رابعا: اختبار الفروض الإحصائية

- مقدمة :

يتعرض الإنسان في كثير من الحالات وفي مجالات العمل المختلفة إلى مواقف معينة تتطلب منه اتخاذ قرار بناءا على معلومات محسوبة من العينة، ومن الطبيعي أن يتخذ هذا القرار بشيء من الحكمة وبأقل قدر من المخاطر .

فمثلاً: قد يدع باحث أن متوسط الدخل الشهري للأسرة في مدينة ما هو (6000) دولار، لاختبار هذا الإدعاء نختار عينة عشوائية من سكان هذه المدينة ونحسب الوسط الحسابي للدخل الشهري في العينة $\bar{x}$ ولنفرض أنه بلغ (6200) دولار.

فهل الفرق بين متوسط العينة (6200) وادعاء الباحث (6000) يرجع إلى مجرد الصدفة أم أن متوسط دخل الأسرة في المدينة أكبر من 6000 دولار؟

أولا: خطوات إجراء اختبار إحصائي:

إجراء أي اختبار إحصائي سواء كان خاص بعينة أو أكثر، وسواء كان معلمي (paramétrique) أو غير معلمي(non paramétrique)، يجب أن يمر بمجموعة من الخطوات الهامة التي لا تتغير بتغير الاختبار، نلخصها في ما يلي:

1. يبدأ الاختبار بفهم أهداف البحث ثم إعادة صياغة هذه الأهداف في فرضيتين أحداهما تسمى الفرض العدمي نرمز لها بالرمز H_0 والآخر يسمى الفرض البديل نرمز لها بالرمز H_1، وهما فرضيتان مانعان لبعضهما البعض (لا يقعا سويا) وشاملتان يمثلان كل حالات المجتمع المراد اختبارها، وهناك نوعين من الاختبارات: اختبار من جهة واحدة واختبار من جهتين، و الفرضية البديلة هي التي تحدد نوع الاختبار فإذا كانت على الشكل $\boxed{H_1 : \mu \neq \mu_0}$ فان الاختبار من جهتين، وإذا كانت على الشكل $\boxed{H_1 : \quad \mu > \mu_0 \qquad أو \quad H_1 : \quad \mu < \mu_0}$ فان الاختبار من جهة واحدة.
2. يحدد بعد ذلك احتمال معين يسمى بالخطأ من النوع الأول ويرمز له بالرمز α ويحدد مسبقا قبل البدء في إجراء الاختبار، يمثل الخطأ من النوع الأول مقدار الخطأ الذي سوف نتعرض له إذا رفضنا الفرض العدمي مع أنه صحيح وغالبا ما يكون مساويا لـ 0,05 أو 0,01، بعد ذلك يتم إجراء الاختبار وتجمع البيانات من أفراد العينة.
3. تراجع الفروض اللازمة للاختبار(هناك فرق بين الفروض اللازمة للاختبار والفروض العدمية والبديلة اللازمة لإجراء الاختبار)، وهنا يجب مراجعة ما يلي:
   - مراجعة وحدة القياس.
   - اختبار عشوائية العيينة (الاستقلال الداخلي)، في حالة اختبار عيينتين مستقلتين نختبر استقلالية العيينات.
   - اختبار الطبيعية.
   - اختبارات التجانس.

4. **اختيار إحصائي الاختبار:** هي الخطوة الأكثر أهمية وصعوبة، وهي تحديد اسم إحصائي الاختبار الملائم لإجراء الاختبار، مثل اختبار الطبيعي المعياريZ أو اختبار ستيودنتT-test أو اختبار كا^2 أو اختبار فيشر F-test....الخ.

5. **قواعد الحكم:** بعد تحديد كل ما ذكرناه سابقا يأتي الدور على توضيح كيفية اتخاذ القرار برفض أو قبول الفرض العدمي H_0 وهناك طريقتان:

- **الطريقة الأولى:** تعتمد على القيم الحرجة، وهي طريقة قديمة وشائعة الاستخدام:

a) إذا كانت قيمة إحصائية الاختبار المحسوبة أكبر من القيمة الحرجة (الجدولية) عند مستوى الدلالة المحدد نرفض فرضية العدم H_0، ونقبل الفرض البديل H_1.

b) إذا كانت قيمة إحصائية الاختبار المحسوبة أقل من القيمة الحرجة (الجدولية) عند مستوى الدلالة المحدد نقبل فرضية العدم H_0.

ملاحظة: في حالة اختبار من طرفين نأخذ القيمة الحرجة عند مستوى دلالة $2/\alpha$.

- **الطريقة الثانية**: تعتمد على تحديد ما يسمى بـ P-Value، وهي طريقة حديثة وشائعة الاستعمال ولا تحتاج إلى استخدام الجداول الإحصائية بل يتولى البرنامج الإحصائي spss أو أي برنامج آخر حساب قيمة احتمالية تسمى P-Value (يرمز لها في البرنامج spss بالرمز .Sig) وتستخدم في رفض أو قبول الفرض العدمي كما يلي:

a) إذا كانت قيمة P-Value أقل من قيمة α فإننا نرفض فرضية العدم H_0، ونقبل الفرض البديل H_1.

b) إذا كانت قيمة P-Value أكبر من قيمة α فإننا نقبل فرضية العدم H_0،

ملاحظة: في حالة اختبار من طرفين نقارن قيمة P-Value مع القيمة $2/\alpha$.

