محور: تبويب وعرض البيانات الإحصائية:

توزيع وتصنيف البيانات:

- التوزيع التكراري: هو وسيلة لتجميع الدرجات المتشابهة، مما يسهل إجراء العمليات الحسابية والإحصائية عليها بسرعة ودقة، وتبويب البيانات وعرضها بشكل مختصر وواضح يوضح أهم مميزاتها، حيث تعتمد عليه أغلب العمليات الإحصائية.

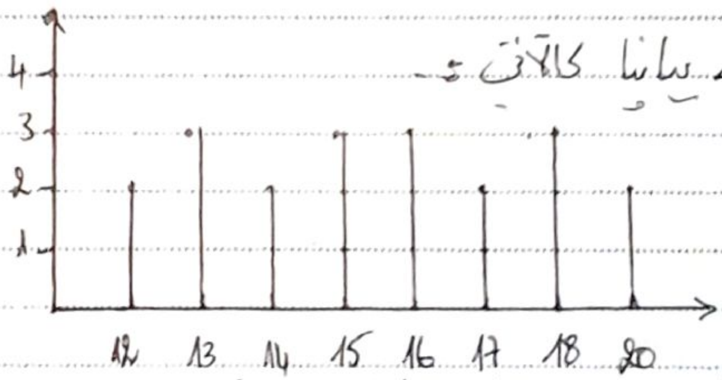
ويسمى بالتوزيع التكراري لأنه يقوم أساسا على حساب عدد مرات تكرار المفردات أو الأعداد.

مثال: قام باحث بدراسة التذكر لدى 20 طالبا في ... فتحصل على العلامات الآتية: 15 - 18 - 16 - 12 - 20 - 13 - 16 - 15 - 18 - 20 - 18 - 17 - 16 - 13 - 15 - 14 - 17 - 13 - 14 - 12.

العلامة	التكرار x
12	2
13	3
14	2
15	3
16	3
17	2
18	3
20	2
312	20

نلاحظ مثلا أن العدد 13 تكرر 03 مرات، والعدد 12 تكرر مرتين وهكذا يمكن أن نلاحظ ذلك في الجدول التكراري المقابل.

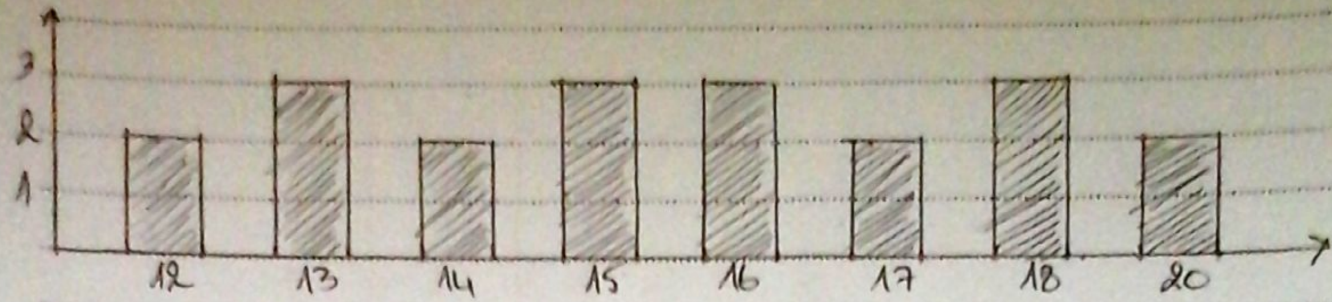
ويمكن تمثيله بيانيا كالآتي:



