

Introduction

Dans ce chapitre, on étudie l'hydrostatique (la statique des fluides) qui s'occupe des conditions d'équilibre des fluides au repos et l'interaction des fluides avec les surfaces et les corps solides immergés, on notera que les forces de frottement qui sont dues essentiellement à la viscosité ne se manifestent pas (pas d'écoulement) et l'étude reste valable pour les fluides réels.

LA PRESSION

1- Définition

La pression est définie comme une force dirigée vers l'extérieur qui s'exerce perpendiculairement à la surface de la paroi. Donc la pression est le rapport de la force par unité de surface

$$P = F/S ; [Pa]$$

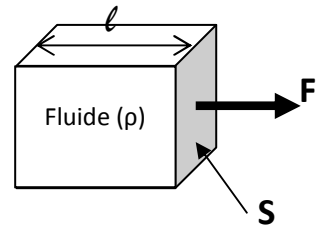


Fig.1

Rq : $P = (F/S) ; N/m^2 = (F \cdot \ell/S \cdot \ell) = W/V$ c.-à-d. travail/volume donc J/m^3

Pour le SI $1 Pa = 1 N/m^2 = 1 J/m^3 = 1 kg/m \cdot s^2$

2- Pression en point d'un fluide

La pression est une grandeur scalaire. C'est l'intensité de la composante normale de la force qu'exerce le fluide sur l'unité de surface. Elle est définie en un point A d'un fluide par l'expression suivante :

$$P_A = \frac{\|\vec{dF}_N\|}{dS}$$

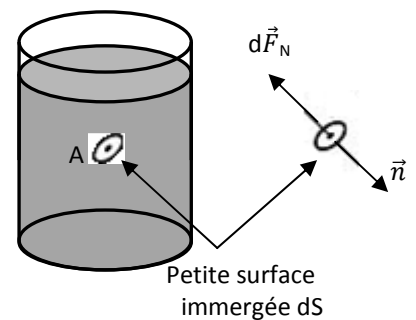


Fig.2 : Forces pressantes s'exercent sur l'élément de surface immergée

où :

dS : Surface élémentaire de la facette de centre A en m^2 ,

\vec{n} : Vecteur unitaire en A de la normale extérieure à la surface,

\vec{dF}_N : Composante normale de la force élémentaire de pression

qui s'exerce sur la surface en N,

P_A : pression en A en Pa,

Sur la surface de centre A, d'aire dS , orientée par sa normale

extérieure \vec{n} , la force de pression élémentaire $d\vec{F}$ s'exprime par :

$$d\vec{F} = -P_A \cdot dS \cdot \vec{n}$$

Dans un fluide en équilibre la pression est indépendante de la direction, pour montrer cela, on prend un élément du liquide à une profondeur quelconque d'un réservoir plein de liquide ouvert à l'atmosphère