ثانيا: اختبار الطبيعية test de normalité:

من بين الفروض الهامة في الاختبارات الإحصائية المعلمية أن يكون التوزيع الاحتمالي لبيانات العيينة المستخدمة هو التوزيع الطبيعي، بدون تحقيق هذا لشرط لا يمكن تطبيق الاختبار من الناحية العلمية، وإذا تجاهلنا هذا الشرط وطبقنا الاختبار ستكون النتائج غير منطقية وخاطئة وبالتالي كل الاستنتاجات المترتبة على الاختبار تكون بعيدة عن الصحة.

وتوجد ثلاث طرق للتأكد من أن البيانات تتوزع توزيعا طبيعيا:

أ. طريقة تعتمد على الأشكال البيانية.

ب. طريقة تعتمد عل حساب مقاييس إحصائية للبيانات(مقاييس الشكل).

ت. الاختبارات الإحصائية.

أ. الاعتماد على الأشكال البيانية.

تعتمد الفكرة هنا على معنى التماثل، والمنحنى يكون متماثلا إذا أسقطنا من قمته مستقيم عمودي فيقسم المساحة تحت المنحنى إلى شطرين متماثلين، ويمكن استخدام الأشكال التالية:

- المدرج التكراري Histogramme.
- رسمة الساق والأوراق.
- رسمة الصندوق.
- منحنى الاحتمال الطبيعي.

ب. الاعتماد عل المقاييس الإحصائية:

في هذه الطريقة يحسب معامل الإلتواء (l’asymétrie) فإذا كان مساويا للصفر كانت البيانات متماثلة، وإذا كان غير ذلك كانت البيانات غير متماثلة، ويحسب أيضا معامل التفلطح (l’aplatissement) فإذا كان مساويا للصفر أو الرقم 3 كانت البيانات معتدلة التفلطح، تماثل البيانات واعتدال تفلطحها معا يعني أن البيانات تتوزع حسب التوزيع الطبيعي.

ت. الاعتماد على الاختبارات الإحصائية:

وهي أفضل الطرق وأدقها لمعرفة فيما إذا كانت البيانات تتوزع توزيعا طبيعيات أم لا؟

$$\begin{cases} H_0 : \text{الفرض العدمي: يفترض أن البيانات تتوزع طبيعيا} \\ H_1 : \text{الفرض البديل: يفترض أن البيانات لا تتوزع طبيعيا} \end{cases}$$

ويمكن استخدام احد الاختبارين: - اختبار كولموغروف سيمنزوف.

- اختبار شابيرو.

تطبيق باستخدام spss

ثالثا: اختبار T لعيينة واحدة:

مثال: اختبار فرض حول متوسط المجتمع μ:

وللوصول إلى اتخاذ قرار في هذا الموضوع ، نتبع الخطوات الآتية سواء بالنسبة لاختبار فرض حول متوسط المجتمع μ أو اختبار فرض حول النسبة في المجتمع P .

(i) إذا كان حجم العينة كبير ($n\geq30$) نستخدم التوزيع الطبيعي Z.

(ii) إذا كان حجم العينة صغير ($n<30$) نستخدم توزيع T.

ونتبع الخطوات الآتية :

أ - نضع فرض العدم $H_o : \mu = \mu_0$

[عدم وجود اختلاف بين المتوسط الحقيقي والمتوسط الذي يدعيه الباحث]

وكذلك الفرض البديل $H_1 : \mu \neq \mu_0$ أو $\mu > \mu_0$ أو $\mu < \mu_0$

[وجود اختلاف بين المتوسط الحقيقي والمتوسط الذي يدعيه الباحث]

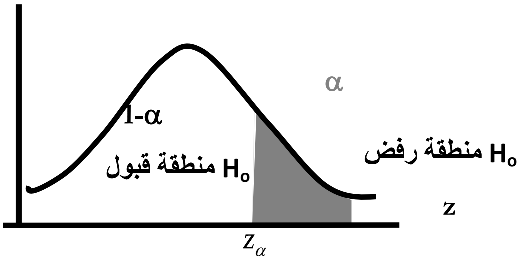
ب- لاختبار فرض العدم H_o ، نختار عينة حجمها (n) مفردة ونحسب وسطها الحسابي $\overline{X}$ وانحرافها المعياري S.

