

Chapitre 2

Analyse Structurale des Mécanismes

Plan du cours:

- Introduction
- Terminologie et définitions
 - Machines; Chaine cinématique; Mécanismes
- Graphes de liaisons et Schémas cinématique
 - Systèmes sans cycle; Systèmes avec cycle
- Nombre cyclomatique et degré de liberté
 - Formule de Grubler; Incohérences
- Applications



1. Introduction

Un mécanisme est un ensemble de pièces et de liaisons organisé. L'analyse de tels mécanismes nécessite une représentation logique conforme à sa structure. Pour cela, on dispose d'outils appropriés, dont on cite essentiellement :

- Graphe de structure (ou graphe des liaisons);
- Schéma cinématique.

Un système mécanique comportant « N » pièces et « L » liaisons peut être représenté par un graphe tel que :

- À chaque pièce on affecte un sommet (vertex);
- À chaque liaison on affecte un arc.

Une classe d'équivalence est un groupe de pièces n'ayant aucun mvt relatif les unes par rapport aux autres pour une phase de fonctionnement donnée.

2. Terminologie et définitions

2.1 Machine

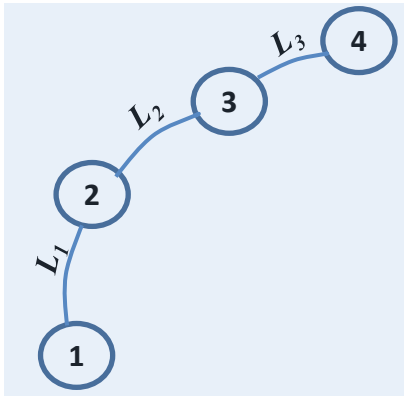
C'est une combinaison de corps à l'aide desquels les forces mécaniques sont utilisées à faire du travail accompagné par un mouvement déterminé. [Reuleaux 19ème siècle].

Exemples de machines : moteur, pompe, etc.

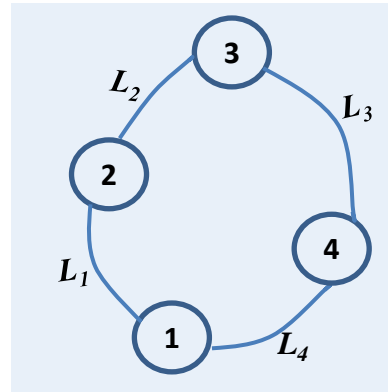
2.2 Chaîne cinématique

Une chaîne cinématique est un ensemble de plusieurs corps liés entre eux par des liaisons.

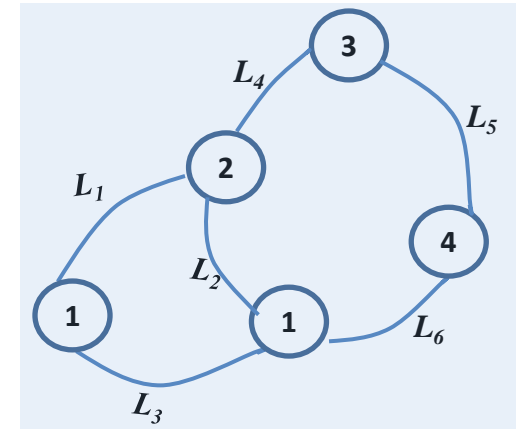
Les chaînes cinématiques sont de 3 types : *ouvertes, fermées et complexes (Figure 1)*



Chaîne continue ouverte
 N pièces, $N-1$ liaisons



Chaîne continue fermée
 N pièces, N liaisons



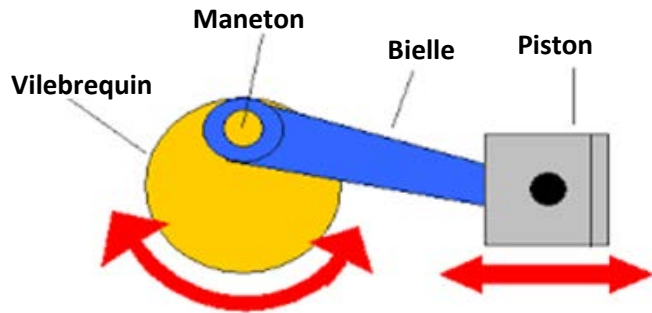
Chaîne continue complexe
 Chaque pièce possède au moins 2 liaisons

Figure 1 : Types de chaînes cinématiques

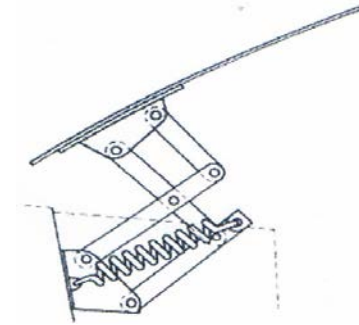
2.3 Mécanisme

C'est un assemblage de corps, liés par des liaisons, pour former une *chaîne cinématique* avec un *élément fixe*, et qui a pour rôle la transformation du mouvement.