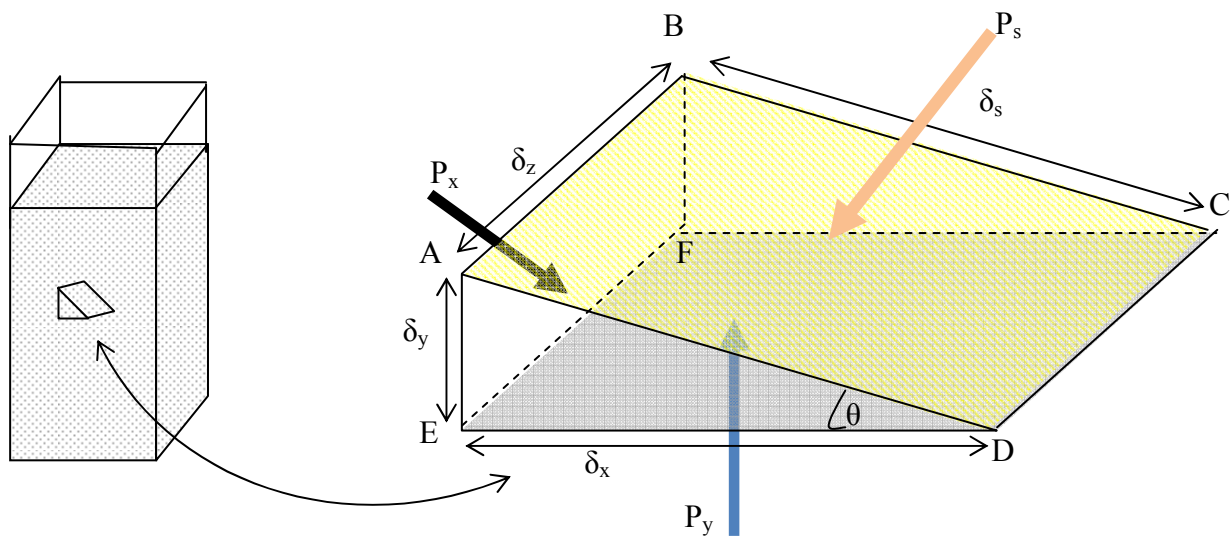


Fig.3 : Pression en un point d'un liquide en équilibre

Considérons un élément d'un liquide ABCDEF (prisme triangulaire) et soient P_x , P_y et P_s les pressions dans les 3 directions x , y et s .

En équilibre statique, la somme des forces est égale à zéro :

➤ Selon la direction x :

La force due à P_x : $F_{xx} = P_x \cdot (ABFE) = P_x \cdot \delta_y \delta_z$

La force due à P_y : $F_{yx} = 0$

La force due à P_s : $F_{sx} = -P_s \cdot (BCDE) \sin\theta = -P_s \cdot \delta_s \delta_z \cdot \delta_y / \delta_s$; $\sin\theta = \delta_y / \delta_s$

$$\text{Donc } F_{sx} = -P_s \cdot \delta_z \cdot \delta_y$$

Puisque le fluide est au repos, on a : $F_{xx} + F_{yx} + F_{sx} = 0$

$$\text{D'où : } P_x \cdot \delta_y \delta_z - P_s \cdot \delta_z \cdot \delta_y = 0 \Rightarrow \mathbf{P_x = P_s}$$

➤ Selon la direction y :

La force due à P_y : $F_{yy}=P_y \cdot (DCFE)=P_y \cdot \delta_x \delta_z$

La force due à P_x : $F_{xy}=0$

La force due à P_s : $F_{sy} = -P_s \cdot (ABCD)\cos\theta = -P_s \cdot \delta_s \delta_z \cdot \delta_x / \delta_s$; $\cos\theta = \delta_x / \delta_s$

$$\text{Donc } F_{sx} = -P_s \cdot \delta_z \cdot \delta_x$$

Puisque le fluide en repos, on a : $F_{yy} + F_{xy} + F_{sy} = 0$

$$\text{D'où : } P_y \cdot \delta_x \delta_z - P_s \cdot \delta_z \cdot \delta_x = 0 \Rightarrow \mathbf{P_y = P_s}$$

$$\text{Finalement } \mathbf{P_x = P_y = P_s}$$

On conclure que *La pression d'un fluide en un point est la même dans toutes les directions*

3- Autres unités

- ✓ Le bar : 1 bar = 100 000 Pa.
- ✓ L'atmosphère normale (symbole atm) : 1 atm = 101 325 Pa.
- ✓ Le pièze est une unité dérivée du système mètre-tonne-seconde (système mts) utilisé dans l'ancienne Union Soviétique entre 1933 et 1955 : 1 pz = 1 000 Pa.
- ✓ Le millimètre de mercure (symbole mmHg), encore appelé torr en hommage au physicien italien Evangelista Torricelli : 1 mmHg = 1 torr = 133,3 Pa.
- ✓ Le pouce (ou inch) de mercure (symbole inHg) : 1 inHg ≈ 33,86 hPa.
- ✓ Le millimètre d'eau (mmH₂O), ou le centimètre d'eau (cmH₂O) : 1 cmH₂O = 98,0638 Pa.
- ✓ L'atmosphère technique (symbole at), ou ATA : 1 at = 98 066,5 Pa.
- ✓ Le psi, de l'anglais pound per square inch (livre par pouce carré) est une unité anglo-saxonne très utilisée notamment en hydraulique, en oléo hydraulique et en hydrostatique : 1 psi = 6 894 Pa.
- ✓ Le gramme ou kilogramme par centimètre carré (g/cm², kg/cm² ou encore kgf/cm²), souvent utilisé en physique des particules, par extension, pour désigner une distance parcourue indépendamment du matériau considéré [réf. souhaitée], voire une altitude (le « gramme » ou « kilogramme » auquel il est fait allusion n'est pas l'unité de poids standard, mais le kilogramme-force) :
1 g/cm² = 98,0665 Pa (≈ 8,33 m d'air ≈ 10 mm d'eau ≈ 0,88 mm de plomb ≈ 0,74 mm de mercure). ou aussi : 1 kg/cm² = 0,980665 bar.