ج- نوجد (z) لمتوسط العينة من العلاقة الآتية :

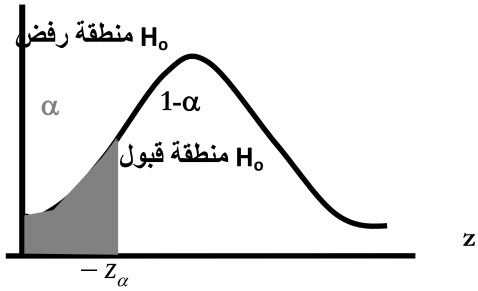
$$z = \frac{\overline{x} - \mu(\overline{x})}{\sigma(\overline{x})}$$

فنحصل على (z) المحسوبة .

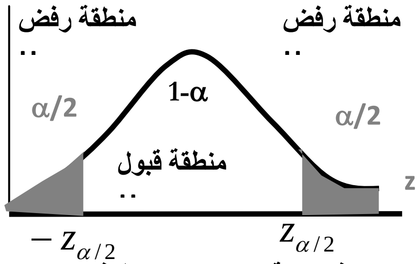
د- نقبل فرض العدم H_o وبالتالي نرفض الفرض البديل H_1 أو نرفض فرض العدم H_o وبالتالي نقبل الفرض البديل H_1 كما يتضح من الرسم الآتي:



في حالة الاختبار من الطرف الأيمن



في حالة الاختبار من الطرف الأيسر



في حالة الاختبار من الطرفين

فإذا وقعت (z) المحسوبة في منطقة القبول ∴ نقبل H_o ونرفض H_1 والعكس ، إذا وقعت (z) المحسوبة في منطقة الرفض∴ نرفض H_o ونقبل H_1 .

ملاحظة: يمكننا اتخاذ القرار بمقارنة قيمة P-Value مع قيمة α في حالة اختبار من جهة واحدة، وفي حالة اختبار من جهتين نقارن قيمة P-Value مع قيمة α/2.

تطبيق باستخدام spss

مثال: إذا كان متوسط أعمار العاملين في إحدى المؤسسات عام 1998 هو (36) سنة، وفي عام 2001 أخذت عينة من (64) فرداً من العاملين في هذه المؤسسة، فوجد أن الوسط الحسابي لأعمارهم (40) سنة والانحراف المعياري (8) سنوات، هل يدل ذلك على أن متوسط أعمار العاملين في المؤسسة عام 2001 قد اختلف عن متوسط أعمارهم عام 1998 ؟ وذلك عند مستوى معنوية α=.05

الحل:

$n = 64 \qquad \overline{x} = 40 \qquad s = 8$

بما أن العينة كبيرة فإننا نستخدم اختبار z

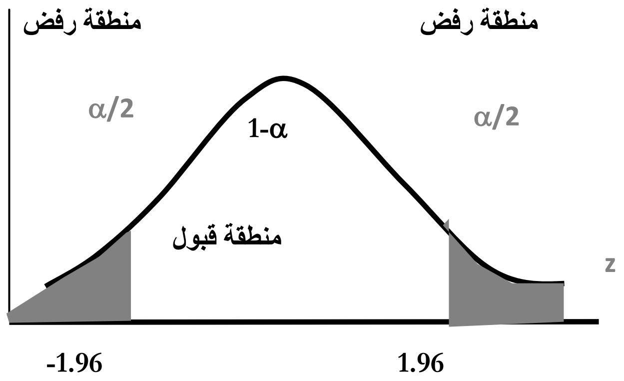
$H_o : \mu = 36$ سنة

$H_1 : \mu \neq 36$ سنة

(الاختبار من الطرفين)

Z المحسوبة

$$z = \frac{\overline{x} - \mu(\overline{x})}{\sigma(\overline{x})} = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{40 - 36}{\frac{8}{\sqrt{64}}} = 4$$



∵ z المحسوبة تقع خارج منطقة القبول (في منطقة الرفض)

∴ نرفض H_o ونقبل H_1 .

أي أن متوسط أعمار العاملين في المؤسسة عام 2001 يختلف عن متوسط أعمارهم عام 1998 **.**

مثال: اختيرت عنية من (25) وحدة من منتج معين ، فوجد أن الوسط الحسابي لأوزانها ((هو (2.005 كجم . اختبر الفرض القائل أن متوسط أوزان هذا المنتج في المجتمع المسحوب منه العينة يساوي (2) كجم عند مستوى معنوية$\alpha = .01$. وذلك بفرض أن أوزان تلك الوحدات في المجتمع تتبع توزيع طبيعي انحرافه المعياري (σ) هو (.008) كجم .