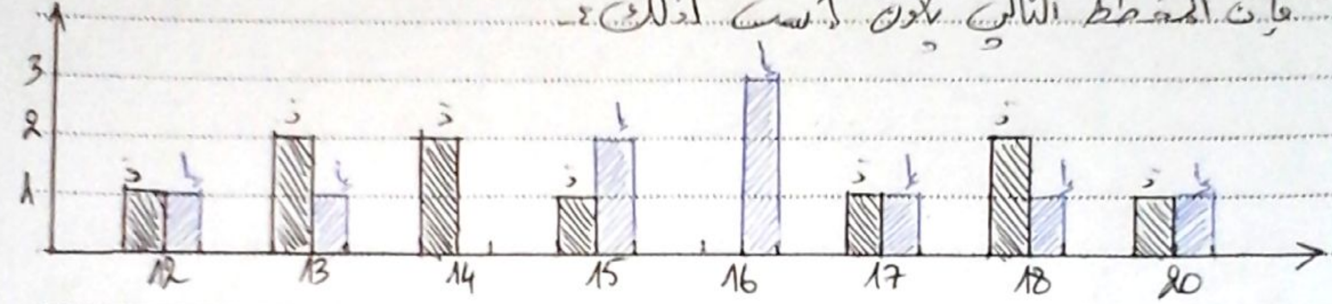
فالجدول التكراري، والمخطط التكراري، والأعمدة الرأسية يوضحان توزيع الدرجات وعدد تكراراتها، كما يمكننا الحصول على عدد الأفراد انطلاقا من حساب مجموع التكرارات، كما يمكننا حساب مجموع الدرجات انطلاقا من جداء التكرار في الدرجة ثم جمع حاصل الجداءات:

$(2*12)+(3*13)+(2*14)+(3*15)+(3*16)+(2*17)+(3*18)+(2*20)=312$

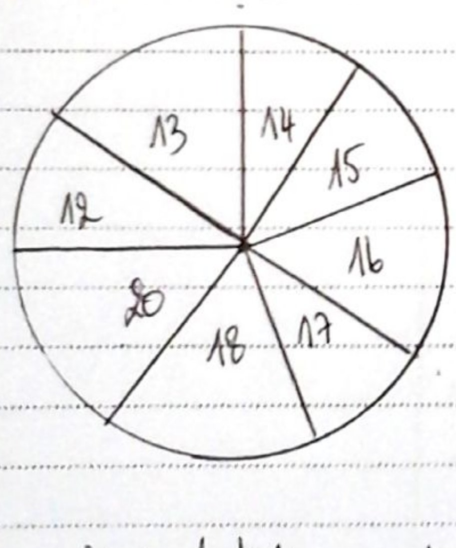
هناك طريقة بيانية أخرى لتمثيل البيانات هي طريقة الأعمدة، فيمكن عرض البيانات مسألة التذكر بالطريقة الآتية:



إن الشكل السابق عادة يستخدم لدراسة تطور ظاهرة ما كعدد مفردات اللغة لدى الطفل، زيادة سعة الذاكرة ... إلخ. أما إذا كان الهدف من المخطط هو المقارنة بين ظاهرتين أو فئتين أو أكثر نستخدم أعمدة متلاصقة، ففي المثال السابق إذا أردنا أن نفصل متغير الجنس، ونوضحه كل على حدى فإن المخطط التالي يكون أحسن لذلك:



ونستطيع كذلك أن نعرض بيانات المثال السابق على شكل دائري بحيث نتبع الخطوات الآتية:



