا توجد فروق لصالح القيمة الأكثر تكرار.

مثال:v1

	Effectif observé	Effectif théorique	Résidu
pas d'accord du tous	8	10,0	-2,0
pas d'accord	5	10,0	-5,0
parfois	7	10,0	-3,0
d'accord	5	10,0	-5,0
très d'accord	25	10,0	15,0
Total	50		

Test X^2

	v1
Khi-deux	28,800
ddl	4
Signification asymptotique	0,000

2/ اختبار الاستقلال:

في حالات كثيرة نحتاج إلى التعرف عما إذا كان هناك علاقة بين صفتين من صفات مجتمع ما أم لا؟ **فمثلاً** : قد نحتاج إلى معرفة هل هناك علاقة بين مستوى الدخل ومستوى التعليم ؟ أو هل توجد علاقة بين لون العينين ولون الشعر في مجتمع ما ؟ وهكذا.

وللإجابة على ذلك نتبع الخطوات الآتية:

أ- نضع فرض العدم H_o : لا توجد علاقة بين الصفتين.

الفرض البديل H_1 : توجد علاقة بين الصفتين.

ب- نختار عينة من مجتمع الدراسة، ثم نصنف مشاهدات هذه العينة حسب مستويات كل صفة من الصفتين ونضعها في جدول يسمى "جدول التوافق"، وهو يحتوي على التكرارات المشاهدة (O_i) لكل خلية.

ج- نحسب التكرار المتوقع (E_i) المناظر لكل تكرار مشاهد (لكل خلية) من العلاقة الآتية :

E_i = (التكرار المتوقع)

مجموع الصف الذي به الخلية × مجموع العمود الذي به الخلية/ مجموع التكرارات (حجم العينة)

د- نوجد χ^2 المحسوبة (الفعلية) من العلاقة الآتية :

$$\chi^2 = \sum \frac{(o_i - E_i)^2}{E_i}$$

هـ- نوجد χ^2 النظرية (الجدولية) بدرجات حرية

$$\chi^2_{[(r-1)(c-1),\alpha]}$$

حيث :

r : عدد الصفوف.

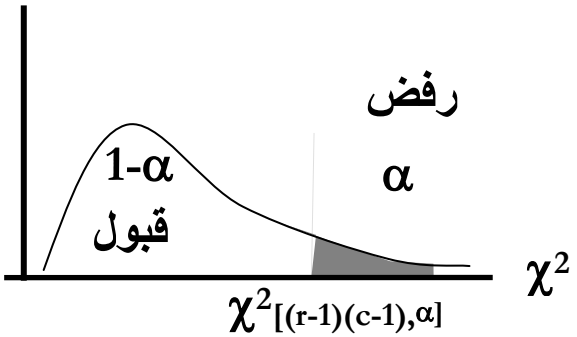
c : عدد الأعمدة.

α : مستوى المعنوية.

و- إذا وقعت χ^2 المحسوبة في منطقة القبول ∴ نقبل H_o ونرفض H_1

أي لا توجد علاقة بين الصفتين والعكس إذا وقعت χ^2 المحسوبة خارج منطقة القبول (في منطقة الرفض)

∴ نرفض H_o ونقبل H_1 أي توجد علاقة بين الصفتين



مثال: لدراسة العلاقة بين التعليم والتدخين، سحبت عينة عشوائية من (400) شخص فأعطت النتائج الآتية:

التعليم	التدخين		∑
	يدخنون	لا يدخنون	
غير متعلم	170	50	220
تعليم متوسط	50	70	120
تعليم عالي	20	40	60
∑	240	160	400

هل توجد علاقة بين التدخين والتعليم؟ استخدم مستوى معنوية α=O.05 .

الحل:

أ- H_0: لا توجد علاقة بين التدخين والتعليم .

H_1: توجد علاقة بين التدخين والتعليم .

ب- نوجد التكرارات المتوقعة E_i كما يلي : $E_2 = \frac{120x240}{400} = 72,.....$, $E_i = \frac{220x240}{400} = 132$

ونضعها في جدول كما يلي :

التعليم	التدخين		∑
	يدخنون	لا يدخنون	
غير متعلم	132	88	220
تعليم متوسط	72	48	120
تعليم عالي	36	24	60
∑	240	160	400

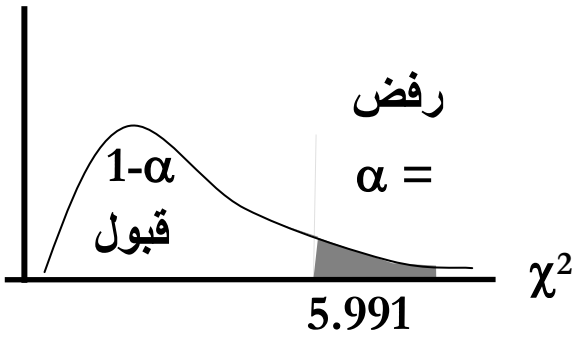
نوجد χ^2 المحسوبة كما يلي :

$$\chi^2 = \sum \frac{(o_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{(170-132)^2}{132} + \frac{(50-88)^2}{88} + \ldots\ldots\ldots$$

$$= 10.94 + 16.41 + \ldots\ldots\ldots$$

في مثل هذه الحالات لا داعي لاستكمال الحل، وإنما نوجد χ^2 النظرية من الجدول هي :

$$\chi^2_{[(1\times 2),(O.05)]} = \chi^2_{(2,O.05)} = 5.991$$



χ^2 ∴ المحسوبة تقع خارج منطقة القبول (داخل منطقة الرفض)