الحل:

$n = 25 \qquad \overline{x} = 2.005 \qquad \sigma = .008$

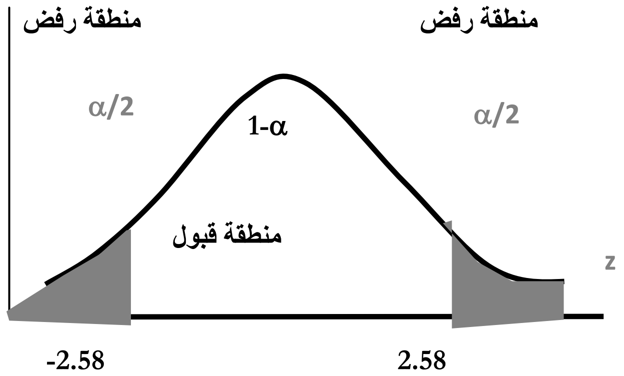
العينة هنا صغيرة ولكن σ معلومة ∴ نستخدم z

(الاختبار من الطرفين)

$H_o : \mu = 2 \quad Kg \qquad\qquad H_1 : \mu \neq 2 \quad Kg$

Z المحسوبة

$$z=\frac{\bar{x}-\mu(\bar{x})}{\sigma(\bar{x})}=\frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}=\frac{2.005-2}{\frac{.008}{\sqrt{25}}}=3.13$$



∴ المحسوبة تقع خارج منطقة القبول (في منطقة الرفض)

∴ نرفض H_o ونقبل H_1.

أي أن متوسط أوزان المنتج في المجتمع لا يساوي (2) كجم .

مثال: اختيرت عينة من (64) تلميذ من إحدى المدارس المتوسطة، فكان الوسط الحسابي لأعمارهم (12) سنة والانحراف المعياري سنتين، هل هذا يدل أن متوسط العمر في هذه المدرسة أكبر من (11) سنة؟ عند مستوى معنوية α=.01

الحل: $n=64 \qquad \bar{x}=12 \qquad s=2$

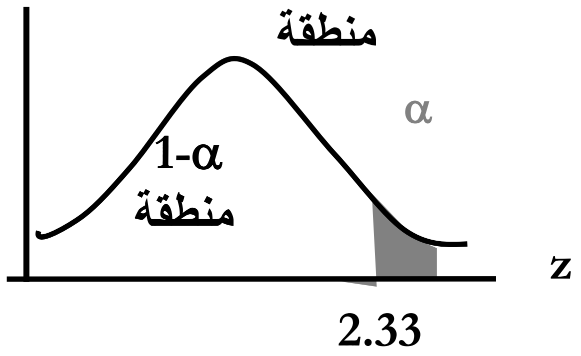
العينة هنا كبيرة ∴ نستخدم z

$H_o: \mu=11$ سنة

$H_1: \mu>11$ سنة (الاختبار من الطرف الأيمن)

Z المحسوبة

$$z=\frac{\bar{x}-\mu(\bar{x})}{\sigma(\bar{x})}=\frac{\bar{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}=\frac{12-11}{\frac{2}{\sqrt{64}}}=\frac{1}{0.25}=4$$



$\because z$ المحسوبة تقع خارج منطقة القبول (في منطقة الرفض)

$\therefore$ نرفض H_o ونقبل H_1 .

أي أن متوسط أعمار التلاميذ في المدرسة أكبر من (11) سنة.

مثال: إذا كان من المعروف أن متوسط الوقت اللازم من قبل العامل لإنجاز عمل معين بإحدى الشركات هو (12) دقيقة . اختيرت عينة من (100) عامل في تلك الشركة ، وأجرى لهم برنامج تدريبي على أداء ذلك العمل . وبعد إتمام التدريب سجل الوقت اللازم من كل منهم لإنجاز ذلك العمل ، فكان الوسط الحسابي والانحراف المعياري للعينة هما (10) دقائق، (1.5) دقيقة على التوالي. اختبر الفرض القائل أن برنامج التدريب له تأثير في خفض متوسط الوقت اللازم لإنجاز ذلك العمل؟ عند مستوى معنوية α=.05 .

الحل:

$$n = 100 \qquad \bar{x} = 10 \qquad s = 1.5$$

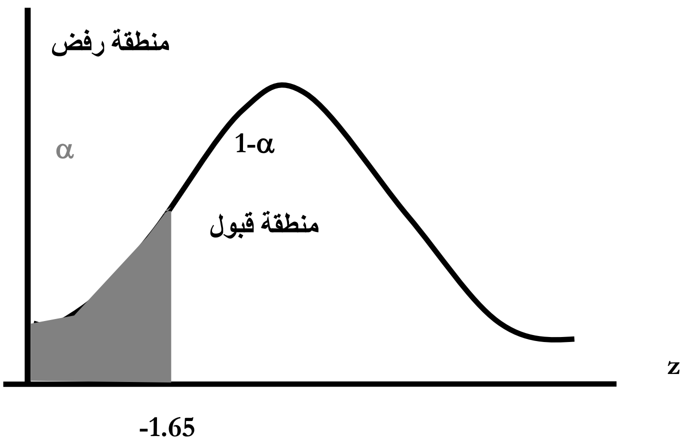
العينة كبيرة $\therefore$ نستخدم z

$H_o : \mu = 12$ دقيقة

$H_1 : \mu < 12$ دقيقة (الاختبار من الطرف الأيسر)

Z المحسوبة

$$z = \frac{\bar{x} - \mu(\bar{x})}{\sigma(\bar{x})} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{10 - 12}{\frac{1.5}{\sqrt{100}}} = \frac{-2}{.15} = -13.3$$



z ∵ المحسوبة تقع خارج منطقة القبول (في منطقة الرفض)

∴ نرفض H_o ونقبل H_1 .

