LOIS DE PROBABILITÉS USUELLES

VARIABLES ALÉATOIRES DISCRÈTES

Dans le tableau ci dessous, on suppose $n \in \mathbb{N}^*$, $p \in]0,1[$ et $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$.

Loi et Symbole $X \rightsquigarrow$	Probabilités	$\mathbb{E}(X)$	*Var* (X)	Fonction $\phi_X(t) = \mathbb{E}(e^{itX})$
Bernouilli $\mathcal{B}(p)$	$\mathbb{P}(X=0) = 1-p$ $\mathbb{P}(X=1) = p$	p	$p(1-p)$	$1-p+pe^{it}$
Binomiale $\mathcal{B}(n,p)$	$\mathbb{P}(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \mathbb{1}_{\{0,\dots,n\}}(k)$	np	$np(1-p)$	$(1-p+pe^{it})^n$
Binomiale négative $\mathcal{BN}(n,p)$	$\mathbb{P}(X=k) = C_{k-1}^{n-1} p^n (1-p)^{k-n} \mathbb{1}_{\{n..\}}(k)$	$\frac{n}{p}$	$\frac{n(1-p)}{p^2}$	$\left(\frac{pe^{it}}{(1-(1-p)e^{it}}\right)^n$
Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$	$\mathbb{P}(X=k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \mathbb{1}_{\mathbb{N}}(k)$	λ	λ	$e^{\lambda(e^{it}-1)}$
Géométrique $\mathcal{G}(p)$	$\mathbb{P}(X=k) = p(1-p)^{k-1} \mathbb{1}_{\mathbb{N}^*}(k)$	$\frac{1}{p}$	$\frac{(1-p)}{p^2}$	$\frac{pe^{it}}{1-(1-p)e^{it}}$
Hyper géométrique $\mathcal{H}(N,m,n)$	$\mathbb{P}(X=k) = \frac{C_m^k C_{N-m}^{n-k}}{C_N^n} \mathbb{1}_{\{0,\dots,\min(m,n)\}}(k)$	$\frac{nm}{N}$	$\frac{nm(N-n)(N-m)}{N^2(N-1)}$	

VARIABLES ALÉATOIRES CONTINUES

– la fonction Gamma est définie pour $a > 0$ par $\Gamma(a) = \int_0^{+\infty} e^{-x} x^{a-1} dx$.

On a : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\Gamma(n) = (n-1)!$, $\Gamma(1) = 1$, $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$, $\forall a \in]1,+\infty[$, $\Gamma(a) = (a-1)\Gamma(a-1)$.

Dans le tableau ci dessous, on a : $[a,b] \subset \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{R}$, $\sigma \in \mathbb{R}_+^*$, $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$, $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$, $n \in \mathbb{N}^*$

Loi et Symbole $X \rightsquigarrow$	Densité	Espérance	$Var\ (X)$	Fonction $\phi_X(t) = e^{itX}$
Loi Uniforme $\mathcal{U}[a,b]$	$f_X(x) = \frac{1}{b-a} \mathbb{1}_{[a,b]}(x)$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{b-a}{12}$	$\frac{e^{itb}-e^{ita}}{it(b-a)}$
Loi Normale $\mathcal{N}(m,\sigma^2)$	$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \mathbb{1}_{\mathbb{R}}(x)$	m	σ^2	$e^{itm-\frac{\sigma^2 t^2}{2}}$
Loi Exponentielle $\mathcal{E}xp(\lambda) = \mathcal{G}(1,\lambda)$	$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} \mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(x)$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$\left(1 - \frac{it}{\lambda}\right)^{-1}$
Loi Gamma $\mathcal{G}(\alpha,\lambda)$	$f_X(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-\lambda x} x^{\alpha-1} \mathbb{1}_{\mathbb{R}_+^*}(x)$	$\frac{\alpha}{\lambda}$	$\frac{\alpha}{\lambda^2}$	$\left(1 - \frac{it}{\lambda}\right)^{-\alpha}$
Loi du Chi-deux $\chi_n^2 = G(\frac{n}{2},\frac{1}{2})$	$f_X(x) = \frac{2^{-\frac{n}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2})} e^{-\frac{x}{2}} x^{\frac{n}{2}-1} \mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(x)$	n	$2n$	$(1 - 2it)^{-\frac{n}{2}}$
Première loi de Laplace	$f_X(x) = \frac{1}{2} e^{-\lvert x\rvert} \mathbb{1}_{\mathbb{R}}(x)$	0	2	$\frac{1}{1+t^2}$