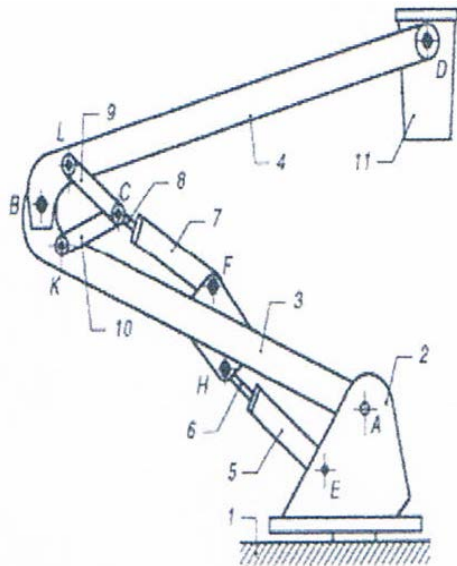
Exemples : systèmes bielle manivelle, mécanisme à came, etc. (Figures 2)



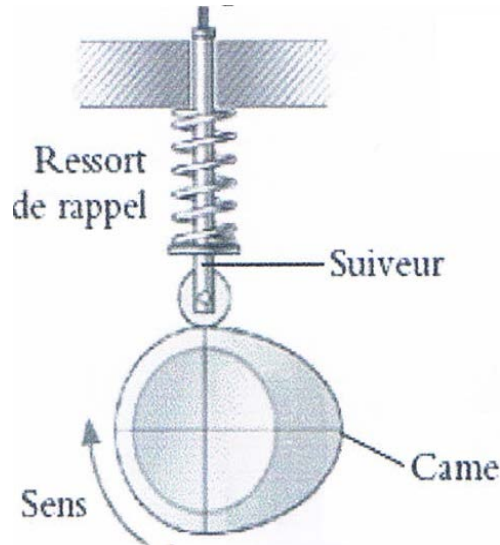
(a) Système bielle – manivelle



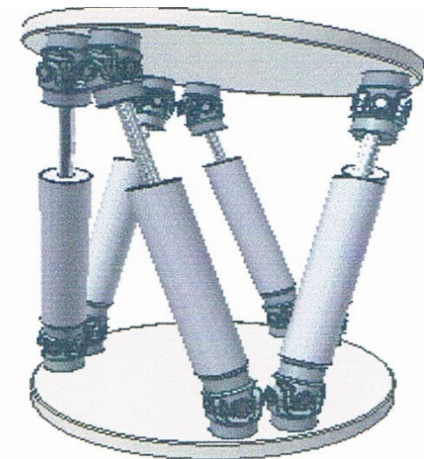
(b) Pédale d'accélérateur



(c) Pelle mécanique hydraulique



(d) Mécanisme à came



**(e) Mécanisme spatial
Plate forme de Gough Stewart**

Figure 2 : Exemples de mécanismes

Parties principales d'un mécanisme :

- La base : pièce fixe ou bâti;
- Les pièces motrices : pièces reliées à la source d'énergie;
- Les pièces travailleuses : les pièces qui exécutent la fonction du mécanisme ;
- Les pièces de transmission : les pièces intermédiaires entre les pièces motrices et les pièces travailleuses.

Mécanisme plan:

Un mécanisme est dit plan si toutes les trajectoires des points des éléments mobiles restent dans des plans parallèles au cours du mouvement.

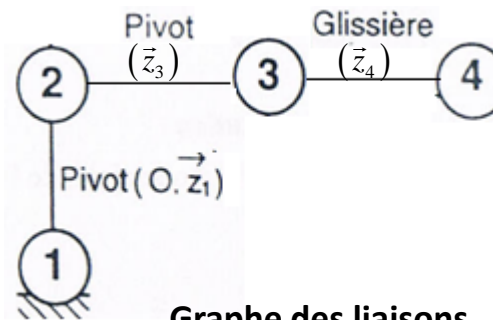
3. Traçage de graphes et schémas cinématique des mécanismes