12 ← 2 الزاوية $360^\circ * \frac{2}{20} = 36^\circ$

13 ← 3 الزاوية $360^\circ * \frac{3}{20} = 54^\circ$

14 ← 2 الزاوية $360^\circ * \frac{2}{20} = 36^\circ$

15 ← 3 الزاوية $360^\circ * \frac{3}{20} = 54^\circ$

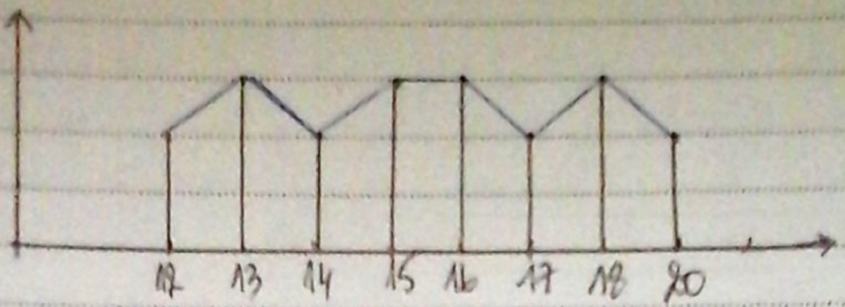
16 ← 3 الزاوية $360^\circ * \frac{3}{20} = 54^\circ$

17 ← 2 الزاوية $360^\circ * \frac{2}{20} = 36^\circ$

18 ← 3 الزاوية $360^\circ * \frac{3}{20} = 54^\circ$

20 ← 2 الزاوية $360^\circ * \frac{2}{20} = 36^\circ$

وفي الأخير هنالك طريقة أخرى للعرض هي العرض بالخطوط البيانية، وهي لا تختلف كثيرا عن طريقة الأعمدة الرأسية، إذ نربط بين جميع الأعمدة بخط يشملها.



شكل يوضح المضلع التكراري

العلامات التكرارية: إن الطريقة السابقة تعتمد على قوة ملاحظة الباحث للتكرارات، وهي تستعمل عندما تكون التكرارات قليلة، أما إذا كانت التكرارات كثيرة فإنه يلجأ إلى طريقة العلامات التكرارية، وتتلخص هذه الطريقة في وضع خط مائل أمام كل عدد يمثل تكراره، فإذا كان التكرار هو العدد (2) مثلا فإنه يضع أمامه (//) وهكذا إلى غاية 4 تكرارات، أما التكرار الخامس فإنه يضع خط مائل معاكس ليشكل حزمة على الشكل (~~////~~) فهذه حزمة خماسية، وفي الأخير يحسب الباحث عدد الحزم وعدد الأعمدة ليصل إلى التكرار.

مثال 2: إليك درجات الانتباه الانتقائي لدى 50 تلميذا في الطور الابتدائي:

15-16-13-16-15-15-16-16-12-16-17-16-15-15-16
14-15-17-17-17-19-15-16-16-16-19-15-18-16-16
16-16-17-17-17-15-13-16-17-17-16-18-14-17-16
15-17-18-15-17

الدرجة	العلامة التكرارية	التكرار
12	/	1
13	//	2
14	//	2
15	/ ~~////~~ ~~////~~	11
16	// ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	17
17	// ~~////~~ ~~////~~	12
18	///	3
19	//	2
Σ		50

الفئات التكرارية :

تستعمل هذه الطريقة عندما يكبر الفرق بين أصغر وأكبر قيمة (المدى) مما يجعل من الصعب تمثيلها في جدول أو مضلع تكراري، حينها نجمع الدرجات في فئات ثم نميز خصائصها بصورة مختصرة

الفئة	التكرار fx
13 - 12	3
15 - 14	13
17 - 16	29
19 - 18	5
Σ	50

عدد الفئات ومداها :

مدى الفئة: هو سعتها، أي عدد الوحدات أو الأرقام الذي تشمله الفئة، وهو ما يؤثر على عدد الفئات، وعموماً يقاس عدد الفئات ومداها على الفرق بين أكبر وأصغر قيمة من جهة، وعلى عدد التكرارات من جهة أخرى، فإذا كان الفرق كبيراً فإن ذلك يؤدي إلى زيادة مدى الفئة، والعكس صحيح كذلك فإن كثرة عدد الفئات يقلل أثر الفروق في التكرارات بين الفئات.

لاحظ المثال :

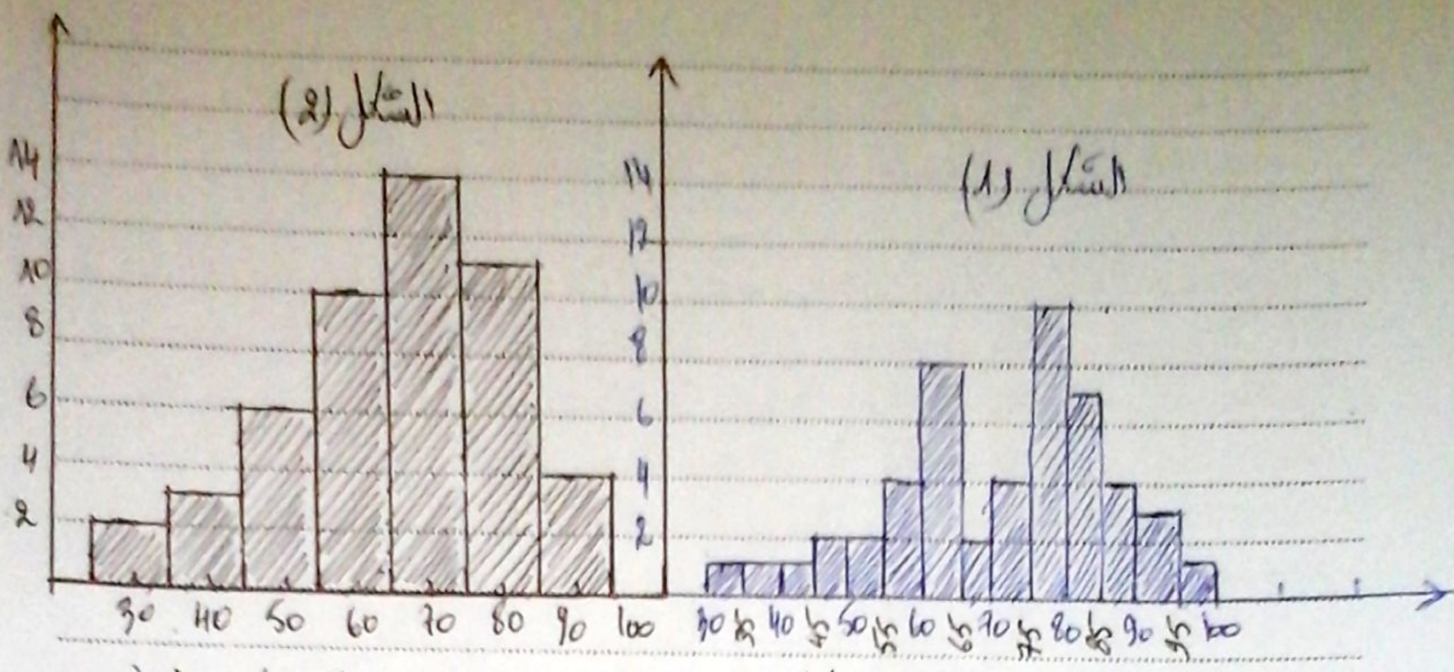
الفئة	التكرار fx	الفئة	التكرار fx
34 - 30	1	69 - 65	2
39 - 35	1	74 - 70	4
44 - 40	1	79 - 75	10
49 - 45	2	84 - 80	7
54 - 50	2	89 - 85	4
59 - 55	4	94 - 90	3
64 - 60	8	99 - 95	1
		Σ	50

الجدول (1)

الفئة	التكرار fx
39 - 30	2
49 - 40	3
59 - 50	6
69 - 60	10
79 - 70	14
89 - 80	11
99 - 90	4
Σ	50

الجدول (2)

ويمكننا رسم الأعمدة التكرارية للجدولين (1) و(2) كالآتي :



من خلال الشكلين (1) و(2) الموافقين للجدولين السابقين (1) و(2) وبالرغم من أنهما يمثلان نفس التوزيع إلا أن الشكل (2) أفضل من الشكل (1)، لأن عدد فئاته قليل، وبالتالي يكون التوزيع منتظم، على العكس من الشكل (1) أين يكون التوزيع التكراري متذبذب.