نرفض H_0 ونقبل H_1 أي توجد علاقة بين التدخين والتعليم

مثال:

لدراسة العلاقة بين لون الشعر ولون العينين في أحد المناطق، أخذت عينة من (200) شخص وتم تصنيفهم في جدول التوافق الآتي :

لون الشعر	لون العينين		المجموع
	بني	أزرق	
اسود	60	20	80
بني	40	30	70
أشقر	30	20	50
المجموع	130	70	200

هل توجد علاقة بين لون العينين ولون الشعر؟ وذلك عند مستوى معنوية α=0.01

الحل

أ- H_o: لا توجد علاقة بين لون الشعر ولون العينين.

H_1: توجد علاقة بين لون الشعر ولون العينين.

ب- نوجد التكرارات المتوقعة E_i ، كما يلي :

$$E_i = \frac{80x130}{200} = 52 \qquad E_2 = \frac{70x130}{200} = 45.5$$

لون الشعر	لون العينين		المجموع
	بني	أزرق	
اسود	52	28	80
بني	45.5	24.5	70
أشقر	32.5	17.5	50
المجموع	130	70	200

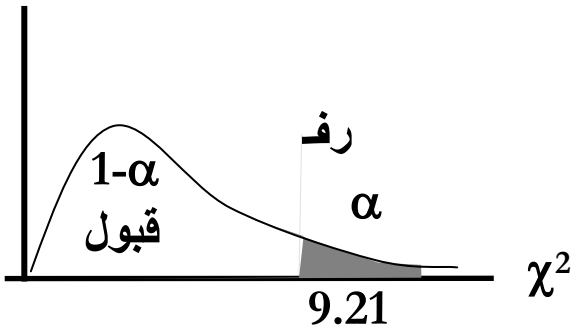
ج - نوجد χ^2 المحسوبة كما يلي:

$$\chi^2 = \sum \frac{(o_i - E_i)^2}{E_i}$$

$$= \frac{(60-52)^2}{52} + \frac{(20-28)^2}{28} + \frac{(40-45.5)^2}{45.5} + \frac{(30-24.5)^2}{24.5} + \frac{(30-32.5)^2}{32.5} + \frac{(20-17.5)^2}{17.5}$$

د- نوجد χ^2 النظرية (الجدولية)

$$\chi^2_{[(r-1).(c-1),\alpha]} = \chi^2_{(2,.01)} = 9.21$$



χ^2المحسوبة تقع في منطقة القبول

نقبل H_o ونرفض H_1 أي لا توجد علاقة بين لون الشعر ولون العينين .

مثال باستخدام SPSS:

H0 [لا توجد علاقة بين التدخين والنوع]

H1 [توجد علاقة بين التدخين والنوع]

وتعطى إحصائية هذا الاختبار بنفس العلاقة السابقة:

ودرجة الحرية تساوي((K-1).(R-1)) مع k عدد الاستجابات الممكنة للعبارة الأولى التدخين (k=2) وR عدد الإجابات الممكنة للنوع (R=2).

Tableau croisé etez vous femez? * jor

Effectif

		Jor		
		homme	femme	Total
Etez Vous femez?	Oui	21	5	26
	Non	3	21	24
Total		24	26	50

Tests du Khi-deux

	Valeur	ddl	Signification asymptotique (bilatérale)
Khi-deux de Pearson	23,303	1	,0000
Nombre d'observations valides	50		

مثال لاختبار T باستخدام SPSS

أولا: اختبار عينة واحدة.

Statistiques de groupe

Statistiques sur échantillon unique

	N	Moyenne	Ecart-type	Erreur standard moyenne
AXE	50	33,78	9,577	1,354

Test sur échantillon unique

	Valeur du test = 30					
	t	ddl	Sig. (bilatérale)	Différence moyenne	Intervalle de confiance 95% de la différence	
					Inférieure	Supérieure
AXE	2,791	49	,007	3,780	1,06	6,50

ثانيا: اختبار عينتين مرتبطتين:

Statistiques pour échantillons appariés

		Moyenne	N	Ecart-type	Erreur standard moyenne
Paire 1	avent	2,88	50	1,686	,238
	après	2,18	50	1,494	,211

Statistiques de groupe

	jor	N	Moyenne	Ecart-type	Erreur standard moyenne
AXE	homme	24	29,13	2,007	,410
	femme	26	40,15	5,167	1,013
avent	homme	24	2,46	1,744	,356
	femme	26	3,27	1,564	,307
aprés	homme	24	2,00	1,445	,295
	femme	26	2,35	1,548	,304

Corrélations pour échantillons appariés

	N	Corrélation	Sig.
Paire 1avent & après	50	-,040	,783

Test échantillons appariés

		T	ddl	Sig. (bilatérale)
Paire 1	avent - aprés	2,155	49	,036

ثالثا: اختبار عينتين مستقلتين: