Chapitre III :

Traction et compression.

Objectifs	Déterminer la répartition des contraintes dans une section de poutre sollicitée à la traction. Vérifier la condition de résistance et de rigidité pour une poutre sollicitée à la traction. Dimensionner une poutre sollicitée à la traction.
Pré-requis	Torseur de cohésion. Contrainte normale.
Eléments de contenu	Essai de traction, Déformations, Contraintes. Condition de résistance en traction. Condition de rigidité en traction. Concentration de contraintes

I. Introduction :

Définition : Traction/compression.

On dit qu'une poutre (E) travaille en extension simple (ou en compression simple) quand elle est soumise à deux forces axiales directement opposées, appliquées au centre de surface des sections extrêmes qui tendent à l'allonger (ou à la raccourcir).

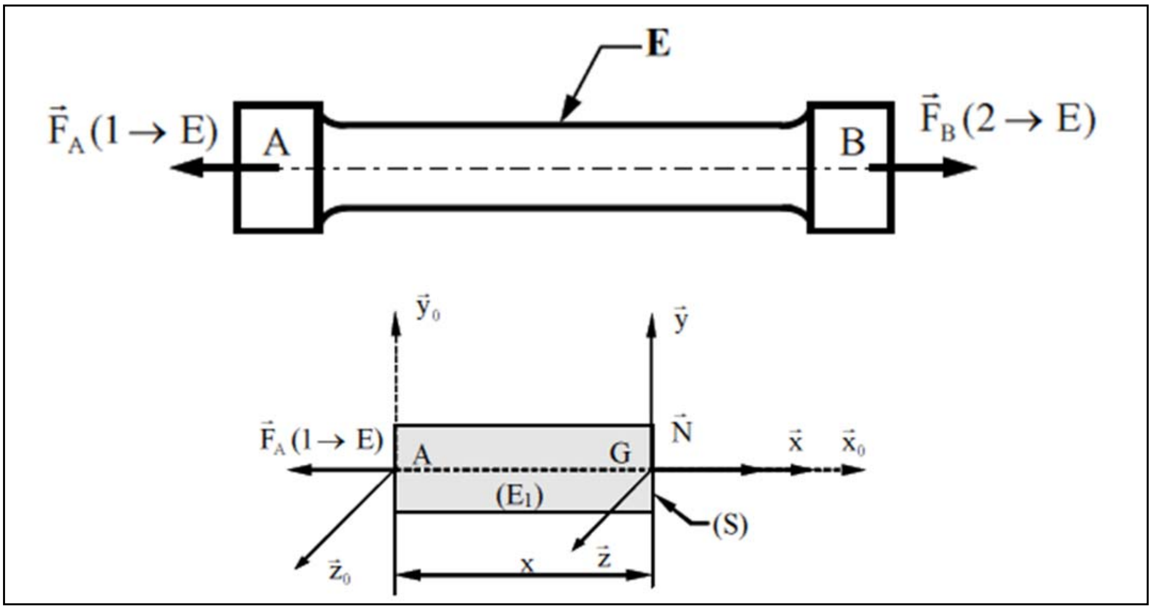

Figure 3.1 : Poutre sollicitée en traction.

Les éléments de réduction en G du torseur des efforts de cohésion s'expriment par :

$$\{\tau_{Coh}\}_G = \begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$$

En Traction : N>0

En compression N<0.

II. Essai de traction.

II.1. But et principe :

Il permet de déterminer la Limite élastique et la Résistance à la rupture des différends matériaux. Il permet de définir les caractéristiques de résistance des matériaux.

Cet essai consiste à soumettre à 20°C une « éprouvette » de longueur l à un effort de traction, progressivement croissant, généralement jusqu'à la rupture de l'éprouvette.