أي أن التدريب له تأثير في خفض الوقت اللازم لإنجاز العمل.

(ii)إذا كان حجم العينة صغير (n<30) ، σ مجهولة:

نتبع نفس الخطوات السابق ذكرها في حالة جدول (z) مع وضع (t) بدلاً من (z) في الاختبار

أي أن:

$$t = \frac{\overline{x} - \mu(\overline{x})}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

مثال: إذا كانت أسعار إحدى السلع تتبع توزيع طبيعي . وكان متوسط سعر هذه السلعة عام 1997 هو (38) دج . وفي عام 2000 اختيرت عينة من (16) وحدة من هذه السلعة ، فكان الوسط الحسابي للسعر (40) دج وانحرافها المعياري (4) دج . هل تدل هذه البيانات على اختلاف متوسط سعر السلعة في العامين ؟استخدم مستوى معنوية α=.01

الحل:

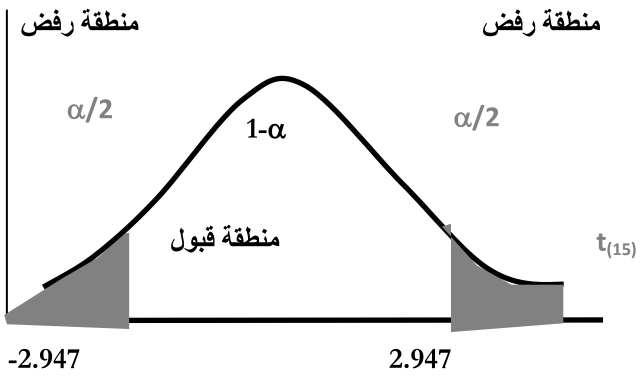
$n = 16 \qquad \overline{x} = 40 \qquad s = 4$

العينة صغيرة، σ مجهولة ∴ نستخدم t

$H_o : \mu = 38$ دج

$H_1 : \mu \neq 38$ دج (الاختبار من الطرفين)

$t_{(n-1,\alpha/2)} = t_{(15,0.005)} = 2.947$



t المحسوبة

$$t = \frac{\bar{x} - \mu(\bar{x})}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{40 - 38}{\frac{4}{\sqrt{16}}} = 2$$

$\because$ t المحسوبة تقع في منطقة القبول

$\therefore$ نقبل H_o ونرفض H_1 .

أي لا يوجد اختلاف بين سعر السلعة في العامين.

مثال (6): لمعرفة تأثير أحد الأسمدة على زيادة إنتاجية الفدان من الأرز التي كان متوسط إنتاجية الفدان منها (100) كيلوجرام . أخذت عينة من (9) أفدنة وسمدت بذلك النوع من السماد ، فكان الوسط الحسابي لإنتاجية الفدان في العينة هو (107) كيلوجرام والانحراف المعياري (6) كيلوجرام . اختبر إذا كان لهذا النوع من السماد أثر في زيادة متوسط إنتاجية الفدان من الأرز عند مستوى معنوية 0.05 وذلك بافتراض أن إنتاجية فدان الأرز تتبع توزيع طبيعي .

الحل:

$n = 9 \qquad \bar{x} = 107 \qquad s = 6$

العينة صغيرة ، σ مجهولة $\therefore$ نستخدم t

$H_o : \mu = 100$

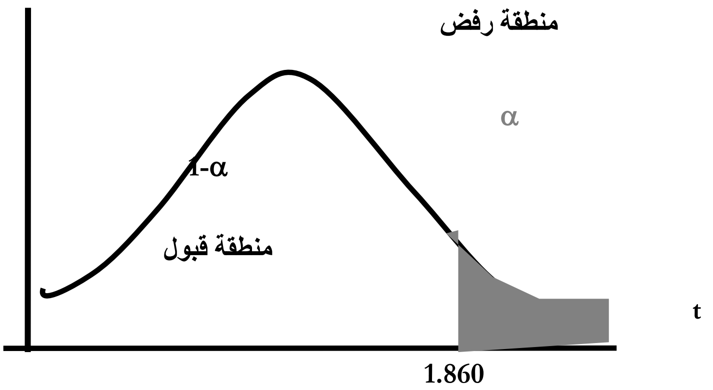
$H_1 : \mu > 100$

(الاختبار من الطرف الأيمن)

t المحسوبة

$$t = \frac{\bar{x} - \mu(\bar{x})}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{107 - 100}{\frac{6}{\sqrt{9}}} = \frac{7}{2} = 3.5$$

$t(n-1,\alpha) = t(8,0.05) = 1.860$



∵ t المحسوبة تقع خارج منطقة القبول (في منطقة الرفض)

∴ نرفض H_o ونقبل H_1 .

أي أن السماد له تأثير في زيادة متوسط إنتاجية الفدان من الأرز.