3.1 Système sans cycle

Exemple1 : Manipulateur 3 axes



Robot 3 axes



Graphe des liaisons
du mécanisme

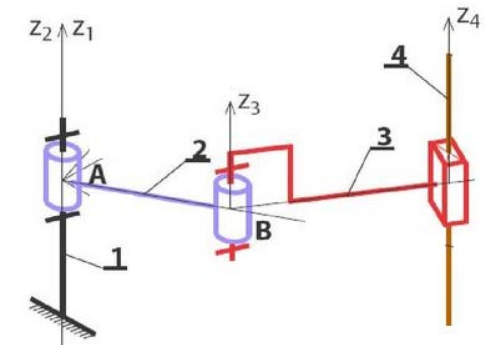


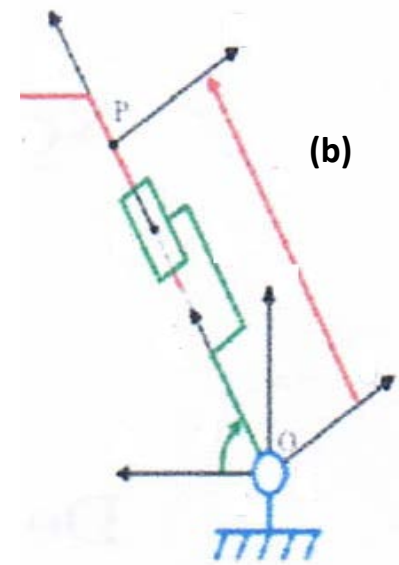
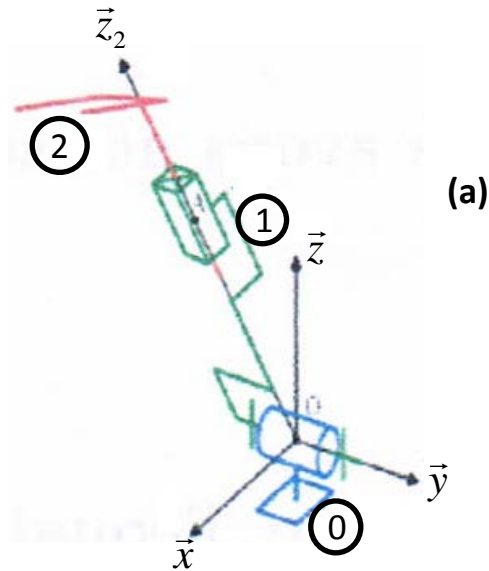
Schéma cinématique
du mécanisme

Figure 3

Exemple2 : Nacelle élévatrice



Figure 4: Nacelle élévatrice



3.2 Système avec cycle

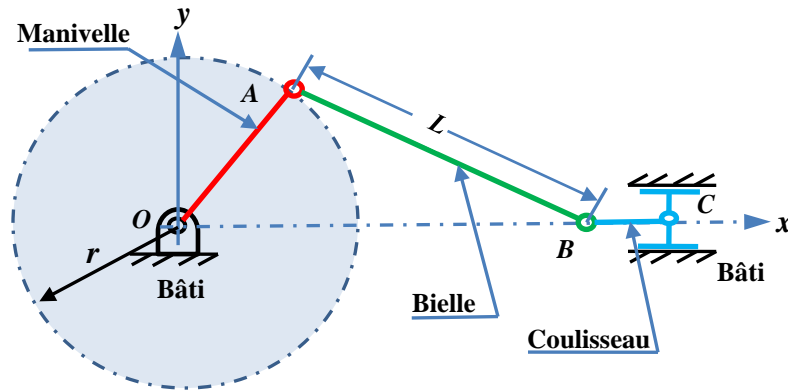
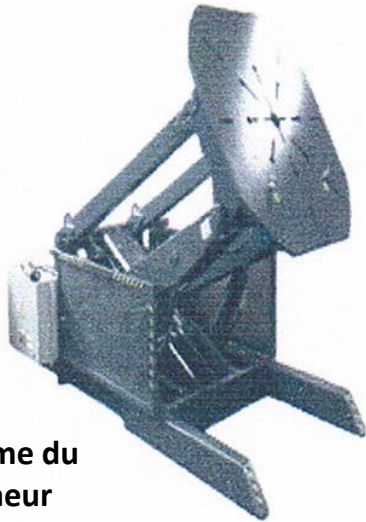


Figure 5 : Système bielle – manivelle



Mécanisme du positionneur

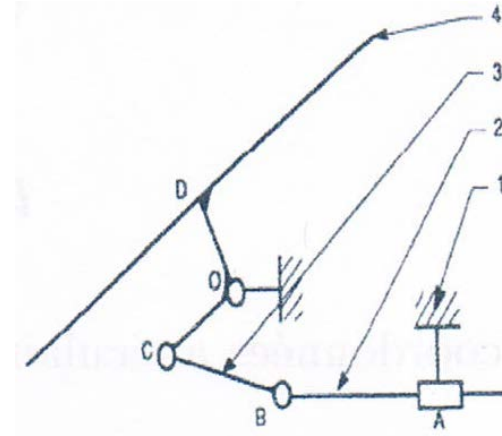
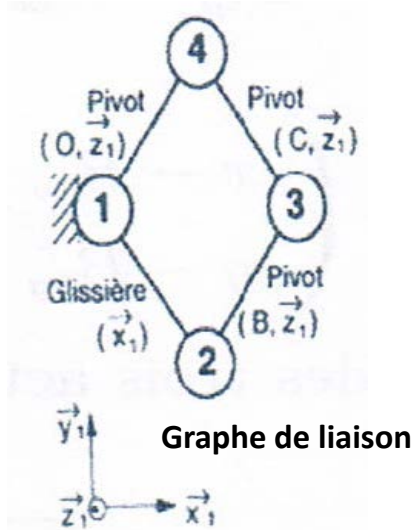
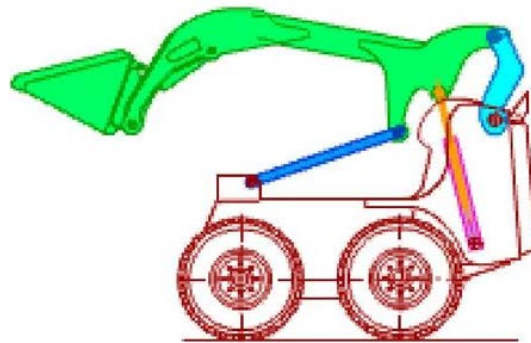
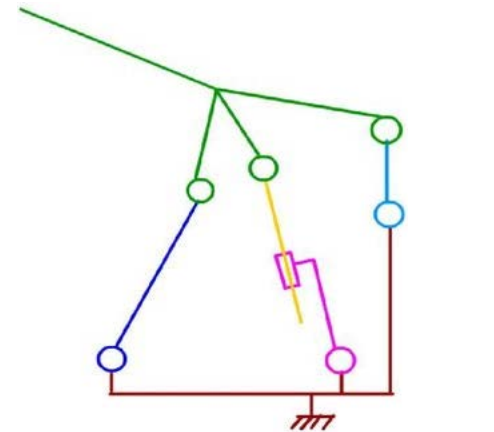


