الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–

معهد علوم وتقنيات النشاطات البدنية والرياضية

محاضرات في الإحصاء التطبيقي موجهة لطلبة السنة أولى ماستر تخصص تدريب رياضي

2021/ 2022

المحاضرة الأول: تحليل التباين باتجاه واحد

One Way Analysis Of V ariance

جدول تحليل التباين

	SS	DF	MSS	Fc
BG	SSb= A−C	K−1	SSb/K−1	MSSb/MSSw
WG	SSw= B−A	N−K	SSw/ N−K	
T	SSt= B−C	N−1	−	

$A= \Sigma(Y)^2/n$ $B= \Sigma\Sigma y^2$ $C= (\Sigma\Sigma y)^2/N$

1− حالة التصنيف الأحادي بافتراض تساوي حجم العينات

مثال1: البيانات التالية تمثل أعمار 4 عينات عشوائية للطلبة سحبت من 4 أفواج مستقلة، بافتراض أن بينات هذه العينة لها توزيعات طبيعية وتباين مشترك يساوي ∂^2، اختبر ما إذا كانت هناك فروق دالة إحصائيا في أعمار الطلبة باختلاف الأفواج التي يدرسون فيها عند مستوى معنوية 5%.

الأفواج	عدد المشاهدات						المجموع
1	20	21	25	28	30	26	150
2	23	22	27	20	26	20	138
3	19	20	21	28	20	18	126
4	24	29	30	28	27	24	162

$A= \Sigma(Y)^2/n= 150^2/6+138^2/6+126^2/6+162^2/6=13944$

$B = \Sigma\Sigma y^2= 20^2+21^2+25^2+\dots\dots\dots+24^2= 14160$

$C = (\Sigma\Sigma y)^2/N = (20+21+25+\dots.+24)^2/24= 13824$

	SS	DF	MSS	Fc
BG	120	3	40	3.70
WG	216	20	10.8	
T	336	23	−	

من جدول توزيع F وعند مستوى معنوية 5%، وبدرجات حرية 3 للبسط (K−1) و20 للمقام (N−K) وجدنا أن قيمة f الجدولية تساوي 3.10.

القرار: القيمة الإحصائية المحسوبة تساوي 3.70 وهي أكبر من القيمة الجدولية 3.10، وبالتالي فإن القرار هو رفض الفرضية العدمية (الصفرية) بتساوي متوسطات أعمار الطلبة في الأفواج الأربعة عند مستوى معنوية 5%.

2− في حالة عدم تساوي حجم العينة

مثال2: من خلال الجدول الموالي أجب عن السؤال التالي: هل هناك فروق دالة إحصائيا بين نتائج المجموعات الثلاثة عند مستوى معنوية 5%.

المجموعات	**عدد المشاهدات**							**المجموع**
مج 1	70	83	87	78	–	–	–	**318**
مج 2	64	45	56	50	71	–	–	**286**
مج 3	48	94	83	84	80	87	90	**566**

$A= 318^2/4+ 286^2/5+ 566^2/7= 87405.342$

$B= 70^2+83^2+{}^287^2+......+90^2= 89394$

$C= (70+83+87+.....+90)^2/16= 85556.25$

	SS	**DF**	**MSS**	**Fc**
BG	1849.092	2	924.546	6.04
WG	1988.658	13	152.974	
T	3837.75	15	–	

من جدول توزيع F وعند مستوى معنوية 5%، وبدرجات حرية 2 للبسط (K–1) و13 للمقام (N–K) وجدنا أن قيمة f الجدولية تساوي 3.81

القرار: القيمة الإحصائية المحسوبة تساوي 6.04 وهي أكبر من القيمة الجدولية 3.81، وبالتالي فإن القرار هو رفض الفرضية العدمية (الصفرية) بتساوي متوسطات المجموعات الثلاثة عند مستوى معنوية 5% وقبول الفرضية البديلة.

مثال3: اختبر صحة الفرضية الصفرية بعد إكمال المعلومات في جدول تحليل التباين عند مستوى معنوية 5%، وذلك لمصنع ينتج 8 أنواع فيتامينات بتأثير ثلاثة مستويات من درجة الحرارة.