4- Equation fondamentale de l'hydrostatique

On considère un élément de fluide de masse volumique ρ représentant une colonne verticale (parallèle à l'axe (Oz) de section transversale constante S .

Considérons 2 sections situées à des distances Z_1 et Z_2 par rapport à un plan de référence OY.

Soient P_1 et P_2 sont les pressions dans ces 2 sections.

Le fluide étant en équilibre, la somme des forces dans la direction verticale est donc égale à Zéro :

- ✓ Force due à P_1 : $F_1 = P_1 \cdot S$
- ✓ Force due à P_2 : $F_2 = P_2 \cdot S$
- ✓ Force due au poids de la colonne du liquide :

$$W = mg = \rho gV = \rho gS (Z_2 - Z_1)$$

avec $V =$ Volume de l'élément considéré

Si l'on considère le sens positif vers le haut, la condition d'équilibre s'écrit donc :

$$F_1 - F_2 - W = 0 \Rightarrow P_1 S - P_2 S - \rho gS(Z_2 - Z_1) = 0$$

et donc :

$$P_1 - P_2 = \rho g(Z_2 - Z_1)$$

5- Remarques :

5.1- Loi de la statique des fluides

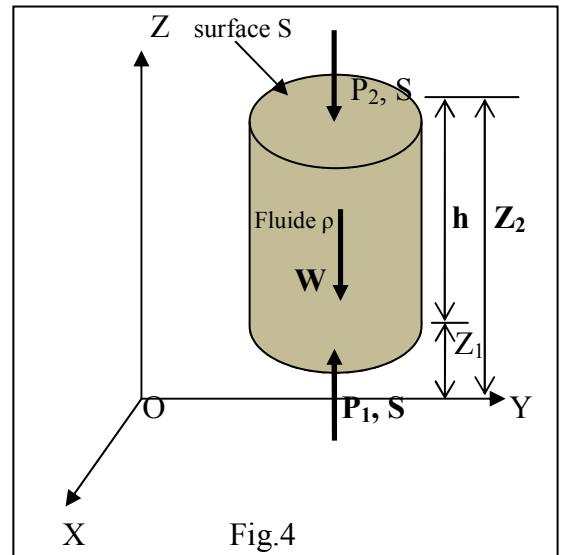
$$P_1 - P_2 = \rho g(Z_2 - Z_1) \Rightarrow P_1 + \rho gZ_1 = P_2 + \rho gZ_2 \Rightarrow \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2$$

Donc
$$\frac{P}{\rho g} + Z = C^{ste}$$

5.2- En posant $Z_2 - Z_1 = h$ et $P_2 = P_0$, On aura : $P_1 = P_0 + \rho gh$

et si $P_0 = 0$: $P_1 = \rho gh$

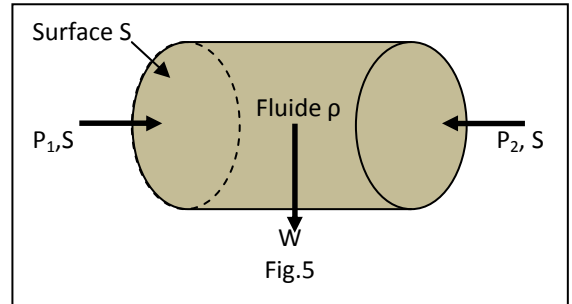
On conclure que : **La pression augmente donc linéairement en fonction de la profondeur**



5.3- Les pressions sur plan horizontal :

Si l'on considère la direction horizontale (Fig.4), on aura :
 La composante du poids W selon l'horizontale est nulle et
 $P_1S - P_2S + 0 = 0 \Rightarrow P_1 = P_2$

On conclure que : **Sur un même plan horizontal, toutes les pressions sont égales donc Pressions Isobares**



- Les surfaces libres d'un même liquide dans le différents tubes des vases communicants sont dans le même plan horizontal. Les pressions au fond de chaque forme des tubes communicants sont égales.
- La pression dans un fluide homogène ne dépend donc que de la différence de hauteur et de la masse volumique ; elle est indépendante de la taille ou de la forme du récipient:
 - ✓ pour une altitude donnée la pression est la même ;
 - ✓ la surface libre d'un fluide est plane .