Figure 6 : Positionneur de soudage

Figure 7 : Chargeur



Mécanisme du chargeur



4. Nombre cyclomatique et Degré de liberté des mécanismes

Le graphe de la figure ci – contre admet 3 cycles, dont deux seulement sont indépendants.

Cycles indépendants : le nombre de cycles indépendants c'est l'ensemble minimal de cycles extraits d'un graphe suffisant pour le reconstruire.

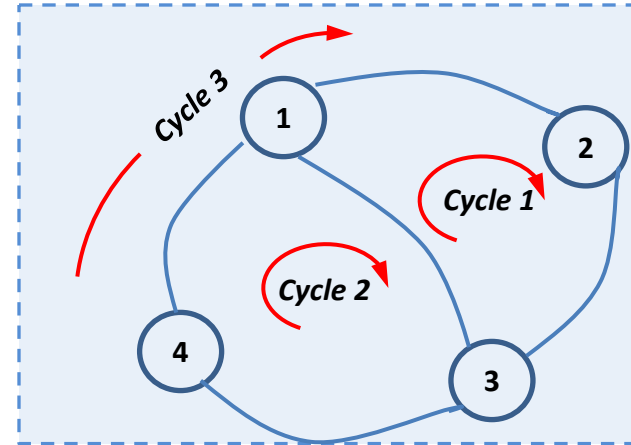


Figure 8 : Graphe de liaisons et Cycles

4.1 Nombre cyclomatique

C'est le nombre de cycles indépendants d'un graphe. Il est calculé par :

$$\gamma = L - N + 1 \quad (1)$$

Avec : L : nombre de liaisons;
 N : nombre de corps;

4.2 Degré de liberté des mécanismes

Définition: C'est le nombre de paramètres indépendants nécessaires pour déterminer complètement la position du mécanisme.

Si $n = N-1$ est le nombre total des pièces mobiles du mécanisme, et p_s le nombre de paires de mobilité s dans ce mécanisme, son nombre de ddl est donné par :

Formule de Grübler

$$w = 6n - \sum_{s=1}^5 (6-s) p_s \quad (2)$$

Une forme explicite de l'équation (2) est donnée par le critère de mobilité de Koudzbach :

$$w = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 \quad (3)$$

Exemple 1

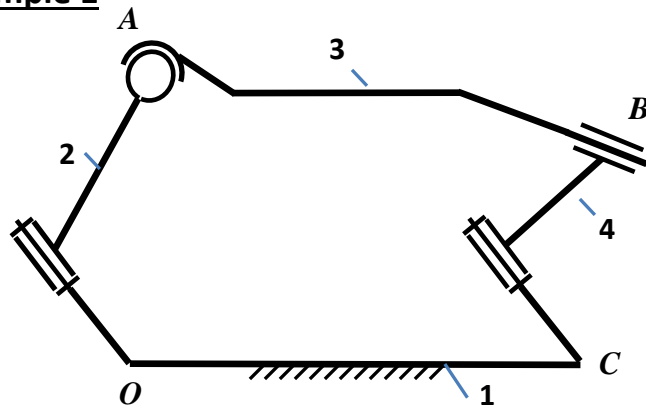


Figure 9

$$w = 6.3 - 4.1 - 3.1 - 2.5 = 1$$

Exemple 2

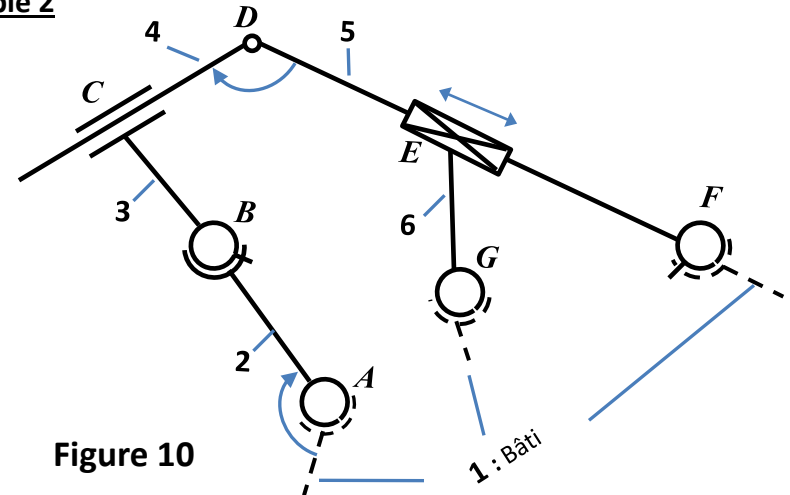


Figure 10

$$w = 6.5 - 5.2 - 4.3 - 3.2 = 2$$

Degré de liberté des mécanismes plans

Un mécanisme est dit plan, si le mouvement de toutes ces pièces se fait dans le même plan ou dans des plans parallèles.