من خلال معطيات التمرين نستطيع استنتاج قيمة K بأنها تساوي 3 و n تساوي 8، وبالتالي N تساوي 24 (k*n)، وبعدها يمكن إكمال بقية لبيانات في الجدول بكل سهولة، وذلك كما يلي:

	SS	**DF**	**MSS**	**Fc**
BG	**20**	**2**	**10**	**5**
WG	**42**	**21**	**2**	
T	**62**	**23**	–	

من جدول توزيع F وعند مستوى معنوية 5%، وبدرجات حرية 2 للبسط (K–1) و21 للمقام (N–K) وجدنا أن قيمة f الجدولية تساوي 3.47

القرار: القيمة الإحصائية المحسوبة تساوي 5 وهي أكبر من القيمة الجدولية 3.47، وبالتالي فإن القرار هو رفض الفرضية العدمية (الصفرية).

إذا، في الأخير نستنتج أنه من أهداف تطبيق نموذج تحليل التباين إجراء اختبار فرض تساوي المتوسطات حيث يعبر الفرض الصفري عن تساوي المتوسطات، بينما يدل الفرض البديل على أن هناك متوسطين على الأقل يوجد بينهما فرق معنوي، اتخاذ قرار بقبول الفرض البديل ليس معناه إمكانية الباحث تحديد أي من المتوسطين يوجد بينهما فرق معنوي، لذا يجب استخدام أحد الطرق الإحصائية لإجراء اختبار معنوية الفرق بين كل وسطين كخطوة تالية لقرار رفض فرض العدم الخاص بتساوي متوسطات الدراسة، وتسمى هذه الطرق بالمقارنات البعدية، وهذا ما سيتم تناوله في المحاضرة الثانية.

تمارين تطبيقية محلولة

التمرين الأول

في الجدول الموالي نتائج ثلاث مجموعات من الرياضيين خضعت لثلاث طرق تدريبية مختلفة، ثم اجري اختبار على المجموعات الثلاث بعد شهر من التدريب. والمطلوب هو التأكد من وجود فروق دالة إحصائيا بين نتائج المجموعات الثلاثة أو لا"؟

المجموعة 1	70	72	74	76	78
المجموعة 2	80	82	84	86	88
المجموعة 3	75	77	79	81	83

الحل

	SS	**DF**	**MSS**	**Fc**
BG	250	2	125	12.5
WG	120	12	10	
T	370	14	–	

$A= 370^2/5+ 420^2/5+420^2/5+395^2/5= 93865$

$B= 70^2+ 72^2+ 74^2+........+83^2= 93985$

$C= (70+72+74+....+83)^2/15= 93615$

$Ft= 3.89$

من جدول توزيع F وعند مستوى معنوية 5%، وبدرجات حرية 2 للبسط (K−1) و12 للمقام (N−K) وجدنا أن قيمة f الجدولية تساوي 3.89

القرار: القيمة الإحصائية المحسوبة تساوي 12.5 وهي أكبر من القيمة الجدولية 3.89، وبالتالي فإن القرار هو رفض الفرضية العدمية (الصفرية).

التمرين لثاني

في دراسة لتأثير تمدرس الطلبة في أفواج مختلفة على تحصيلهم في مادة الإحصاء التطبيقي قام أستاذ المقياس بأخذ عينات عشوائية ومستقلة مكونة من 5 طلبة من أفواج مختلفة، ثم قام برصد درجاتهم كما هو مبين في الجدول الموالي:

المجموعة 1	66	65	88	92	60
المجموعة 2	96	87	66	55	78
المجموعة 3	58	62	77	90	80

المطلوب: اختبر ما إذا كانت هناك فروق دالة إحصائيا في تحصيل الطلبة باختلاف الأفواج التي يدرسون فيها؟

الحل

	SS	DF	MSS	Fc
BG	24.13	2	12.065	0.055
WG	2625.2	12	218.77	
T	2649.33	14	–	

A= 83650.8 B= 86276 c= 83626.67

Ft= 3.89

من جدول توزيع F وعند مستوى معنوية 5%، وبدرجات حرية 2 للبسط (K-1) و12 للمقام (N-K) وجدنا أن قيمة f الجدولية تساوي 3.89

القرار: القيمة الإحصائية المحسوبة تساوي 0.055 وهي أقل من القيمة الجدولية 3.89، وبالتالي فإن القرار هو قبول الفرضية العدمية (الصفرية) ورفض البديلة.