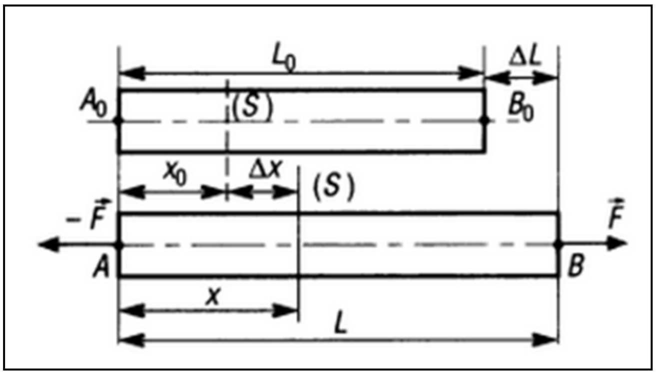

Figure 3.2 : Allongement d'une éprouvette sollicitée en traction

A chaque incrément d'effort, la contrainte normale et la déformation de la barre sont portées sur une courbe. Cette opération est effectuée régulièrement jusqu'à la rupture de la barre. On obtient ainsi la courbe contrainte - déformation caractérisant le matériau. Elle a généralement (de manière simplifiée) l'allure montrée sur la figure 3.3.

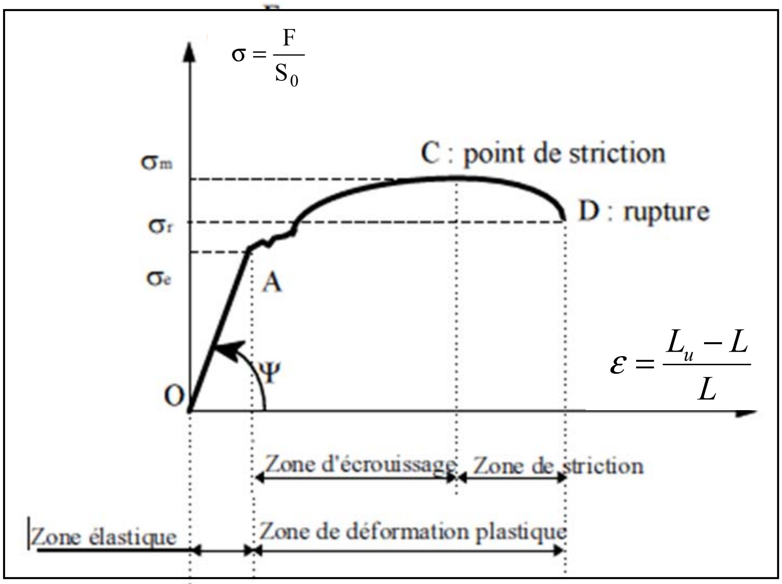

Figure 3.3 : Courbe contrainte - déformation dans un essai de traction

$\sigma = \frac{F}{S_0}$: Contrainte de traction [MPa]

F : effort de traction[N]

S_0 : section initiale de l'éprouvette [mm^2]

La partie (OA) est la partie élastique. La limite élastique n'est pas atteinte. La barre reprend sa forme initiale si l'expérience est interrompue dans cette zone. La pente **E** de la droite (OA) est appelée module d'élasticité linéaire ou module de Young .

La relation entre la contrainte et la déformation dans la zone élastique est donnée par la loi de Hooke: σ=Eε

La partie (AB) est la partie plastique. La limite élastique est dépassée. Si l'expérience est interrompue (point C), la barre ne reprend pas sa forme initiale.

II.2. caractéristiques mécaniques :

Les caractéristiques mécaniques tirées de l'essai sont :

- Limite élastique : Elle peut être apparente (**R_e** ou **σ_e**) ou conventionnelle (**$R_{e0,2}$**)
- Module d'élasticité longitudinale ou module de Young : **E**.
- Résistance à la rupture : **σ_r** ou **R_r** .
- Contrainte maximale : **σ_m** ou **R_m** .
- Allongement : $A\% = \frac{L_u - L}{L} \times 100$

  Après rupture l'éprouvette a une longueur ultime **l_u** avec l étant la longueur initiale.

III. Etude des déformations :

L'allongement Δx est le même pour tous les points d'une section droite (S) repérée par x.

