1- أساليب كمية Quantitative Models

أ- تحليل السلاسل الزمنية Time Series Analysis

وتمثل السلسلة مجموعة من المشاهدات مرتبة زمنيا حسب تسلسل وقوعها، وأن السلسلة الزمنية ربما تنطوي علي واحد أو أكثر من العناصر التالية: المتوسط، الاتجاه، الأثر الموسمي،، الأثر الدوري، والعوامل العشوائية، وربما الارتباط الذاتي أيضا. ويهدف تحليل السلاسل الزمنية الي تحديد وعزل كل وحد من العناصر السابقة. وعلي هذا الأساس فإن التنبؤ لمدة معينة يعبر عنه كدالة للعوامل السابقة، وكالتالي:

Y= = T X C X S X S X R.....

حيث أن:

Y= التنبؤ لفترة مقبلة، T= الاتجاه، C= الأثر الدوري، S = الأثر الموسمي،

R= المتغيرات العشوائية.

ومن الناحية العملية فإنه يمكن حساب الاتجاه والمتوسط والعوامل الموسمية بسهولة، أما تحديد قيمة الأثر الدوري فهي عملية صعبة، فضلا عن كونها لا تظهر في المدي القريب والمتوسط للتنبؤ.

وسيتم تنا الأسلوب التالي:

أسلوب المتوسطات المتحركة Simple Moving Average Method

وهو من إحدى الطرائق المستخدمة في تحديد الاتجاه في السلسلة، ويعد أيضا من الأساليب الكمية المستخدمة في التنبؤ بالطلب علي المنتجات.

وبموجب هذا الأسلوب فإن التنبؤ بالطلب لفترة مقبلة يساوي مجموع الطلب لعدد معين من الفترات الماضية مقسوما علي تلك الفترات.

تفترض هذه الطريقة أن الطلب مستق نوعا ما وأنه لا ينطوي علي عوامل موسمية.

ومن مزايا هذه الطريقة أنها سهلة الفهم والتطبيق ولا تطلب بيانات كثيرة عن الماضي.

ومن عيوب هذا الأسلوب أن نتائج التنبؤ تعتمد علي طول المتوسط، لذلك ينبغي اختيار فترة زمنية مناسبة لحساب التنبؤ. وكلما طالت فترة المتوسط كلما ساعد ذلك علي إزالة أثر العوامل العشوائية.

ومن عيوب هذا الأسلوب أيضا أنه يتطلب الاحتفاظ بجميع البيانات عن الماضي مما يؤدي إلي ارتفاع تكاليف حفظ واسترجاع البيانات سواء يدويا أم بالحاسوب، بالإضافة الي أن هذا الأسلوب يعطي نفس الوزن أو الأهمية لجميع البيانات التي تدخل في حساب التنبؤ. والوزن أو الأهمية هنا بواقع واحد مقسوما علي طول الفترة الزمنية.

ولعلاج هذه المشكلة فإنه بالإمكان تغيير الأوزان النسبية أو أهمية كل مشاهدة حسب ما تمليه الخبرة الشخصية عن الطلب في الماضي علي أن يكون مجموع الأوزان مساويا للواحد الصحيح. فمثلا إذا أعطيت أوزان عالية للمشاهدات القريبة جدا للمستقبل فذلك يعني أن تنبؤ الطلب يتأثر بشكل مباشر بما حدث في الماضي القريب.

مثال:

بفرض أن البيانات التالية تمثل الطلبات الشهرية لمنتج معين خلال أشهر متتالية كما هو مبين بالجدول التالي:

الشهر	1	2	3	4	5	6	7
الطلب	35	30	32	40	48	50	65

والمطلوب:

1- التنبؤ بالطلب للشهر الخامس باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة لعدد ثلاث فترات.

2- التنبؤ بالطلب للشهر السابع باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة لعدد أربع فترات.

3- التنبؤ بالطلب للشهر السادس باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة لعدد أربع فترات بالأوزان التالية:

(3 للشهر السابق، 4 قبل شهرين، 2 قبل ثلاثة أشهر، 5 قبل أربعة أشهر).

4- التنبؤ بالطلب للشهر الثامن باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة لعدد أربع فترات بالأوزان التالية:

(30% للشهر السابق، 10% قبل شهرين، 40% قبل ثلاثة أشهر، 20% قبل أربعة أشهر).

