DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES

1 - DEFINITIONS

*Le **débit** est le quotient de la quantité de fluide qui traverse une section droite de la conduite par la durée de cet écoulement.*

1.1 - Débit-masse

$$\boxed{q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t}}$$

Si Δm est la masse de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps Δt, par définition le débit-masse est : unité : $kg \cdot s^{-1}$

1.2 - Débit-volume

$$\boxed{q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t}}$$

Si ΔV est le volume de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps Δt, par définition le débit-volume est : unité : $m^3 \cdot s^{-1}$.

1.3 - Relation entre q_m et q_V

La masse volumique est donnée par la relation : $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$ d'où : $q_m = \rho\, q_V$

Remarques **:**

Les liquides sont incompressibles et peu dilatables (masse volumique constante) ; on parle alors d'**écoulements isovolumes**.

Pour les **gaz**, la masse volumique dépend de la température et de la pression. Pour des vitesses faibles (variation de pression limitée) et pour des températures constantes on retrouve le cas d'un écoulement isovolume.

1.4 - Écoulements permanents ou stationnaires

Un régime d'écoulement est dit ***permanent*** ou ***stationnaire*** si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, ...), ont une valeur constante au cours du temps.

2.3 - Expression du débit en fonction de la vitesse v

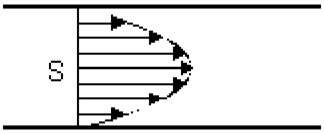
Le débit-volume est aussi la quantité de liquide occupant un volume cylindrique de base S et de longueur égale à v, correspondant à la longueur du trajet effectué pendant l'unité de temps, par une particule de fluide traversant S.

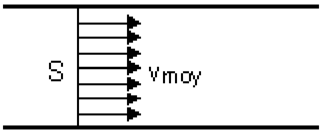
Il en résulte la relation importante / $\Delta V = S * \Delta L$ / $\Delta L / \Delta t = V$

$$\boxed{q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t}}$$

$$\boxed{q_V = v\, S}$$

2.4 - Vitesse moyenne





En général la vitesse v n'est pas constante sur la section S d'un tube de courant ; on dit qu'il existe un **profil de vitesse** (à cause des forces de frottement). Le débit-masse ou le débit-volume s'obtient en intégrant la relation précédente :

Dans une section droite S de la canalisation, on appelle **vitesse moyenne** v_m la vitesse telle que :

$$\boxed{v_{moy} = \frac{q_V}{S}}$$

La vitesse moyenne v_{moy} apparaît comme la vitesse uniforme à travers la section S qui assurerait le même débit que la répartition réelle des vitesses.

Si l'écoulement est isovolume, cette vitesse moyenne est inversement proportionnelle à l'aire de la section droite.

$$\boxed{q_V = v_{1moy} S_1 = v_{2moy} S_2 = Cte}$$

C'est **l'équation de continuité**.

$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}$ La vitesse moyenne est d'autant plus grande que la section est faible.

3 - Théorème de BERNOULLI

3.1 - Le phénomène

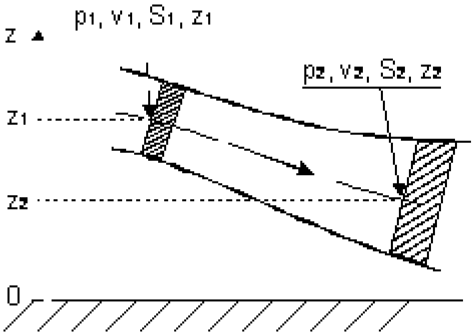
Observations

- Une balle de ping-pong peut rester en suspension dans un jet d'air incliné.
- Une feuille de papier est aspirée lorsqu'on souffle dessus.

Conclusion : La pression d'un fluide diminue lorsque sa vitesse augmente.

3.2 - Théorème de Bernoulli pour un écoulement permanent d'un fluide parfait incompressible

Un *fluide parfait* est un fluide dont l'écoulement se fait *sans frottement*.



On considère un écoulement permanent isovolume d'un fluide parfait, entre les sections S_1 et S_2, entre lesquelles il n'y a aucune machine hydraulique, (pas de pompe, ni de turbine).

Soit m la masse et V le volume du fluide qui passe à travers la section S_1 entre les instants t et t+Δt. Pendant ce temps la même masse et le même volume de fluide passe à travers la section S_2. Tout se passe comme si ce fluide était passé de la position (1) à la position (2).

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à ce fluide entre les instants t et t+Δt (la variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces extérieures : poids et forces pressantes), on obtient :

$$\boxed{\rho\frac{v^2}{2} + \rho g z + p = Cte}$$

p est la <u>pression statique</u>, $\rho g z$ est la <u>pression de pesanteur</u>, $\rho\frac{v^2}{2}$ est la <u>pression cinétique</u>.

Tous les termes s'expriment en pascal.

$$\boxed{\frac{v^2}{2g} + z + \frac{p}{\rho g} = H = Cte}$$

En divisant tous les termes de la relation précédente par le produit g, on écrit tous les termes dans la dimension d'une hauteur (pressions exprimées en mètres de colonne de fluide).

H est la <u>Hauteur totale</u>, $\frac{p}{\rho g}$ est la <u>Hauteur de Pression</u>, z est la <u>cote</u>, $\frac{v^2}{2g}$ est la <u>Hauteur cinétique</u>, $z + \frac{p}{\rho g}$ est la <u>Hauteur piézométrique</u>.

3.3 - Cas d'un écoulement (1)→(2) sans échange de travail

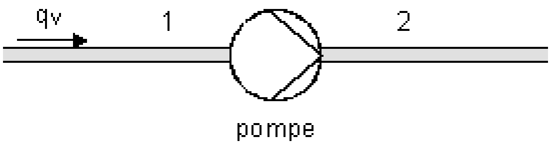
Lorsque, dans un écoulement d'un fluide parfait, il n'y a aucune machine (ni pompe ni turbine) entre les points **(1)** et **(2)** d'une même ligne de courant, la relation de Bernoulli peut s'écrire sous l'une ou l'autre des formes suivantes :

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho\left(v_2^2-v_1^2\right)+\rho g\left(z_2-z_1\right)+\left(p_2-p_1\right)=0}$$

ou

$$\boxed{\frac{1}{2g}\left(v_2^2-v_1^2\right)+\left(z_2-z_1\right)+\frac{\left(p_2-p_1\right)}{\rho g}=0}$$

3.4 - Cas d'un écoulement (1)→(2) avec échange d'énergie



Lorsque le fluide traverse une machine hydraulique, il échange de l'énergie avec cette machine sous forme de travail ΔW pendant une durée Δt. La puissance P échangée est $P=\frac{\Delta W}{\Delta t}$

Unités : P en watt (W), W en joule (J), t en seconde (s).

- P > 0 si l'énergie est reçue par le fluide (ex. : pompe) ;
- P< 0 si l'énergie est fournie par le fluide (ex. : turbine).

Si le débit-volume est q_v, la relation de Bernoulli s'écrit alors : $\boxed{\frac{1}{2}\rho\left(v_2^2-v_1^2\right)+\rho g\left(z_2-z_1\right)+\left(p_2-p_1\right)=\frac{P}{q_v}}$