كيفية حساب عدد الفئات:

إن عدد الفئات عادة ما يكون محصوراً بين 10 و 20، ولا يقل عنها ولا يتجاوزها إلا في حالات خاصة. كما أن مدى الفئة عادة ما يكون 2، 3، 5، 10، 20 واختيارنا لأي واحدة منها يرجع إلى المدى (الفرق بين أكبر وأصغر قيمة) من جهة، وإلى عدد التكرارات من جهة أخرى، ويمكن حساب عدد الفئات بالطريقة الآتية:

أولاً: حساب المدى الكلي للتوزيع: أكبر قيمة − أصغر قيمة + 1

ثانياً: قسمة المدى على المدى الذي نريده للفئة، فنحصل على عدد الفئات بالرجوع إلى المثال السابق:

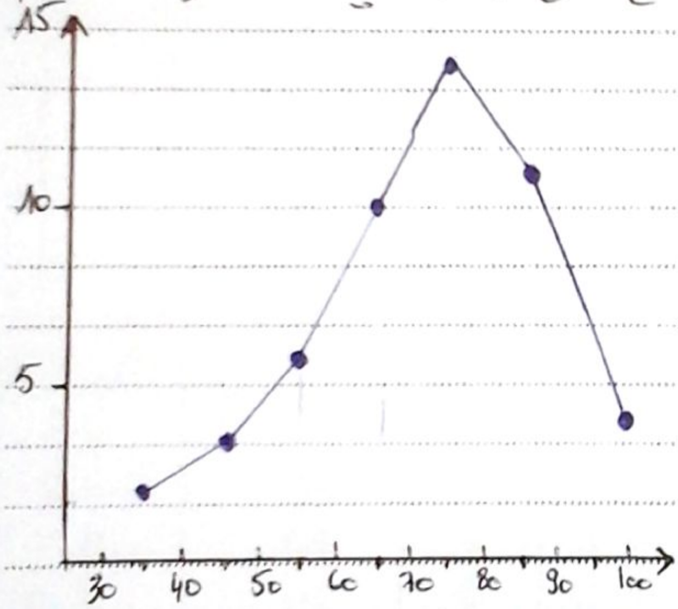
- المدى الكلي للتوزيع: $99 - 30 + 1 = 70$
- إذا اخترنا طول الفئة 2 ⟸ $\frac{70}{2} = 35$ فئة، وهو عدد كبير.
- إذا اخترنا طول الفئة 3 ⟸ $\frac{70}{3} = 23,33$ فئة، وهو عدد كبير.
- إذا اخترنا طول الفئة 5 ⟸ $\frac{70}{5} = 14$ فئة، وهو عدد غير مناسب (شكل 1)
- إذا اخترنا طول الفئة 10 ⟸ $\frac{70}{10} = 7$ فئة، وهو عدد مناسب (شكل 2)

ففي هذا المثال حالة خاصة، حيث أننا قللنا عدد فئات 07 رغم أنه أقل من 10 ورفضنا عدد فئات 14، رغم أنه محصور بين 10 و 20، وذلك بسبب كبر المدى الكلي للتوزيع، وقلة التكرارات كما وضحناه سابقا.

منتصف الفئة: عندما نضع جدول لفئات الدرجات فإنه لا يمكننا معرفة تكرار كل درجة، مثال: الفئة [20-22] لها تكرار 5، فإننا لا نعرف سوى أن تكرار كل من 20، 21، 22 مجموعه 5 مرات، دون أن نستطيع تحديد ذلك بدقة، وهو ما يجعلنا لا نستطيع تحديد وإجراء العمليات المتعلقة بالتكرار والدرجات (كالجمع مثلا، أو مجموع الدرجات) لذا فإنه من السهل علينا حساب منتصف الفئة واتخاذها مرجعا يمثل الفئة ويعبر عنها، وهو ما يسهل علينا إجراء العمليات الحسابية عليها ورسم المضلع والمنحنى التكراري.

$$\text{منتصف الفئة} = \frac{\text{أكبر قيمة} + \text{أصغر قيمة}}{2}$$

إذا رجعنا إلى المثال السابق، فإننا نستطيع وضع الجدول الآتي، ومنه بإمكاننا رسم المضلع التكراري.