الحل:

لحساب الطلب المتنبأ به باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة (كما هو مطلوب في النقطتين 1، 2) يتم اتباع القاعدة التالية:

$$MA_t = \frac{\sum_{k=1}^{n} \mathrm{D}_{t-k}}{\mathrm{N}}$$

حيث أن:

MA_t = المتوسط المتحرك للفترة المقبلة t

n= مجموع الفترات

K=مؤشر الفترات (K=1,2,3,…..∈)

N= طول المتوسط(t>N)

D_{t-k} = الطلب الحقيقي للفترة t-k

ويتم الحساب كما هو مبين بالجدول التالي:

الشهر	1	2	3	4	5	6	7
الطلب	35	30	32	40	48	50	65
المتوسط المتحرك للشهر الخامس طوله ثلاث فترات					(40+32+30) ÷ 34=3÷102=3		
المتوسط المتحرك للشهر السابع طوله خمس فترات							(50+48+40+32+30) ÷5 =200÷5=40

ولحساب الطلب المتنبأ به باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة المرجح بالأوزان (كما هو مطلوب في النقطتين 3، 4) يتم اتباع القاعدة التالية:

$$WMA_t = \frac{\sum(W_k D_k)}{\Sigma W_k}$$

حيث أن:

WMA_t = المتوسط المتحرك الموزون للفترة المقبلة t

W_k= الوزن النسبي للفترة k

D_k= الطلب الحقيقي للفترة k

ويتم الحساب كما هو مبين بالجدول التالي:

الشهر	1	2	3	4	5	6	7	8
الطلب	**35**	**30**	**32**	**40**	**48**	**50**	**65**	
المتوسط المتحرك الموزون للشهر السادس طوله أربع فترات بالأوزان التالية:(3 للشهر السابق، 4 قبل شهرين، 2 قبل ثلاثة أشهر، 5 قبل أربعة أشهر).						**(48×3+40×4+32×2+30×5) ÷14 =(144+160+64+150)÷14 = 518÷14=37وحدة**		
المتوسط المتحرك الموزون للشهر الثامن طوله أربع فترات بالأوزان التالية: (30% للشهر السابق، 10% قبل شهرين، 40% قبل ثلاثة أشهر، 20% قبل أربعة أشهر).								**(65×0,30+50×0,10+48× 0,40+40×0,20) ÷100% =(19,5+5+19,5+8) ÷1 = 518÷100%=51,7 وحدة =518 وحدة تقريبا**

ب- الأساليب السببية Casual Methods: ومنها الانحدار الخطي Linear Regression والانحدار المتعدد Multiple Regression

وتعد من أكثر الطرق فعالية للتنبؤ بالطلب، وتستخدم عندما تتوفر معلومات كثيرة عن العلاقة بين الطلب ومجموعة من العوامل الداخلية والخارجية التي يمكن أن تؤثر في الطلب

الانحدار الخطي Linear Regression

تفترض هذه الطريقة أن الطلب يحدث بسبب واحد أو أكثر من المتغيرات، ويطلق علي الطلب تسمية المتغير التابع Dependent Variable أما العامل أو العوامل التي تسبب الطلب فتطلق عليها تسمية العوامل المستقلة Independent Variables، وتستخدم المعادلة التالية لوصف العلاقة بين متغيرين أحدهما مستقل والآخر تابع:

Y=a +b X

أما الثابتان a و b فيحسبان بطريقة المربعات الصغرى Least Squares Method، وذلك كما يلي:

$$b = \frac{\sum XY - n\,\bar{X}\bar{Y}}{\sum X^2 - n\bar{X}^{\;2}}$$

$a = \bar{Y} - b\,\bar{X}$

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n}$$

- ويطلق علي a ثابت الانحدار، وقيمته تعني قيمة المتغير التابع عندما تكون قيمة المتغير المستقل صفرا. وهي تمثل نقطة تقاطع خط الانحدار مع المحور الرأسي (الذي يمثل المتغير التابع).

- ويطلق علي b ميل خط الانحدار، وقيمته تعني قيمة التغير في المتغير التابع عندما يتغير المتغير المستقل بواقع الوحدة.

ويتم حساب معامل الارتباط (r) من خلال المعادلة التالية:

$$r = \frac{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^{\;2}}}{\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^{\;2}}}$$

ويتم تحديد نوع العلاقة من خلال إشارة معامل الارتباط، فإذا كانت الاشارة موجبة دل ذلك علي أن العلاقة طردية، وإذا كانت الاشارة سالبة دل ذلك علي أن العلاقة عكسية.

وعند تفسير قيمة معامل الارتباط الخطي المحسوب من بيانات العينة، فلا توجد قواعد ثابتة وإنما تخضع لعملية التقريب والتي تعتمد في الأساس علي مجال الدراسة، وقد جرت العادة أن يتم الحكم علي معامل الارتباط بطريقة تقترب من ما ذكر في الجدول التالي:

العلاقة بين المتغيرين (المستقل والتابع)	قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين
لا توجد علاقة	$\|0.00\| \leq r < \|0.25\|$
ضعيفة	$\|0.25\| \leq r < \|0.50\|$
متوسطة	$\|0.50\| \leq r < \|0.75\|$
قوية	$\|0.75\| \leq r < \|0.90\|$
قوية جدا	$\|0.90\| \leq r < \|1.00\|$

<u>مثال:</u>

فيما يلي 5 مشاهدات من الطلب الفعلي لمنتجين يعتمد أحدهما Y علي مبيعات الآخر X:

المشاهدة	الطلب الفعلي للمنتج X	الطلب الفعلي للمنتج Y
1	55000	149000
2	15000	46000
3	30000	75000
4	50000	135000
5	65000	18000