التمرين الثالث

بافتراض أنه لدينا ثلاثة أنواع من الفيتامينات ونريد أي منها يؤدي إلى زيادة الوزن، سحبت عينة عشوائية من مجتمع معين وقسمت إلى ثلاث مجموعات، اعطيت الأولى الفيتامين الأول والثانية الفيتامين الثاني والثالثة الفيتامين الثالث، وسجلت الزيادة في الوزن لكل فرد في المجموعات الثلاثة، وذلك كما هو موضح في الجدول الموالي:

المجموعة 1	3	6	5	8			
المجموعة 2	3	5	4	9	10	8	7
المجموعة 3	2	3	1	2	3		

المطلوب: ما مدى وجود فروق دالة إحصائيا بين المجموعات الثلاثة؟

الحل

	SS	DF	MSS	Fc
BG	57.42	2	28.71	6.49
WG	57.52	13	4.42	
T	114.94	15	–	

A= 447.48 B= 505 c= 390.0625

Ft= 3.81

من جدول توزيع F وعند مستوى معنوية 5%، وبدرجات حرية 2 للبسط (K-1) و13 للمقام (N-K) وجدنا أن قيمة f الجدولية تساوي 3.81

القرار: القيمة الإحصائية المحسوبة تساوي 6.49 وهي أكبر من القيمة الجدولية 3.81، وبالتالي فإن القرار هو رفض الفرضية العدمية (الصفرية).

المحاضرة الثانية: المقارنات البعدية

(Multicomparaisons)

عند رفض الفرض الخاص بتساوي المتوسطات في تحليل التباين، يمكن للباحث آنذاك التوجه نحو المقارنات البعدية (المقارنات الثنائية) من أجل معرفة أي من المجموعات تختلف عن المجموعة أو المجموعات الأخرى المعتمدة في الدراسة، وهناك العديد من الطرق الاحصائية لإجراء هذه المقارنات، نذكر منها:

1. طريقة أقل فرق معنوي؛ تعتبر طريقة أقل فرق معنوي من أسهل الطرق وأكثرها استخدام عند إجراء المقارنات الثنائية، وتعتمد هذه الطريقة على اختبارات t لاختبار معنوية الفرق بين كل متوسطين. وتحسب في حالة تساوي حجم العينة بالقوانين التالية:

$$LSD= (t, DFw)* \sqrt{2MSSw/n}$$

$$LSD=1.414* (t, DFw)* \sqrt{MSSw/n}$$

أما في حالة عدم تساوي حجم العينة، فنستخدم القانون التالي:

$$LSD= (t, DFw)* \sqrt{MSSw * \frac{1}{n1} + \cdots + \frac{1}{n1}}$$

مثال1: اجريت تجربة لمقارنة تأثير 5 أنواع من المكملات الغذائية على معدل الأداء الرياضي واعطيت لخمسة رياضيين بطريقة عشوائية، فكانت النتائج كما يلي:

المجموع	عدد المشاهدات					
36	10	5	7	8	6	**V1**
49	10	11	11	8	9	**V2**
30	4	9	5	5	7	**V3**
24	6	6	4	3	5	**V4**
43	11	9	9	6	8	**V5**

المطلوب: 1- تكوين جدول تحليل التباين؛

2 – اختبر فرض تساوي المتوسطات عند مستوى 5%؛

3- اجراء المقارنات الثنائية بين المتوسطات باستخدام طريقة أقل فرق معنوي.

الحل:

1- تكوين جدول تحليل التباين:

	SS	DF	MSS	Fc
BG	79.44	4	19.860	6.896
WG	57.60	20	2.88	
T	137.04	24	-	

2- اختبار فرض تساوي المتوسطات عند مستوى 5%: من جدول توزيع F وعند مستوى معنوية 5%، وبدرجات حرية 4 للبسط (K-1) و 20 للمقام (N-K) وجدنا أن قيمة f الجدولية تساوي 2.87، وعليه القيمة المحسوبة تساوي 6.896 وهي أكبر من القيمة الجدولية 2.87، وبالتالي فإن القرار هو رفض الفرضية العدمية (الصفرية) القائمة على تساوي المتوسطات وقبول الفرضية البديلة، أي أن هناك متوسطين على الأقل يوجد بينهما فرق معنوي.