الفئة	منتصف الفئة	التكرار
39-30	34,5	2
49-40	44,5	3
59-50	54,5	6
69-60	64,5	10
79-70	74,5	14
89-80	84,5	11
99-90	94,5	4

الحدود الفعلية للفئات:

إن الجدول السابق لا يوضح لنا الحدود الفعلية للفئات، ففي حالة القيم المتصلة أو المستمرة فإننا لا نستطيع وضع 59,5 داخل أي فئة؟ لذا فإن الحدود الفعلية للفئة تكون على النحو الآتي:

الفئة	الحدود الفعلية للفئة	منتصف الفئة	التكرار
39-30	39,5 - 29,5	34,5	2
49-40	49,5 - 39,5	44,5	3
59-50	59,5 - 49,5	54,5	6
69-60	69,5 - 59,5	64,5	10
79-70	79,5 - 69,5	74,5	14
89-80	89,5 - 79,5	84,5	11
99-90	99,5 - 89,5	94,5	4
			50

أنواع التوزيع التكراري:

① التوزيع التكراري النسبي: ونعني النسبة لتكرار أي فئة إلى مجموع تكرار الفئات، ويستخرج بالقانون الآتي:

التكرار النسبي للفئة = تكرار الفئة / مجموع تكرار الفئات

$$f_r = \frac{f}{\Sigma f}$$

الفئة	التكرار	التكرار النسبي
39-30	2	0,04
49-40	3	0,06
59-50	6	0,12
69-60	10	0,2
79-70	14	0,28
89-80	11	0,22
99-90	4	0,08

② التوزيع التكراري المئوي: ونعني به النسبة المئوية لتكرار كل فئة إلى مجموع تكرار الفئات، ويمكن حسابه بالقانون:

التكرار المئوي للفئات = تكرار الفئة / مجموع تكرار الفئات × 100

$$f_r = \frac{f}{\Sigma f} \times 100$$

الفئة	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المئوي
39-30	2	0,04	% 4
49-40	3	0,06	% 6
59-50	6	0,12	% 12
69-60	10	0,2	% 20
79-70	14	0,28	% 28
89-80	11	0,22	% 22
99-90	4	0,08	% 8

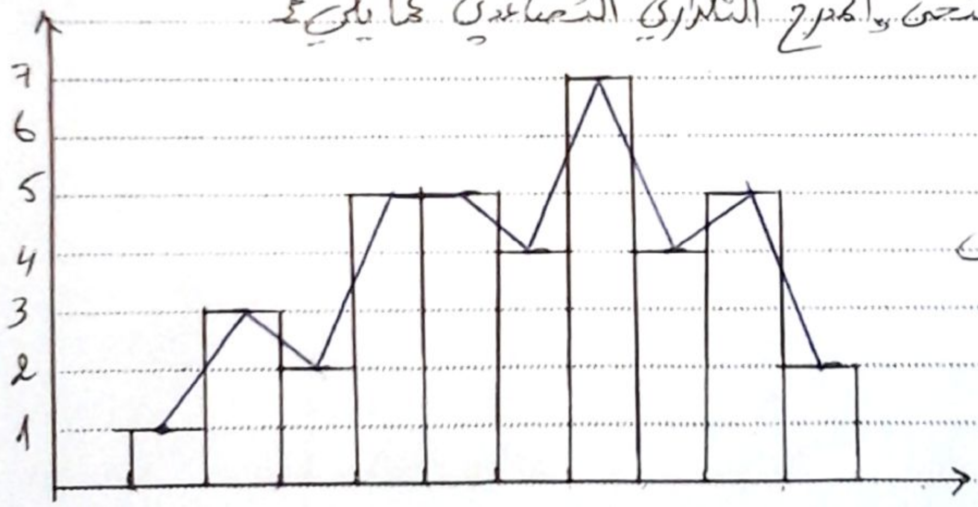
③ التكرار المتجمع الصاعد: يهدف هذا التكرار إلى معرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات أقل من مستوى معين، كما يمكن حساب التكرار المتجمع