والمطلوب:

1- ايجاد معادلة الانحدار الخطي للعلاقة بين الطلب علي المنتجين؟
2- ما هو نوع العلاقة ودرجة قوتها بين المتغيرين؟
3- ما هي قيمة الطلب المقدر من المنتج Y عندما يكون الطلب علي المنتج X بواقع 70000 وحدة؟
4- ماهو مقدار ثابت الانحدار وميل خط الانحدار وبم تفسر كل منهما بالنسبة للطلب علي المنتجين سالفي الذكر؟

الحل

الصيغة العامة معادلة الانحدار الخطي كما يلي:

$$Y=a + b X$$

وتحدد قيمة الثابتين a و b بطريقة المربعات الصغرى Least Squares Method، وذلك كما يلي:

$$b = \frac{\sum XY - n\,\bar{X}\bar{Y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^{\ 2}}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n}$$

$$r = \frac{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^{\ 2}}}{\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^{\ 2}}}$$

ويبين الجدول التالي قيمة مفردات المعادلات حتي يتسنى احتساب قيمة a و b و r مع مراعاة أن القيم بالألف وحدة:

المشاهدة	Xبالألف وحدة	Y بالألف وحدة	x^2	XY	Y^2

22201	8195	3025	149	55	1
2116	690	225	46	15	2
5625	2250	900	75	30	3
18225	6750	2500	135	50	4
32400	11700	4225	180	65	5
80567	29585	10875	586	215	المجموع

$\bar{X}$ = 215÷ 5 = 43 ألف وحدة

$\bar{Y}$ =586÷ 5= 117ألف وحدة

$$b = \frac{\sum XY - n\,\bar{X}\bar{Y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^{\,2}}$$

$$B = \frac{117 \times 43 \times 5 - 29585}{(43) \times 5^2 - 10875} = \frac{25155 - 29585}{9245 - 10875} = \frac{4430}{1630} = 2{,}72$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$= 117 - 2{,}72 \times 43 = 117 - 116{,}96 = 0{,}04$$

وبذلك تكون معادلة خط الانحدار كما يلي:

$$Y = 0.04 + 2.72\,X$$

ويطلق علي a ثابت الانحدار، وقيمته 0,04 تعني قيمة المتغير التابع (الطلب علي المنتج Y) عندما تكون قيمة المتغير المستقل (الطلب علي المتغير المستقل X) مساويا للصفر. وهي تمثل نقطة تقاطع خط الانحدار مع المحور الرأسي (الذي يمثل المتغير التابع).

- ويطلق علي b ميل خط الانحدار، وقيمته2,72 تعني قيمة التغير في المتغير التابع (الطلب علي المنتج Y) عندما يتغير المتغير المستقل(الطلب علي المتغير المستقل X) بواقع الوحدة.

ولمعرفة نوع ودرجة قوة العلاقة بين المتغيرين التابع والمستقل يتم حساب قيمة معامل الارتباط من خلال المعادلة التالية:

$$r = \frac{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^{\,2}}}{\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^{\,2}}}$$

$$= \frac{\sqrt{5 \times 10875 - 125^2}}{\sqrt{5 \times 80567 - 586^2}} = \frac{\sqrt{54375 - 15625}}{\sqrt{402835 - 343396}} = \frac{\sqrt{38750}}{\sqrt{59439}} = \sqrt{0.652} \approx 0.8$$

<u>وعلي ذلك فإن العلاقة بين الطلب علي المنتجين تتصف بما يلي:</u>

- نوعها طردية لكون إشارة معامل الارتباط موجبة.

- درجتها قوية لكون قيمة معامل الارتباط 0,8 تقريبا وهي تقع بين 0,75 و 0,90

<u>وللحصول علي قيمة الطلب المقدر من المنتج Y عندما يكون الطلب علي المنتج X بواقع 70000 وحدة يتم التعويض في معادلة خط الانحدار كما يلي:</u>

$Y=0,.04 + 2.72 \times 70000 = 0,.04 + 190400 \approx 90400.04$

<u>مثال</u>

إذا كانت المجاميع التالية خاصة ببيانات عينة من 20 مشاهدة من الطلب الفعلي لمنتجين يعتمد أحدهما Y علي مبيعات الآخر X:

$$\sum x = 145$$

$$\sum x^2 = 1250$$

$$\sum Y = 980$$

$$\sum xy = 2450$$

<u>والمطلوب:</u>

1- ايجاد معادلة الانحدار الخطي للعلاقة بين الطلب علي المنتجين؟
2- ما هو نوع العلاقة ودرجة قوتها بين المتغيرين؟
3- ما هي قيمة الطلب المقدر من المنتج Y عندما يكون الطلب علي المنتج X بواقع 10 وحدة؟
4- ماهو مقدار ثابت الانحدار وميل خط الانحدار وبم تفسر كل منهما بالنسبة للطلب علي المنتجين سالفي الذكر؟