3- حساب أقل فرق معنوي (LSD):

كأول خطوة نقوم بتطبيق لقانون التالي:

LSD= (t, DFw)* $\sqrt{2MSSw/n}$= 2.086* $\sqrt{2(2.88)/5}$= 2.239

ثم نقوم بحساب الوسط الحسابي لكل مجموعة، حيث وجدنا:

X1= 7.2 x2= 9.8 x3= 6 x4= 4.8

x5= 8.6

فيما بعد نقوم بترتيب المتوسطات الحسابية تصاعديا (من الأصغر إلى الأكبر) في الجدول المساعد التالي، ثم نقوم بحساب الفرق بين كل متوسطين.

	X4	X3	X1	X5	X2
X4	1				
X3	-1.2	1			
X1	-2.4	-1.2	1		
X5	-3.8	-2.6	-1.4	1	
X2	-5	-3.8	-2.6	-1.2	1

بعد القيم بعملية الطرح، نختار القيم الأكبر من القيمة المحسوبة (LSD) دون الأخذ بعين الاعتبار لعلامة (-)، وعليه يوجد فرق معنوي بين المتوسطات المشار إليه باللون الأحمر (كما هو موضح في الجدول السابق)

بعدها نذهب مباشرة إلى أكبر قيمة في الجدول والتي تقدر بـ 5 في مثالنا، وهي تجمع بين x2 و x4، وبالرجوع إلى قيم المتوسطات الحسابية الخاصة بكل مجموعة نجد أن المجموعة الثانية لها أكبر قيمة (9.8)، وبالتالي الفروق تعزى لصالح المجموعة الثانية.

2. طريقة شيفيه (schefe): هي إحدى الطرق المستخدمة في إجراء المقارنات البعدية، وتتميز بالخصائص التالية:

- ✓ تعتبر طريقة شيفيه من أكثر الطرق الإحصائية مرونة وقوة؛
- ✓ يستخدم هذا الاختبار في حالة تساوي أو عدم تساوي المكررات؛
- ✓ يحافظ على مستوى المعنوية الذي يحدده الباحث دون تغيير ؛
- ✓ يستند على فكرة تحويل نسبة التوزيع t إلى نسبة توزيع f، ومن ثم إمكانية تقليل المنطقة الحرجة لتوزيع f لاستيعاب جميع المقارنات في آن واحد دون تجاوز معدل الخطأ الافتراضي المرغوب فيه.

وتحسب قيمة شيفيه (Fs) بالمعادلة التالية:

$$Fs = \frac{(Xi-Xj)^2}{MSSw\sqrt{\frac{1)}{ni}+\frac{1)}{ni}}}$$

مثال 2: باستخدام الجدول التالي والمعطيات المضافة، قم باختبار صحة الفرض البديل بتساوي متوسطات المجموعات الثلاثة عند مستوى 5% وذلك بافتراض أن قيمة F الجدولية تساوي 3.1186. ثم قم باستخدام اختبار شيفيه لإجراء لمقارنات البعدية بين المتوسطات.

	SS	**DF**	**MSS**	**Fc**
BG	5456.05	2	2728.027	5.232
WG	39108.82	75	521.45	
T	44564.87	77	–	

n1= 25 n2=26 n3= 27

x1= 45.84 x2= 26.85 x3= 29.18

Fs= $\frac{(Xi-Xj)^2}{MSSw\sqrt{\frac{1)}{ni}+\frac{1)}{nj}}}$

نحاول تبسيط القانون لسابق في الجدول الموالي:

	$(Xi-Xj)$	$(Xi-Xj)^2$	$MSSw\sqrt{\frac{1)}{ni}+\frac{1)}{nj}}$	Fsc	Fst	القرار
X1− X2	18.99	360.62	40.91	8.815	6.2372	رفض الفرضية الصفرية
X1− X3	16.66	277.56	40.17	6.905		رفض الفرضية الصفرية
X2−X3	−2.33	5.43	39.37	0.138		قبول الفرضية الصفرية

القرار : إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الحرجة نقوم برفض الفرض الصفري ونقبل البديل

3. طريقة توكي (Tukey).

مثال: لتكن لديك المعطيات التالية:

X1= 43.625 x2= 25.708 x3= 28.458 n= 24

MSSw= 516.588

HSD= $\frac{Mi-Mj}{\sqrt{\frac{MSSw}{n}}}$

نحاول تبسيط القانون السابق في الجدول الموالي:

	$(Mi - Mj)$	$\sqrt{\frac{MSSw}{n}}$	HSD	Q crit	القرار
M1– M2	17.917	4.639	3.862	3.388	رفض الفرضية الصفرية
M1– M3	15.167		3.269		قبول الفرضية الصفرية
M2–M3	2.75		0.593		قبول الفرضية الصفرية

القرار: إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الحرجة نقوم برفض الفرض الصفري ونقبل البديل.