الصاعد النسبي لمعرفة نسبة الأفراد الذين حصلوا على درجات أقل من مستوى معين من العدد الكلي للأفراد، وكذا التكرار المتجمع الصاعد المئوي، الجدول الموالي يوضح ذلك:

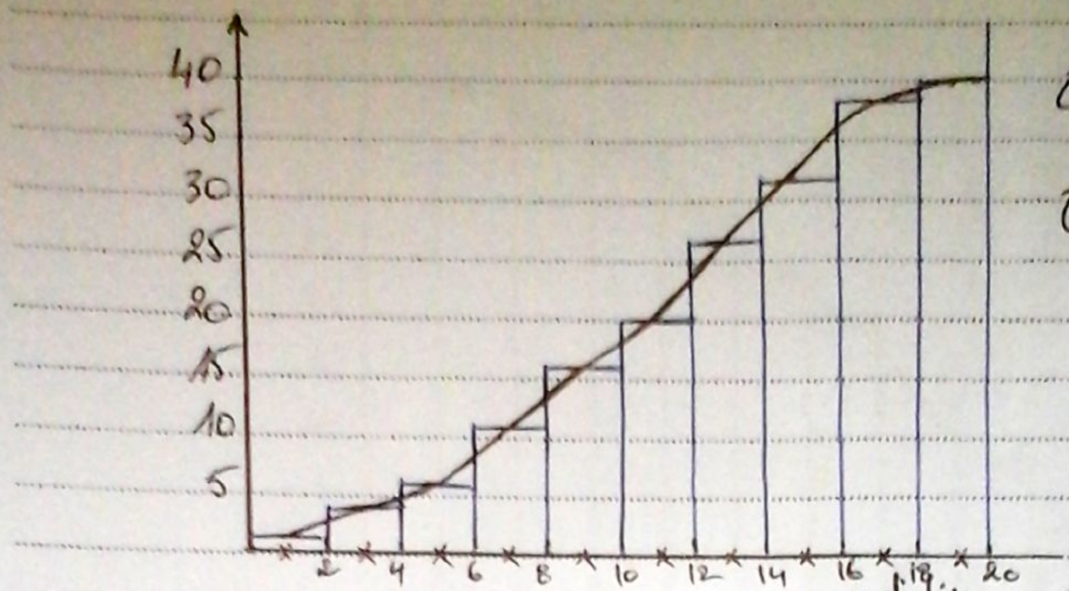
الفئة	fx	fx↗	fx↗ النسبي	fx↗ المئوي
1-0	1	1	$0{,}025 = \frac{1}{40}$	%2,5
3-2	3	4	$0{,}1 = \frac{4}{40}$	%10
5-4	2	6	$0{,}15 = \frac{6}{40}$	%15
7-6	5	11	$0{,}275 = \frac{11}{40}$	%27,5
9-8	5	16	$0{,}4 = \frac{16}{40}$	%40
11-10	4	20	$0{,}5 = \frac{20}{40}$	%50
13-12	7	27	$0{,}675 = \frac{27}{40}$	%67,5
15-14	5	32	$0{,}8 = \frac{32}{40}$	%80
17-16	6	38	$0{,}95 = \frac{38}{40}$	%95
19-18	2	40	$1 = \frac{40}{40}$	%100