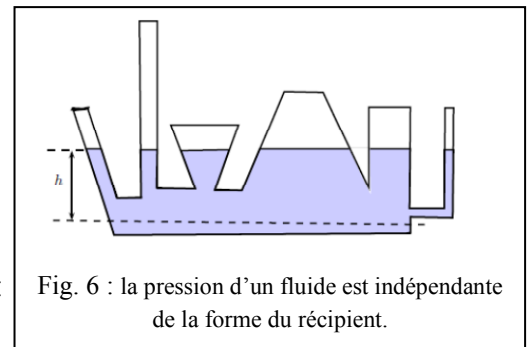


Fig. 6 : la pression d'un fluide est indépendante de la forme du récipient.

- La surface de séparation (l'interface) de deux fluides non miscibles est un plan horizontal.

5.4- Pression absolue et pression effective :

La pression absolue est la pression mesurée par rapport au vide absolu (c'est-à-dire l'absence totale de matière).

Elle est toujours positive.

La pression relative se définit par rapport à la pression atmosphérique existant au moment de la mesure:

cette pression peut donc prendre une valeur positive si la pression est supérieure à la pression atmosphérique ou une valeur négative si la pression est inférieure à la pression atmosphérique.

On obtient une pression négative par rapport à la pression atmosphérique lorsqu'on tente de faire le vide dans un vase clos.

Cette pression négative est désignée par l'expression

"pression vacuum".

- **Cas de fluide homogène seul** : à la surface libre du fluide, la pression est généralement représentée par la pression atmosphérique P_{atm} . La pression au point M (fig.6) :

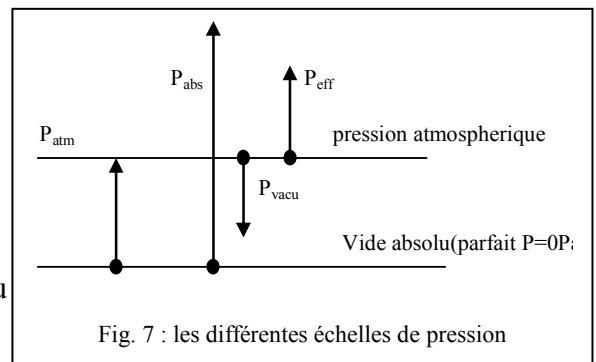


Fig. 7 : les différentes échelles de pression

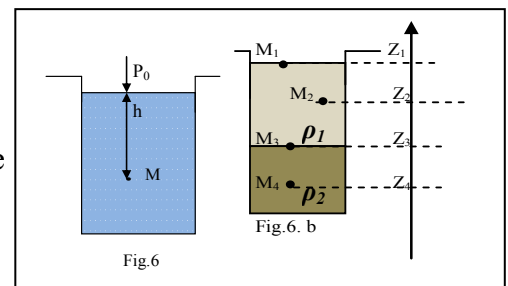


Fig.6

Fig.6. b

$$P_M = P_0 + \rho gh$$

d'où :

$$P_M = P_{atm} + \rho gh = P_{abs} \text{ (pression absolue)}$$

et si l'on néglige l'influence de la pression atmosphérique ($P_{atm} = 0$) :

$$P_M = \rho gh = P_{eff} \text{ (pression effective)}$$

- **Cas de plusieurs fluides non miscibles** : on applique séparément à chacun d'eux la relation fondamentale. L'exemple de la fig.(6.b), nous permet d'écrire les relations suivantes :

- Le point M_1 situé sur la surface libre du liquide, donc : $P_{M1} = P_{atm}$.
- Les trois points M_1 , M_2 et M_3 sont situés dans le même liquide ρ_1 , donc :

$$P_{M1} + \rho_1 g Z_1 = P_{M2} + \rho_1 g Z_2 = P_{M3} + \rho_1 g Z_3.$$

- M_3 et M_4 situés dans le liquide ρ_2 , on a :

$$P_{M3} + \rho_2 g Z_3 = P_{M4} + \rho_2 g Z_4$$

5.5- Hauteur ou charge piézométrique :