تمارين تطبيقية

التمرين الأول:

النتائج التالية تخص المقارنة بين 3 مجموعات من الطلبة متساوية العدد (9 طلبة لكل مجموعة) في امتحان الإحصاء التطبيقي.

الفوج 1	10	14	05	08	9.5	19	02	15	01
الفوج 2	17	16.25	13.75	7.25	6	12	18	16	09
الفوج 3	18	09	15	4.75	16	01	18.50	10	10.5

المطلوب: 1. تكوين جدول تحليل التباين؛

2. اختبار فرض تساوي المتوسطات؛

3. اجر المقارنات الثنائية بين متوسطات المجموعات الثلاثة اعتماد على اختبار توكي.

الحل:

1. تكوين جدول تحليل التباين

	SS	DF	MSS	Fc
BG	56.847	2	28.424	0.921
WG	740.403	24	30.850	
T	797.250	26	–	

2– اختبار فرض تساوي المتوسطات: من جدول توزيع F وعند مستوى معنوية 5%، وبدرجات حرية 2 للبسط (K–1) و24 للمقام (N–K) وجدنا أن قيمة f الجدولية تساوي 3.40.

القرار: القيمة الإحصائية المحسوبة تساوي 0.921 وهي أقل من القيمة الجدولية 3.40، وبالتالي فإن القرار هو قبول الفرضية العدمية (الصفرية) بتساوي نقاط الطلبة بمادة الإحصاء التطبيقي في الأفواج الثلاثة عند مستوى معنوية 5%، وبالتالي عدم إمكانية استخدام اختبار توكي.

التمرين الثاني:

قام أحد الباحثين بمقارنة تأثير أربعة أساليب تدريبية على 4 مجموعات متساوية العدد (7 رياضيين)، فقام بإجراء اختبار الشد للأعلى لـ 10 أيام تدريب، بعد اختبار الفرض الذي يقرر أن متوسطات المجموعات الأربعة متساوية كانت النتائج:

	SS	DF	MSS	Fc
BG			65.083	
WG	57.428			
T			–	

المطلوب: 1. إكمال جدول تحليل التباين؛

2. اختبار فرض اختلاف المتوسطات؛

3. اعتمادا على اختبار شيفيه ، أجري المقارنات البعدية بين متوسطات العينات لمعرفة لمن تعزى الفروق

حيث:

X1= 6.57 x2= 10.14 x3= 14 x4= 10.85

الحل

1- اكمال جدول تحليل التباين

	SS	DF	MSS	Fc
BG	195.249	3	65.083	27.20
WG	57.428	24	2.393	
T	252.677	27	–	

2- اختبار فرض اختلاف المتوسطات: من جدول توزيع F وعند مستوى معنوية 5%، وبدرجات حرية 3 للبسط (K-1) و 24 للمقام (N-K) وجدنا أن قيمة f الجدولية تساوي 3.01

القرار: القيمة الإحصائية المحسوبة تساوي 27.20 وهي أكبر من القيمة الجدولية 3.01، وبالتالي فإن القرار هو رفض الفرضية العدمية (الصفرية) عند مستوى معنوية 5% وقبول الفرضية البديلة التي تنص على وجود اختلاف في تأثير الأساليب التدريبية على مجموعة الرياضيين عينة الدراسة، وبالتالي إمكانية استخدام اختبار شيفيه للمقارنات البعدية.

3- اختبار شيفيه: نقوم بتطبيق القانون التالي:

$$Fs = \frac{(Xi-Xj)^2}{MSSw(\frac{1}{ni}+\frac{1}{nj})}$$

X1= 6.57 x2= 10.14 x3= 14 x4= 10.85

نحاول تبسيط القانون لسابق في الجدول الموالي:

	$(Xi-Xj)$	$(Xi-Xj)^2$	$MSSw(\frac{1}{ni}+\frac{1}{nj})$	Fsc	Fst	القرار
X1- X2	-3.57	12.745	0.684	18.63	9.03	رفض (h0)
X1- X3	-7.43	55.205		80.71		رفض (h0)
X1-X4	-4.28	18.318		26.78		رفض (h0)
X2-X3	-3.86	14.899		21.78		رفض (h0)
X2-X4	-0.71	0.504		0.74		قبول (h0)
X3-X4	3.15	9.922		14.50		رفض (h0)