مثال: إذا كانت أعمار بطاريات السيارات المنتجة بواسطة أحد المصانع تتبع توزيع طبيعي، يدعي صاحب المصنع أن متوسط أعمار البطاريات هو (36) شهراً، لاختبار صحة هذا الإدعاء أخذت عينة من (12) بطارية فكان متوسط أعمارها (30) شهراً وانحرافها المعياري (4) شهور، هل يدل ذلك أن متوسط أعمار البطاريات أقل من (36) شهراً ؟ عند مستوى معنوية α=.01 .

الحل:

$n = 12 \qquad \bar{x} = 30 \qquad s = 4$

العينة صغيرة ، σ مجهولة ∴ نستخدم t

$H_o : \mu = 36$ شهراً

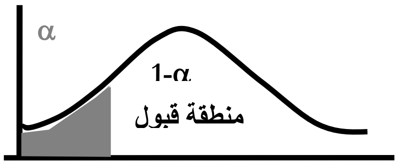
(الاختبار من الطرف الأيسر) $H_1 : \mu < 36$ شهراً

t المحسوبة

$$t = \frac{\bar{x} - \mu(\bar{x})}{\sigma(\bar{x})} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{30 - 36}{\frac{4}{\sqrt{12}}} = \frac{-6}{1.16} = -5.17$$

t الجدولية

t(n-1, α)= t(11,.01)= -2.718



∵ t المحسوبة تقع خارج منطقة القبول (في منطقة الرفض)

∴ نرفض H_0 ونقبل H_1 .

أي أن متوسط أعمار البطاريات أقل من 36 شهراً .

أي أن ادعاء صاحب المصنع غير صحيح .

3- اختبار فرض حول النسبة في المجتمع P:

نستخدم نفس خطوات اختبار فرض حول متوسط المجتمع μ في حالة العينات الكبيرة، مع ملاحظة أن:

$$H_0 : P = P_0$$

$$H_1 : P \neq P_0 \qquad \text{أو} \qquad P > P_0 \qquad \text{أو} \qquad P < P_0$$

$$z = \frac{r - \mu(r)}{\sigma(r)} = \frac{r - P}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}}$$

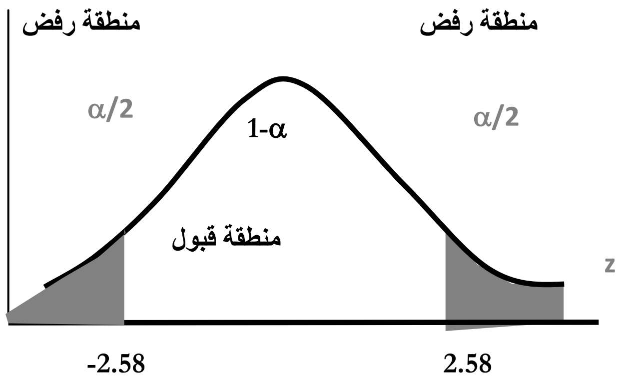
مثال: من بين (900) شخص وجد أن عدد المؤيدين منهم لرأي معين هو (738) شخص، اختبر الفرض أن نسبة المؤيدين لذلك الرأي في المجتمع هو (.8) ، وذلك عند مستوى معنوية α=.01

$$n = 900 \qquad r = \frac{738}{900} = .82$$

(الاختبار من الطرفين) $H_1 : P \neq .8$

Z المحسوبة

$$z = \frac{r - \mu(r)}{\sigma(r)} = \frac{r - P}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}} = \frac{.82 - .8}{\sqrt{\frac{.8x.2}{900}}} = \frac{.02}{.01} = 2$$



$\because z$ المحسوبة تقع في منطقة القبول

$\therefore$ نقبل H_0 ونرفض H_1 .

أي أن نسبة المؤيدين للرأي في المجتمع يساوي 0.8

رابعا: اختبار T لعينتين مستقلتين:

يتم التفريق بين عيينتين من حيث الارتباط والاستقلال على أساس أنه في حالة الارتباط يتم إختبار نتائج نفس العيينة في اختبارين مختلقين قبلي وبعدي مثلا, بينما الإستقلال يتمثل في مقارنة نتائج عيينتين مختلفتين في نفس الإختبار، وقبل تطبيق الاختبار يجب التأكد من الشروط التالية:

***الاستقلال:** لا يحتاج هذا الشرط للاختبار.

***التجانس:** يجب التأكد من أن تباين العينة الأولى يساوي تباين العينة الثانية (المساواة هنا إحصائية أي أن الفروقات بين التباينين غير دالة)، وللتأكد من التجانس يجب إجراء اختبار سابق لاختبار ستيودنت يسمى اختبار التجانس، ويكون الفرض العدمي والبديل لهذا الاختبار كالآتي:

$$\begin{cases} H_0 : \delta_1^2 = \delta_2^2 \\ H_1 : \delta_1^2 \neq \delta_2^2 \end{cases}$$

حيث δ_1^2 و δ_2^2 هما تباين العينة الأولى والثانية على التوالي.