On a vu que : $Z + \frac{P}{\rho g} = C^{ste}$ ou :

- Z [L] : hauteur de position (cote géométrique)
- $\frac{P}{\rho g}$ [L] : hauteur piézométrique
- $Z + \frac{P}{\rho g}$ [L] : hauteur totale

Dans certains cas, la pression absolue est inférieure à la pression atmosphérique :

$$P_M = P_{atm} + \rho gh < P_{atm}$$

Il se crée une dépression dont la hauteur correspondante, appelée ' Hauteur du Vide ', est égale à :

$$h_{vide} = \frac{P_{atm} - P_{abs}}{\rho g}$$

5.6- La Transmission des pressions (principe de Pascal) :

- Considérons deux points A et B fixes en un fluide incompressible : $P_B - P_A = \rho gh = C^{te}$

Si $P_A \rightarrow P_A + dp$ invariance de $(P_B - P_A) \Rightarrow P_B \rightarrow P_B + dp$

Donc : **Toute variation de pression en un point d'un liquide est transmise intégralement en tout autre point de l'espace occupé par ce liquide.** Ce principe est connu sous le nom de principe de Pascal, le scientifique français qui l'a formulé en 1653. Ce phénomène de transmission de pression

permet le développement du fonctionnement de la presse hydraulique, le cric, l'ascenseur hydraulique..

- La surpression $P=F/S$ transmise en tout point

$$P=F_1/S_1=F_2/S_2, \rightarrow(\text{Principe de Pascal})$$

Si on a: $S_1 \ll S_2$ donc $F_1 \ll F_2 \rightarrow(\text{cric ou presse hydraulique})$

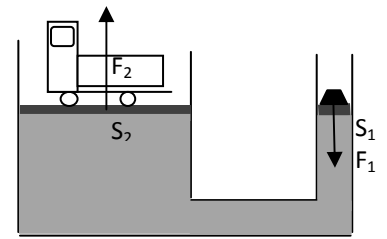


Fig.8 : principe de Pascal (cric ou presse hydraulique)

5.7- Paradoxe hydrostatique :

A surface de fond identique (et même hauteur de liquide), la force de pression exercée par un liquide sur le fond du récipient est **indépendante** de la forme du récipient.

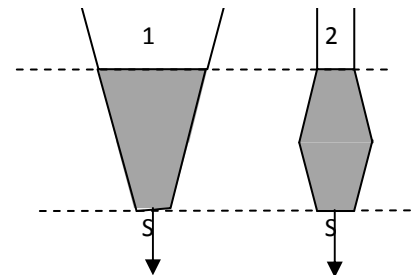


Fig.9 : Paradoxe hydrostatique

POUSSEE D'ARCHIMEDE

Tout corps plongé dans un liquide (ρ) subi une poussée verticale dirigée vers l'haup dont l'intensité est égale au poids de volume déplacé, où le volume déplacé égale le volume immergé.

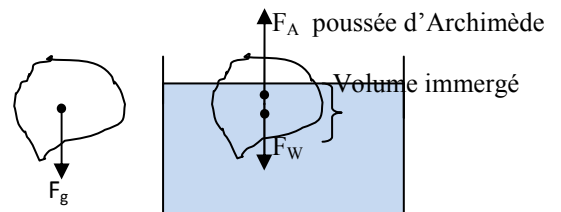


Fig. 10

$$F_A = \rho_{\text{liquide}} g V_{\text{imm}}$$

$$F_A = F_g - F_W$$

DISPOSITIFS DE MESURE DE PRESSION

La mesure de la pression se fait par le manomètre pour les pressions relatives (manométriques) positives (pression absolue au dessus de la pression atmosphérique), et par le vacuomètre pour les pressions relatives négatives (pressions vacuométriques). Il y' a entre autre divers types d'instrument de mesures de la pression, dont :

- Les tubes manométriques : utilisés pour la mesure de pressions relativement faibles (en laboratoires)

- Les manomètres mécaniques : utilisés pour la mesure de pressions relativement plus élevées