D'après la théorie de Grübler, la mobilité des mécanismes plans peut être calculée par :

$$w = 3n - 2p_5 - p_4 \quad (4)$$

Il est d'usage d'utiliser l'expression suivante :

$$w = 3n - 2b - h \quad (5)$$

Avec :

$b = p_5$: nombre de paires inférieures du mécanisme;

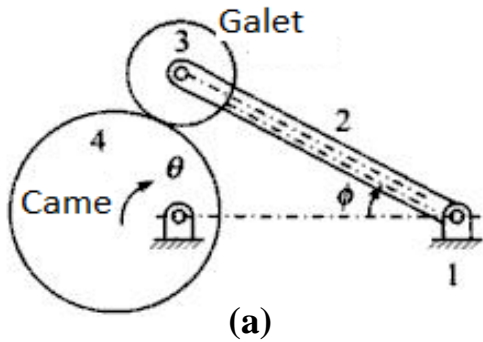
$h = p_4$: nombre de paires supérieures du mécanisme;

Incohérences de la formule de Grübler

Dans bon nombre de cas, l'équation de Grübler semble donner des résultats incorrects, en particulier lorsque :

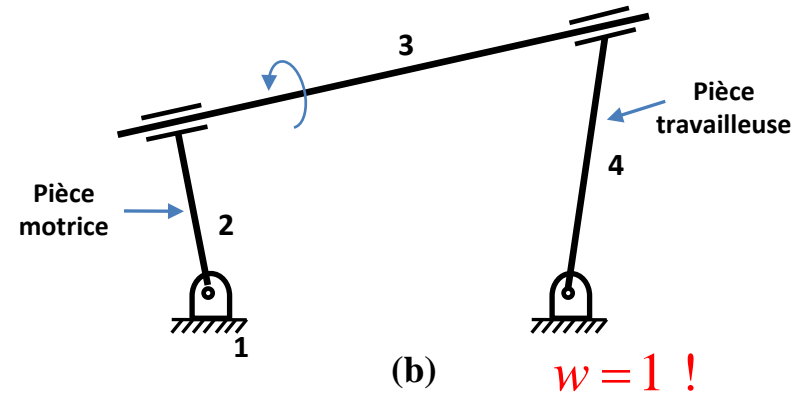
- Le mécanisme a une paire inférieure qui pourrait être remplacée par une paire supérieure, sans influencer le mouvement de sortie;
- Le mécanisme a une paire cinématiquement redondante;
- Le mécanisme possède une pièce avec ddl redondant.

Exemples :



$w = 2 !$

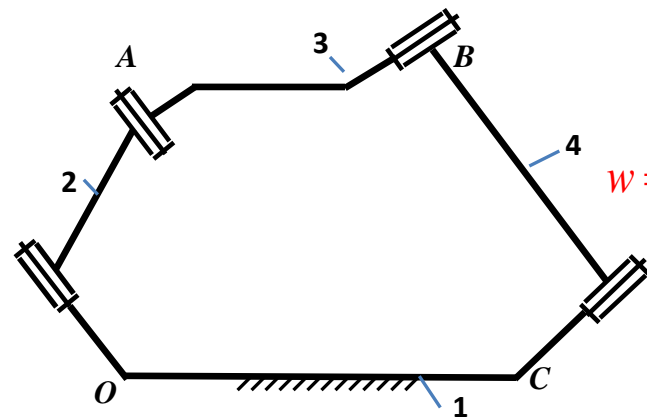
Paire cinématique redondante entre 2 et 3



$w = 1 !$

Rotation de 3 redondante

Figure 9 : mécanisme plan



$w = 6 \times 3 - 5 \times 4 = -2 !$

Si les axes des 4 liaisons pivot sont parallèles alors le mécanisme est à 1 ddl.

