

TD Notions de base pour le calcul des probabilités

Exercice 1. Soient $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ un espace probabilisé et A_1, A_2, \dots, A_n n évènements de \mathcal{F} . Montrer que :

$$(1). \mathbb{P} \left(\bigcup_{i=1}^n A_i \right) \leq \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i) \qquad (2). \mathbb{P} \left(\bigcap_{i=1}^n A_i \right) \geq 1 - \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(\bar{A}_i)$$

Exercice 2. On considère une classe de n élèves. On suppose qu'il n'y a pas d'année bissextile.

(1). Quelle est la probabilité, p_n , pour que deux élèves au moins aient la même date d'anniversaire. Calculer p_{366} .

(2). Quelle est la probabilité, q_n , pour qu'au moins un élève ait la même date d'anniversaire que Ali ?

Exercice 3. On jette trois dés non pipés. Calculer :

(a). La probabilité d'obtenir au moins un as ; (b). La probabilité d'obtenir au moins deux faces portant le même chiffre ; (c) La probabilité que la somme des points marqués sur les trois faces soit paire ; (d). La probabilité que la somme des points soit paire et que deux faces portent le même numéro.

Exercice 4. On cherche un parapluie qui, avec la probabilité $\frac{p}{7}$, se trouve dans l'un quelconque des 7 étages d'un immeuble. On a cherché dans les 6 premiers étages mais on ne l'a pas trouvé. Quelle est la probabilité que le parapluie se trouve au 7^{ème} étage ?.

Exercice 5. On considère trois urnes numérotées de 1 à 3. L'urne n° 1 contient 1 boule blanche et 2 noires, l'urne n° 2 contient 2 boules blanches et 1 noire et L'urne n° 3 contient 3 boules blanches. On choisit une urne au hasard puis on tire une boule dans cette urne. 1. Quelle est la probabilité pour que cette boule soit blanche ? 2. Sachant que la boule tirée est blanche calculer la probabilité qu'elle est tirée de l'urne n° 1 ?.

Exercice 6. Trois machines A, B et C produisent respectivement 50%, 30% et 20% du nombre total de pièces fabriquées par une usine. Le pourcentage de pièces défectueuses pour chaque machine est respectivement 3%, 4% et 5%.

1. Quelle est la probabilité qu'une pièce prise au hasard soit défectueuse ? 2. Quelle est la probabilité qu'une pièce prise au hasard soit bonne ? 3. Si on prend une pièce qui s'avère être défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle ait été produite par A, B, C ?