فمثلا: عدد الأفراد الذين تحصلوا على أقل من 10، هو 16 فرد، ونسبتهم المئوية هي %40

ويمكن رسم المنحنى والمدرج التكراري التصاعدي كما يلي:



شكل يوضح المنحنى والمدرج التكراري



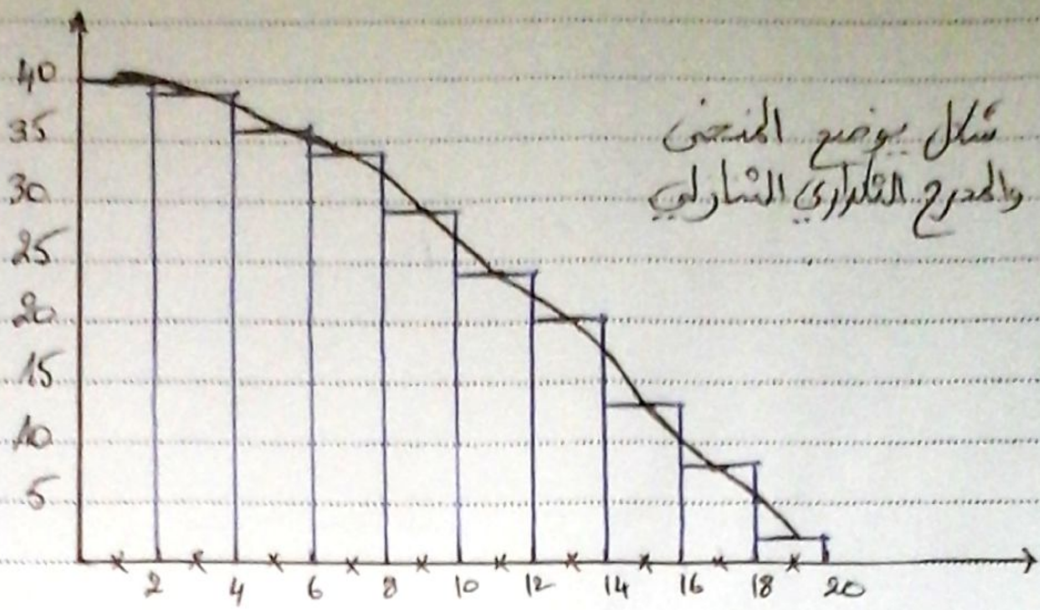
شكل يوضح المدرج والمنحنى التكراري المتجمع الصاعد.

④ التكرار المتجمع النازل:-

نستعمله حينما نريد أن نحصل على عدد الأفراد (أو نسبتهم) الذين حصلوا على درجات أكبر من مستوى معين، ويمكن إنجازه بواسطة الطرح من أعلى إلى أسفل أو بواسطة الجمع من أسفل إلى أعلى كما يلي:-

الفئة	fx	fx ↙	fx ↙ النسبي	fx ↙ المئوي
1-0	1	40	40/40 = 1	%100
3-2	3	39	39/40 = 0,975	%97,5
5-4	2	36	36/40 = 0,9	%90
7-6	5	34	34/40 = 0,85	%85
9-8	5	29	29/40 = 0,725	%72,5
11-10	4	24	24/40 = 0,6	%60
13-12	7	20	20/40 = 0,5	%50
15-14	5	13	13/40 = 0,325	%32,5
17-16	6	8	8/40 = 0,2	%20
19-18	2	2	2/40 = 0,05	%5

من خلال هذا الجدول نعرف عدد الطلبة الذين حصلوا على أعلى من 8، وهو: 29 طالب، ونسبتهم 72,5 %، أما عدد الطلبة الذين حصلوا على أكثر من 16 هو 8 طلبة ونسبتهم هي: 20 %، ويمكن توضيح ذلك بالمدرج والمنحنى التكراري التنازلي كما يلي:-



شكل يوضح المنحنى
والمدرج التكراري التنازلي