$w = 3 \times 3 - 2 \times 2 = 1$

Figure 11 : Cas de mécanisme spatial

4.3 Applications

1. Calculer le nombre de ddl des mécanismes spatiaux suivants.

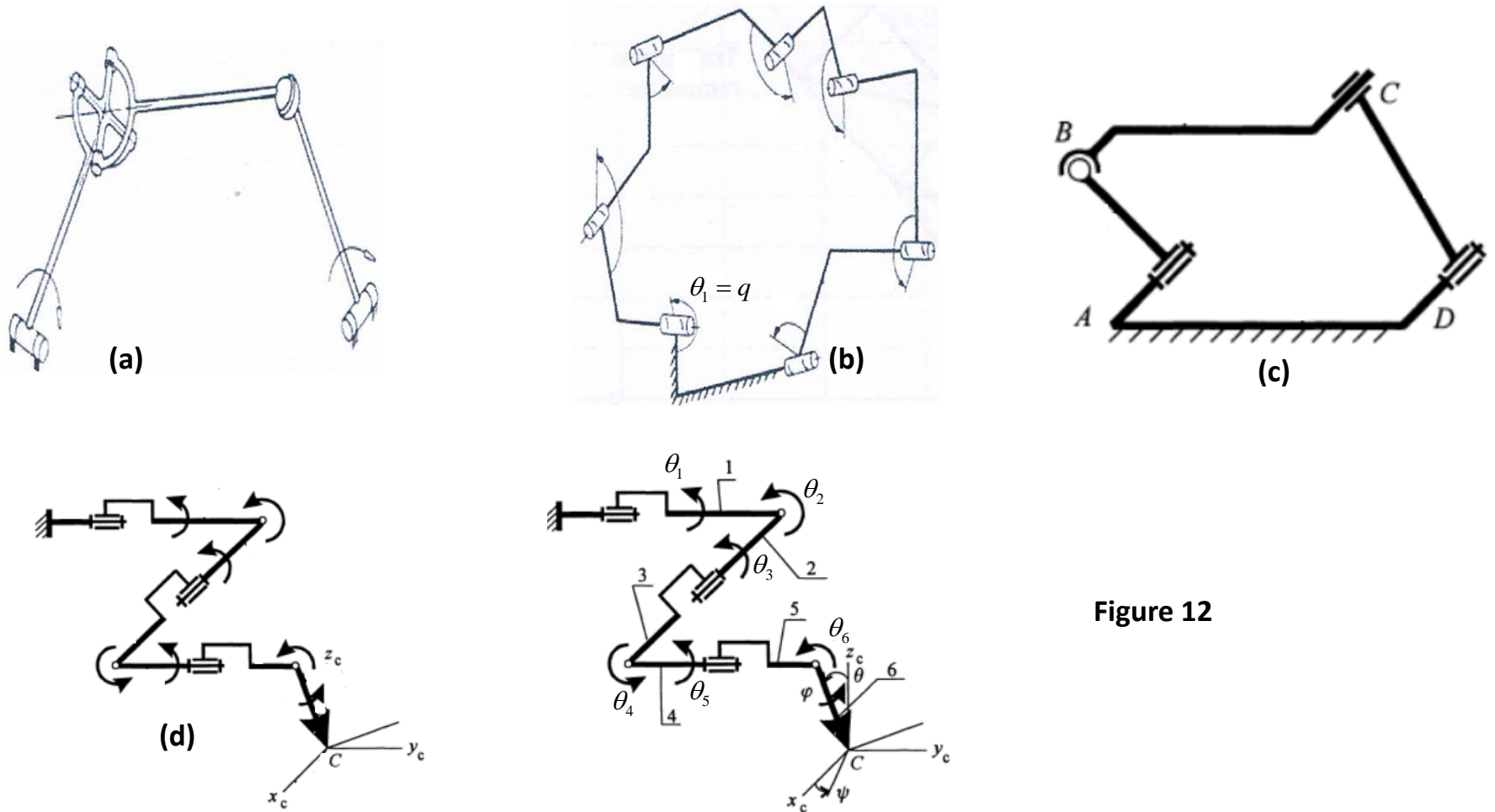
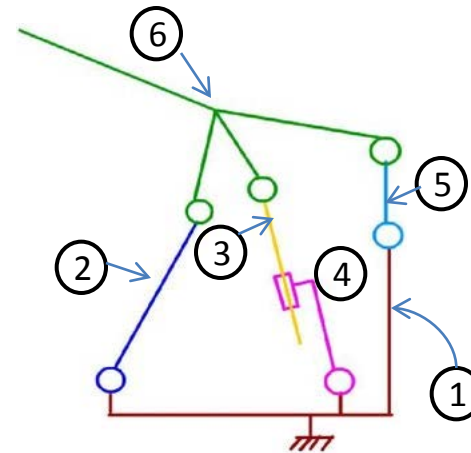
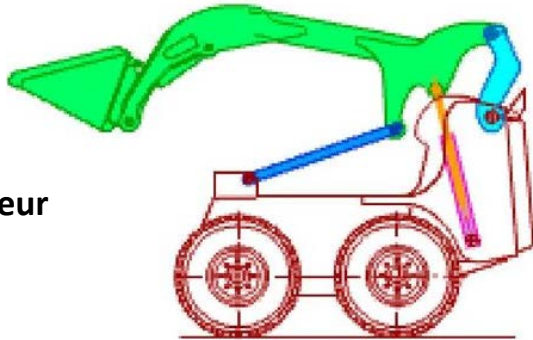