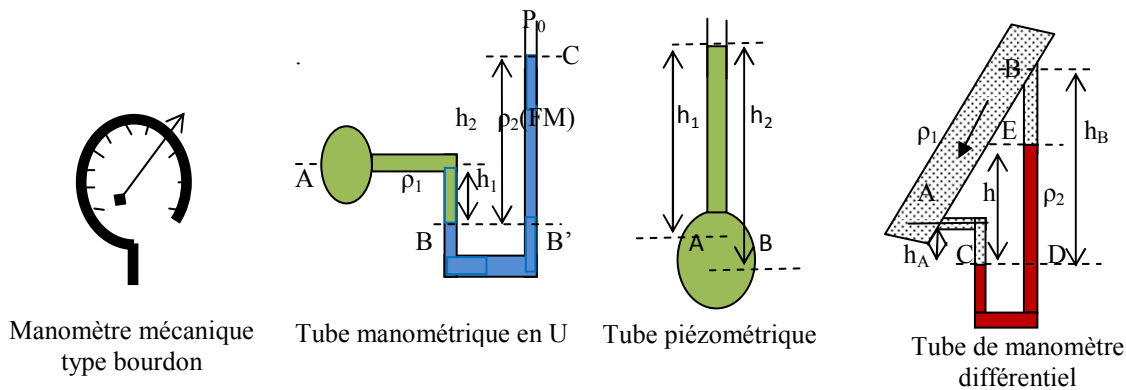


Fig. 11 : Quelques instruments de mesure de pression

1. Le tube manométrique simple ou piézomètre : Le piézomètre est l'instrument de mesure de la pression le plus simple, c'est un tube raccordé au point où on veut déterminer la pression, celle-ci n'est autre que la hauteur d'eau qui monte dans ce tube. C'est un dispositif utilisé uniquement pour la mesure des pressions des Liquides et non les gaz

$$P_A = \rho g h_1 \text{ et } P_B = \rho g h_2$$

P_A et P_B sont appelées " *Pressions Manométriques* "

h_1 et h_2 sont appelées " *Hauteurs Manométriques* "

2. Le tube manométrique en forme de " U " : Il s'agit d'un dispositif utilisé pour la mesure des pressions dans les liquides et les gaz. On a :

$$P_B = P_{B'}$$

$$P_B = P_A + \rho_1 g h_1$$

$$P_{B'} = P_C + \rho_2 g h_2$$

$$P_C = P_0$$

Si le fluide ρ_1 est un gaz, sa densité est négligeable devant celle du liquide manométrique (FM).

3. Le manomètre différentiel : (utilisé en hydrodynamique). C'est un tube raccordé entre deux points où on veut déterminer la différence de pression ou hauteur piézométrique, il peut être à un seul liquide avec valve d'entrée d'air, ou à deux liquides. On a :

$$P_C = P_D$$

$$P_C = P_A + \rho_1 g h_A$$

$$P_D = P_E + \rho_2 g h$$

$$P_E = P_B + \rho_1 g (h_B - h)$$

4. Le baromètre : le baromètre ne sert qu'à mesurer la pression atmosphérique. Le premier baromètre a été inventé par l'italien Evangelista Torricelli en 1644. Il remplit de mercure un tube de verre d'un mètre de long, fermé à une extrémité. Il le retourne et le plonge dans une cuvette remplie de mercure. Il constate alors que le niveau de mercure dans le tube s'abaisse, laissant un espace de vide au dessus de lui. Il vient de découvrir la pression atmosphérique.

La P_{atm} est obtenue en mesurant la hauteur h de Hg :

$$P_{\text{atm}} = \rho_{\text{Hg}} g h$$

Au niveau de la mer : $P_{\text{atm}} = 1 \text{ atm} = 1,0133 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, soit 762mm de Hg.

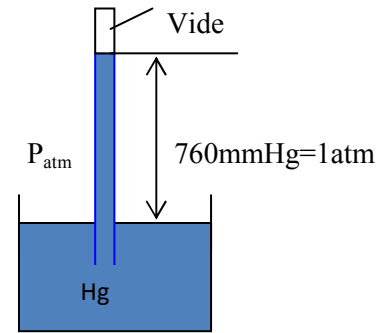


Fig. 12 :Baromètre