Il s'en suit que l'allongement unitaire $\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$ (sans unité) est le même en tout point de section.

En général, on néglige la variation de la section, c'est à dire la déformation transversale (striction) : $\varepsilon_y = -\upsilon \varepsilon_x$, υ étant le coefficient de Poisson caractérisant le rapport entre l'allongement relatif de la poutre ε_x et la contraction latérale (raccourcissement) ε_y .compris entre 0.3 et 0.5 pour les aciers.

IV. Contraintes en traction-compression :

Chaque élément de surface supporte un effort de traction parallèle à la ligne moyenne.

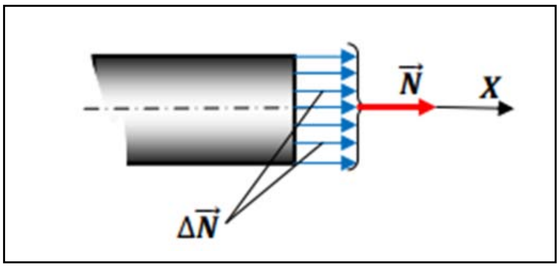

Figure 3.4 : Répartition uniforme des contraintes.

Il y a répartition uniforme des contraintes dans la section droite. D'où :

$$\vec{C}(M, \vec{n}) = \sigma\vec{x} \quad \text{et comme} \quad N = \iint_s \sigma.dS = \sigma.S \text{, on aura : } \sigma = \frac{N}{S}$$

N[N] ; S[mm²] ; σ[MPa]

Cette relation peut éventuellement être algébrique. On obtiendra alors :

- une contrainte σ < 0 en compression.
- une contrainte σ > 0 en traction.

V. Condition de résistance :

Les contraintes développées dans les poutres doivent rester dans le domaine élastique.
En général, on adopte un coefficient de sécurité s.
La condition de résistance pour une contrainte normale d'extension est :

- *En extension* : $\sigma = \dfrac{N}{S} \leq R_{pe} = \dfrac{\sigma_e}{s}$

On pose R_{pe} contrainte pratique à l'extension en [MPa]

- *En compression :* $\sigma = \dfrac{N}{S} \leq R_{pc} = \dfrac{\sigma_e}{s}$

On pose R_{pc} : contrainte pratique à la compression en [MPa]

VI. Condition de rigidité :

Pour des raisons fonctionnelles (problèmes d'alignement d'appui, cahier des charges…), il est parfois important de limiter l'allongement. Il doit rester inférieur à une valeur limite $\Delta l \langle \Delta l_{\lim}$.

D'après la loi de Hooke :

$$\begin{cases} \sigma = E.\varepsilon = E.\dfrac{\Delta l}{l} \\ \sigma = \dfrac{N}{S} \end{cases} \Rightarrow \Delta l = \frac{N.l}{E.S}$$

VII. Phénomène de concentration de contrainte :

Lorsqu'une poutre possède une variation brusque de sa section, les hypothèses de la Résistance des matériaux ne sont plus vérifiées. En traction, la répartition de la contrainte normale σ n'est plus uniforme. La valeur de la contrainte augmente au voisinage de ces singularités.
Pour rendre compte de cette augmentation, on multiplie la contrainte nominale par un coefficient k_t appelé coefficient de concentration de contraintes.