Figure 12

2. Calculer le nombre cyclomatique et le nombre de degré de liberté des mécanismes des figures ci-dessous.

Figure 13 : Chargeur

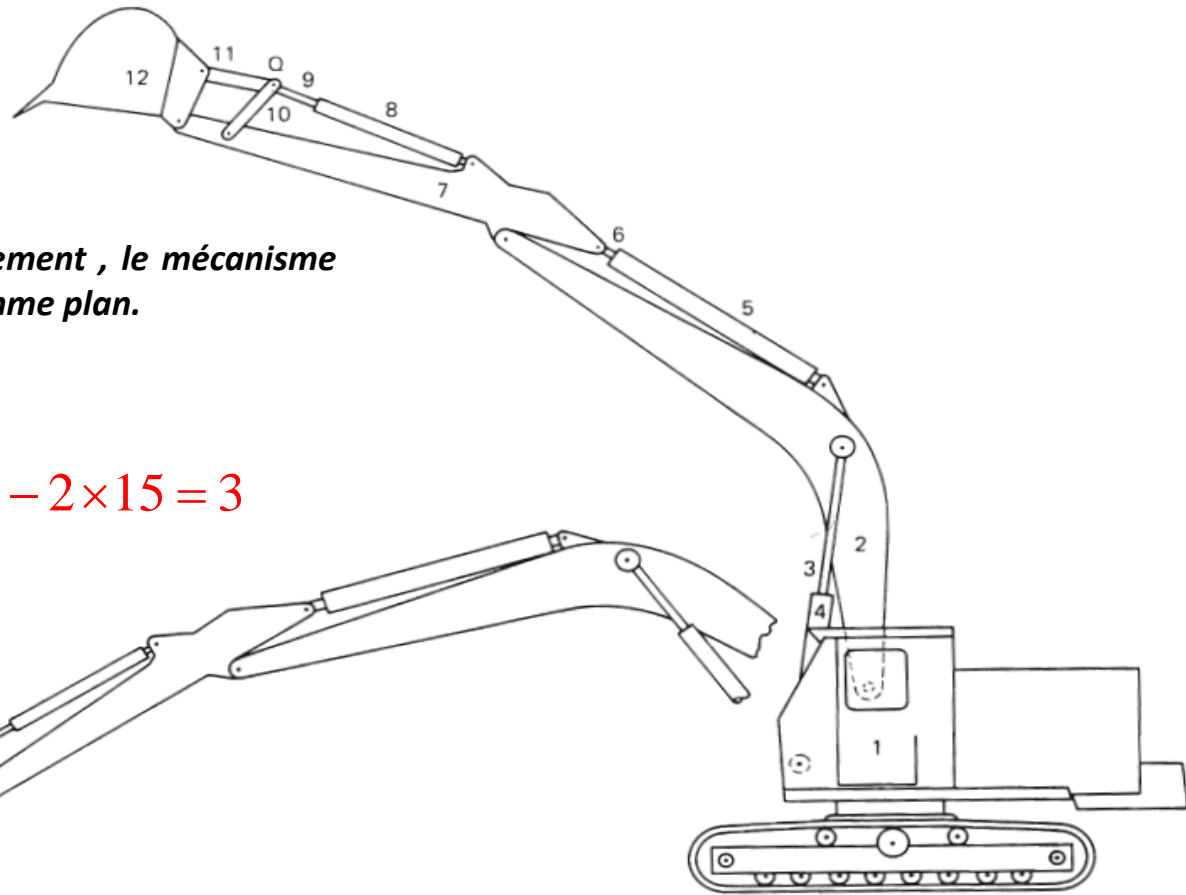


N.B. : Le mécanisme du chargeur est considéré plan puisque toutes les pièces mobiles se déplacent dans le même plan.

$$w = 3.5 - 2.7 - 0 = 1 \text{ ddl}$$

$$\gamma = 7 - 6 + 1 = 2 \text{ cycles}$$

Figure 14 : Pelle hydraulique



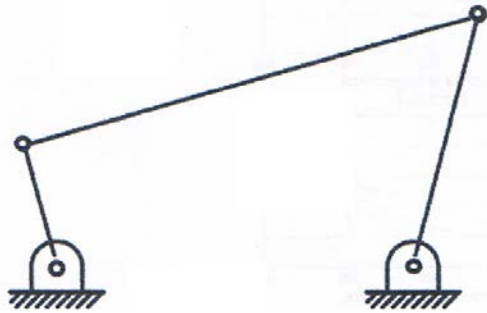
Pour un cycle de fonctionnement , le mécanisme de la pelle est considéré comme plan.

$$w = 3 \times (12 - 1) - 2 \times 15 = 3$$

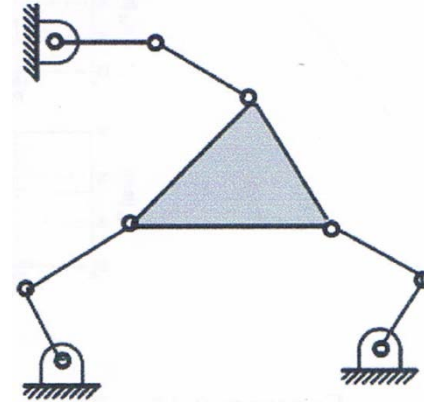
La pelle nécessite trois paramètres d'entrée pour déterminer la position de toutes ses pièces par rapport à la cabine. Ceux-ci sont alimentés par les trois vérins hydrauliques fixés le long de la flèche.