وإذا تم قبول الفرض العدمي فإن هذا يعني أن هناك تجانس ونستمر في إجراء اختبار T، وإذا تم قبول الفرض البديل وكان الفرق معنوي (عدم تجانس) فإنه لا يجوز استخدام الاختبار T ويستبدل باختبار آخر شبيه باختبار T.

- اختبار التجانس يجري باستخدام اختبار آخر يسمى اختبار فيشر F-test.

تطبيق اختبار T:

مثلا نختبر الفرضيات التالية:

(الفرضية الصفرية: لا توجد فروق بين العيينتين)
(الفرضية البديلة: توجد فروقات بين العيينتين)

$$\begin{cases} H_o : \overline{X}_1 = \overline{X}_2 \\ H_1 : \overline{X}_1 \neq \overline{X}_2 \end{cases}$$

حيث: $\overline{X}_1$ متوسط للعينة الأولى، $\overline{X}_2$ متوسط العينة الثانية.

وتعطى إحصائية الاختبار كما يلي:

$$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

حيث:

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

ودرجة الحرية 2- n1+n2، مع s1 و s2 الانحراف المعياري للعينتين الأولى والثانية على التوالي.
ويتخذ القرار بمقارنة احتمال المعنوية .sig مع 0.05 و0.01، بنفس الطرق السابقة.

تطبيق باستخدام spss

مثال:

أراد باحث دراسة تأثير استخدام الأساليب الحديثة في التعليم على تحصيل الطلبة من الدرجات، وقد تم مقارنة درجات الطلبة الذين استخدموا الأساليب الحديثة مع درجات مجموعة من الطلبة الذين لم يستخدموا هذه الأساليب وكانت النتائج التالية:

G1: 10 5 6 7 10 6 7 8 6 5

G2: 7 3 5 7 8 4 5 6 3 2

حيث: g1 المجموعة التي استخدمت الأساليب.

g2 المجموعة التي لم تستخدم الأساليب الحديثة.

الحل:

نريد اختبار الفرضيات التالية: (فرضية العدم)
(الفرضية الصفرية)

$$\begin{cases} \mathrm{H}_0 : \overline{\mathrm{X}}_1 = \overline{\mathrm{X}}_2 \\ \mathrm{H}_1 : \overline{\mathrm{X}}_1 \succ \overline{\mathrm{X}}_2 \end{cases}$$

وهنا نحتاج إلى تطبيق اختبار T_test من أجل اختبار هذه الفرضيات بدرجة حرية (n1+n2-2)
وتعطى إحصائية الاختبار بالعلاقة التالية:

$$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$\overline{X}_1 = \frac{\sum X_{1i}}{n_1} = \frac{10 + 5 + 6 + 7 + ... + 5}{10} = \frac{70}{10} = 7$$

$$\overline{X}_2 = \frac{\sum X_{2i}}{n_2} = \frac{7 + 3 + 5 + 7 + ... + 2}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

S_1^2 : تباين المجموعة الأولى. S_2^2 : تباين المجموعة الثانية.

$$S_1^2 = \frac{\sum X_{1i}^2}{n_1} - \overline{X}_1^2$$

$$\sum X_1^2 = 10^2 + 5^2 + ...5^2 = 520$$

$$\sum X_2^2 = 7^2 + 3^2 + ...2^2 = 286$$

$$S_1^2 = \frac{\sum X_{1i}^2}{n_1} - \overline{X}_1^2 = \frac{520}{10} - 49 = 3$$

$$S_P = \frac{9(3) + 9(3.3)}{20-2} = 59.4 / 18 = 3.3$$

$$T\_TEST_{\text{المحسوبة}} = \frac{7-5}{\sqrt{3,3}.\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} = \frac{2}{0.81} = 2.47$$

$$T_{\text{الجدولة}} = T_{(n_1+n_2-2:0.05)} = T_{(18;0.05)} = 1.73$$

T المحسوبة أكبر من T المجدولة، هذا يعني أننا نقبل الفرضية H1 أي أن البرامج التعليمية التي تستخدم الأساليب الحديثة فعالة.

خامسا: اختبار T لعيينتين غير مستقلتين(مرتبطتين):

يستخدم هذا الاختبار عندما يكون لدينا بيانات عينتين غير مستقلتين، معنى ذلك أن لدينا عينة واحدة وكل مفردة في العينة تعطي قراءتين (قبلية وبعدية) القراءة الأولى تمثل العينة الأولى والقراءة الثانية تمثل العينة الثانية وفي هذه الحالة يكون هدف الاختبار هو: معرفة هل الفرق بين بيانات الاختبار الأول والثاني ($d = \overline{X}_1 - \overline{X}_2$) معنوية أم لا؟

وتصاغ فرضيات هذا الاختبار كما يلي:

$\begin{cases} H_o : d = 0 \\ H_1 : d \neq 0 \end{cases}$ **توجد فروقات بين العيينتين** / **لا توجد فروقات بين العيينتين** أو $\begin{cases} H_o : \overline{X}_1 = \overline{X}_2 \\ H_1 : \overline{X}_1 \neq \overline{X}_2 \end{cases}$

وقبل إجراء الاختبار يجب التأكد أيضا أن الفرق بين القراءتين في الاختبارين يتوزع توزيعا طبيعيا.

