عمل مقدم للطلبة (يحضر الحصة القادمة)

التمرين الأول (3 **نقاط**):

نعتبر المتتالية $(f_n)_n$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ :

$$f_n(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{1-n^2|x|^2}} & : \quad |x| < \frac{1}{n}; \\ 0 & : \quad |x| \geq \frac{1}{n}. \end{cases}$$

1) **نأكد من أن** $f_n \in D(\mathbb{R})$, **و أن:** $|f_n(x)| \leq f_n(0) \leq \frac{1}{e}$

2) **نفرض وجود دالة** $f \in L^1_{loc}(\mathbb{R})$ **بحيث:**

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \langle \delta, f_n \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(x) f_n(x) = \int_{|x| \leq \frac{1}{n}} f(x) f_n(x) dx.$$

أثبت انطلاقا من العلاقة التالية (نأكد منها) أن هناك تناقض.

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \frac{1}{e} = \langle \delta, f_n \rangle \leq \frac{1}{e} \int_{|x| \leq \frac{1}{n}} |f(x)| \, dx$$

التمرين الثاني (3 **نقاط**):

نضع $U = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \, : \, y > |x|\}$ و $F(x,y) = 1_U(x,y)$.

أحسب في $D'(\mathbb{R}^2)$ العبارة $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$.

ملاحظة:

الاجابات المتشابهة لا تصحح.