3. Calculer le nombre de ddl des mécanismes plans suivants.

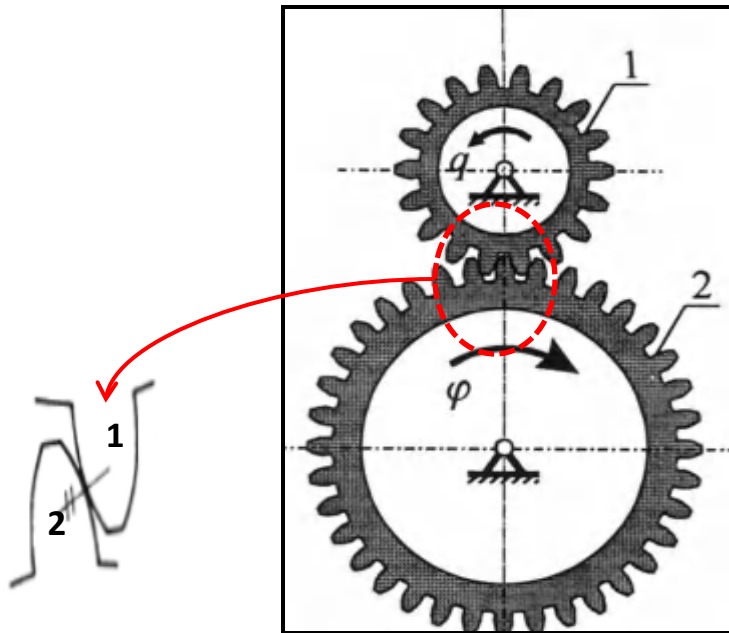
Figure 15



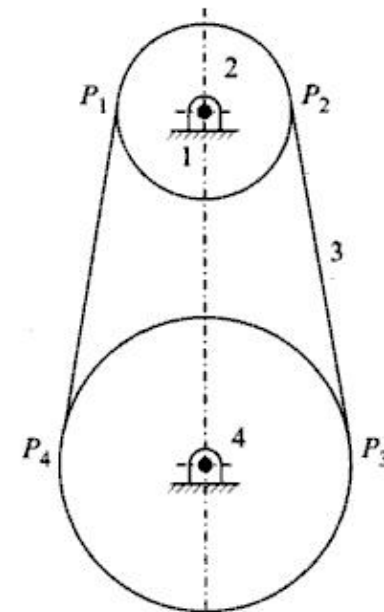
(a) : Système 4 barres articulées



(b) : Robot parallèle plan

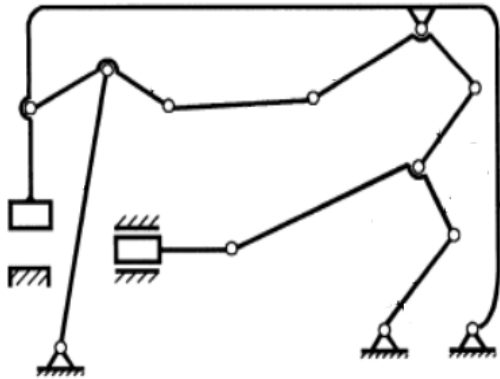


(d) : Engrenage

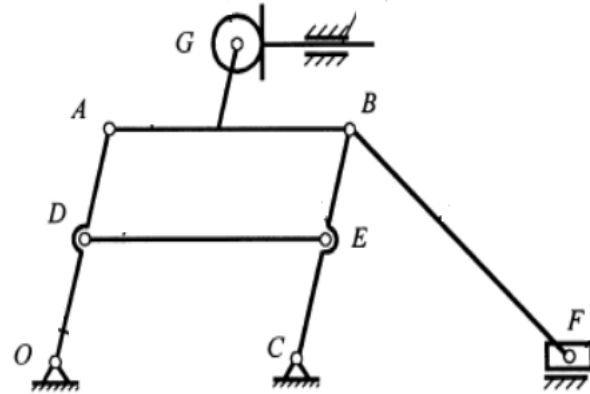


(e) : Système poulie – courroie

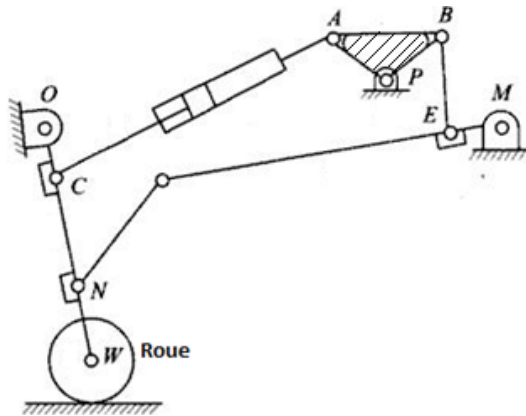
4. Calculer le degré de liberté et le nombre cyclomatique des mécanismes de la figure 16 (a), (b), (c) et (d).



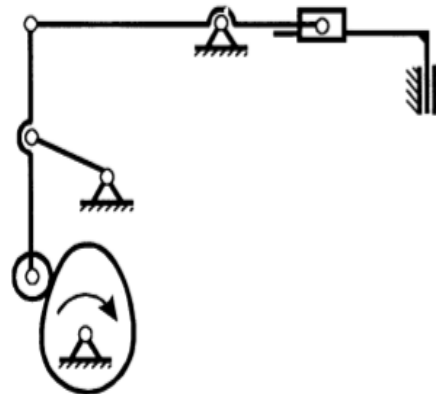
(a) Machine à forger horizontale



(b) Mécanisme contraint



(c) : Mécanisme de train d'atterrissage d'un avion



(d) Mécanisme à came

Figure 15