- إذا كان حجم العينة أكبر من 30 فلا نهتم بهذا الشرط.
- وإذا كانت مفردات كل عينة تتوزع طبيعيا فإن ذلك سوف يؤدي إلى أن يكون الفرق موزعا طبيعيا أوتوماتيكيا.

وتعطى إحصائية الاختبار كما يلي:

$$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2 + S_2^2}{n}}}$$

حيث:

ودرجة الحرية n-1, مع s1 و s2 الانحراف المعياري للعينتين الأولى والثانية على التوالي، وحيث $\overline{X}_1$ متوسط للعينة الأولى، $\overline{X}_2$ متوسط العينة الثانية.

ويتخذ القرار بمقارنة احتمال المعنوية .sig مع 0.05 و0.01، بنفس الطرق السابقة.

<u>تطبيق باستخدام spss</u>

اختبار تحليل التباين ANOVA

تحليل التباين L’Analyse De La Variance ANOVA

ناقشنا فيما سبق اختبار متوسط عيينة واحدة، واختبار الفرق بين متوسط عينتين، ولكن ما هو الحل إذا كان لدينا أكثر من عينتين، وأردنا أن نختبر فروض تدور حول الوسط الحسابي للمجتمعات المحسوبة منها هذه العيينة.

حتى الآن وبناءا على ما عرضناه الحل الوحيد هو أن نجري اختبارات ثنائية بين كل الأزواج الممكنة من هذه العيينات، وكلما كان عدد العينات كبير كلما كان عدد الاختبارا ت الواجب إجراءها كبيرة جدا، وسنحصل على استنتاج لكل اختبار، هذه الاستنتاجات ستكون متناقضة الأمر الذي يصعب التعامل معها عمليا، لحل هذه المعضلة فإنه يوجد اختبار إجمالي يجرب كل المقارنات المطلوبة دفعة واحدة، يطلق على هذا الاختبار اسم اختبار تحليل التباين، ويكتب اختصارا ANOVA حيث يعتبر من أشهر الاختبارات الإحصائية على الإطلاق.

عند إجراء اختبار تحليل التباين فإننا نحصل على نتيجتين كالآتي:

أ. إذا كانت نتيجة الاختبار غير معنوية فإنه تم إثبات أن أي مقارنة ثنائية بين أي زوج من العينات سوف تكون غير معنوية وينتهي الاختبار عند هذا الحد.

ب. إذا كانت نتيجة الاختبار معنوية فهذا يعني أن هناك زوج واحد على الأقل من المعالجات الفرق بينهما يكون معنوي، ويتطلب الأمر في هذه الحالة إجراء اختبارات مساعدة لمعرفة أي زوج من المعالجات هو السبب في المعنوية

شروط اختبار ANOVA:

- أن تكون العينات (المجموعات) مستقلة.
- أن تكون وحدة القياس بفترة (بيانات مستمرة).
- بيانات كل مجموعة تتوزع طبيعيا.
- التجانس بين المجتمعات المكونة منها العينات (لها نفس التباين).

تحليل التباين في اتجاه واحد:

نفرض أن لدينا عدد من العينات لتكن m ونريد أن نختبر هل هذه العينات المسحوبة من مجتمعات متوسطاتها متساوية أم لا؟

بمعني آخر هل هذه العينات مسحوبة من نفس المجتمع أم لا؟

يمكن اختبار ذلك الفرض باستخدام اختبار تحليل التباين ANOVA

$$\begin{cases} H_0; \overline{X}_1 = \overline{X}_2 = \overline{X}_3 = ...\overline{X}_m \\ H_1; \exists \overline{X}_i / \overline{X}_i \neq \overline{X}_1 = \overline{X}_2 = \overline{X}_3 = ...\overline{X}_m \\ / i = 1.2.3.....m \end{cases}$$

اختبار التباين في اتجاهين:

نفرض أن لدينا متغيرين يؤثران في أفراد العينة أي أن مفردات العينة تتأثر بعاملين ونريد معرفة هل تقسيمات العامل الأول معنوية أم لا؟، وكذلك تقسيمات العامل الثاني،

يمكن اختبار تأثير كل عامل على حدى، وكذلك التفاعل بين العاملين إن وجد وذلك باستخدام تحليل التباين في اتجاهين

اختبار المقارنات المتعدد:

1. اختبار الحد الأدنى للفرق LSD.
2. اختبار شيفيه scheffés.
3. اختبار دنكان duncans.
4. اختبار نيمان.
5. اختبار بونوفروني.

تحليل التباين المتعدد MANOVA:

هو امتداد لتحليل التباين البسيط ANOVA وفيه نستخدم متغير أو أكثر تابعين مرتبطين معا في التحليل وفي نفس الوقت.