$$\sigma_{\max} = k_t.\sigma_{nom}$$

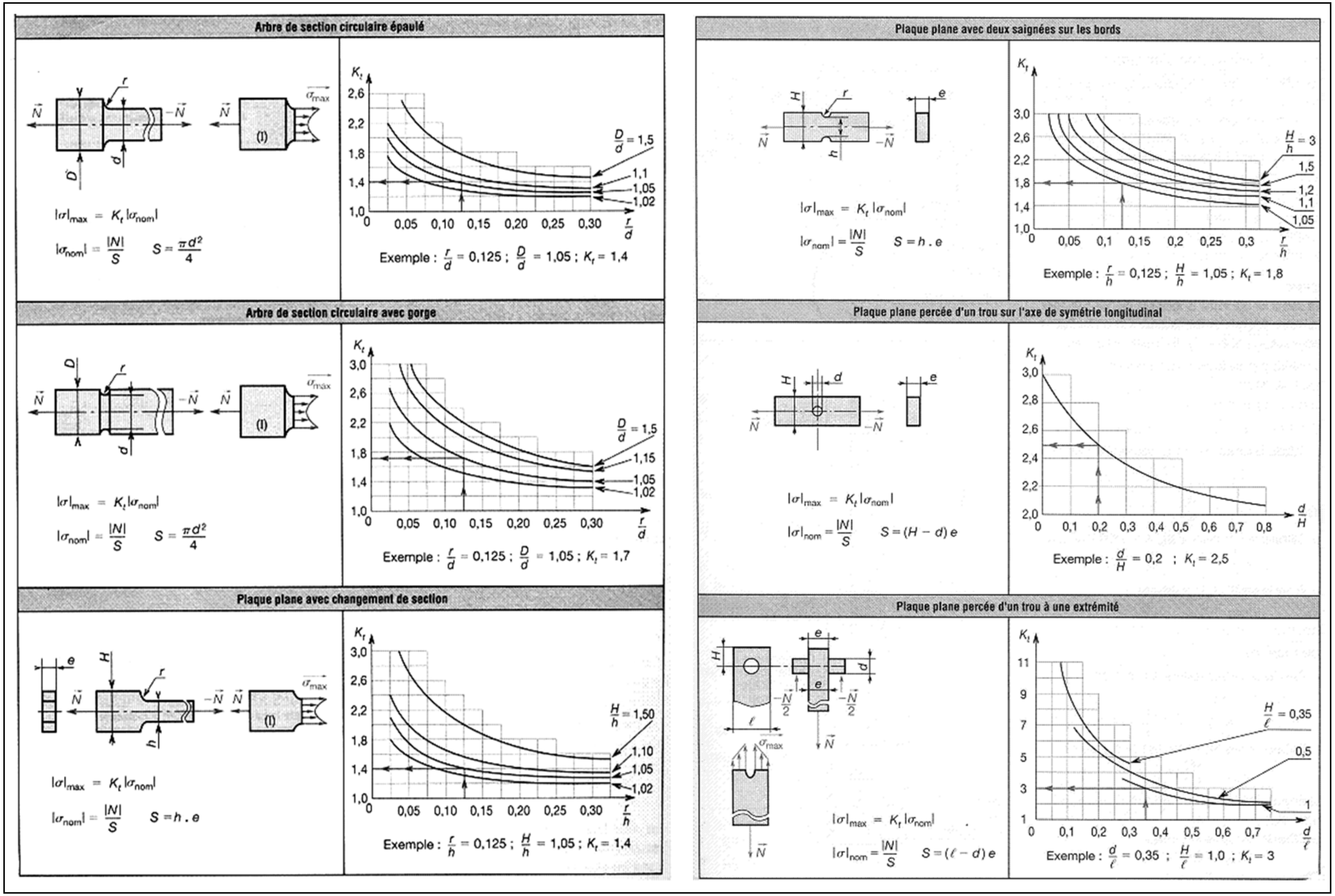

Figure 3.5 : Coefficient de concentration de contrainte k_t.

VII. Application :

VII.1. Enoncé :

Une barre d'acier de 10 mm de diamètre reçoit une force de traction de 12560 N.

Quelle sera l'allongement de la barre de 5 mètres si la E N mm = 210000 N/mm^2. Quelle sera alors la contrainte dans cette barre ?

VII.I. Corrigé :

Solution :

Recherche de la section de la barre :

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times 10^2}{4} = 78.54\ mm^2$$

L'allongement de la barre :

$$\Delta l = \frac{N\ l_0}{E\ A} = \frac{12560 \times 5000}{210000 \times 78.54} = 3.8\ mm$$

La contrainte sera égale à :

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{12560}{78.54} = 159.9\ N/mm^2 \approx 160\ N/mm^2$$