التمرين الثالث

	SS	DF	MSS	Fc
BG	1849.09	2	924.54	5.579
WG	1988.65	12	165.72	
T	3837.75	14	−	

المطلوب: اعتمادا على اختبار توكي، أجري المقارنات البعدية بين متوسطات العينات لمعرفة لمن تعزى الفروق، علما أن:

n= 5 x1= 79.5 x2= 57.2 x3= 80.85

من جدول توزيع F وعند مستوى معنوية 5%، وبدرجات حرية 2 للبسط (K−1) و12 للمقام (N−K) وجدنا أن قيمة f الجدولية تساوي 3.89

إذا، القيمة الإحصائية المحسوبة تساوي 5.579 وهي أكبر من القيمة الجدولية 3.89، وبالتالي فإن القرار هو رفض الفرضية العدمية (الصفرية) عند مستوى معنوية 5% وقبول الفرضية البديلة التي تنص على وجود اختلاف بين المجموعات الثلاثة، وبالتالي إمكانية استخدام اختبار توكي للمقارنات البعدية.

$$HSD=\frac{Mi-Mj}{\sqrt{\frac{MSSw}{n}}}$$

n= 5 x1= 79.5 x2= 57.2 x3= 80.85

نحاول تبسيط القانون السابق في الجدول الموالي:

	$(Mi-Mj)$	$\sqrt{\frac{MSSw}{n}}$	HSD	Q crit	القرار
M1− M2	22.3	5.757	3.87	3.775	رفض (h0)
M1− M3	1.35		0.23		قبول (h0)
M3−M2	23.65		4.10		رفض (h0)

التمرين الرابع

لدينا جدول تحليل التباين كما يلي:

	SS	DF	MSS	Fc
BG				
WG	1480.331			
T	1781.647		−	

X1= 21.08 x2= 22.61 x3= 22.68 x4= 28.10

N1= 12 n2= 13 n3= 16 n4= 10

المطلوب: 1. إكمال بيانات جدول تحليل التباين؛

2. اختبار فرض اختلاف المتوسطات؛

3. اعتمادا على اختبار أقل فرق معنوي ، أجري المقارنات البعدية بين متوسطات العينات لمعرفة لمن تعزى الفروق.

الحل

1- إكمال بيانات جدول تحليل التباين

	SS	DF	MSS	Fc
BG	301.316	3	100.439	3.189
WG	1480.331	47	31.496	
T	1781.647	50	–	

2- اختبار فرض اختلاف المتوسطات: من جدول توزيع F وعند مستوى معنوية 5%، وبدرجات حرية 3 للبسط (K-1) و47 للمقام (N-K) وجدنا أن قيمة f الجدولية تساوي 2.815

إذا، القيمة الإحصائية المحسوبة تساوي 3.189 وهي أكبر من القيمة الجدولية 2.815، وبالتالي فإن القرار هو رفض الفرضية العدمية (الصفرية) عند مستوى معنوية 5% وقبول الفرضية البديلة التي تنص على وجود اختلاف بين المجموعات الأربعة، وبالتالي إمكانية استخدام اختبار أقل فرق معنوي للمقارنات البعدية.

3- اختبار أقل فرق معنوي: بما أن حجم العينة غير متساوي في المجموعات الأربعة فنستخدم القانون التالي:

$$LSD= (t,\ DFw)^* \sqrt{MSSw * \frac{1}{n1} + \cdots + \frac{1}{n1}}$$

$$LSD= 2.012^* \sqrt{31.496 * \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{16} + \frac{1}{10}}$$

$$LSD= 2.012^* \sqrt{31.496 * 0.08 + 0.08 + 0.06} + 0.1 = 2.012^* 3.17 = 6.39$$

فيما بعد نقوم بترتيب المتوسطات الحسابية تصاعديا (من الأصغر إلى الأكبر) في الجدول المساعد التالي، ثم نقوم بحساب الفرق بين كل متوسطين.

	X1	X2	X3	X4
X1	0			
X2	−1.53	0		
X3	−1.6	−0.07	0	
X4	−7.02	−5.49	−5.42	0

بعد القيم بعملية الطرح، نختار القيم الأكبر من القيمة المحسوبة (LSD) دون الأخذ بعين الاعتبار لعلامة (−)، وعليه يوجد فرق معنوي بين المتوسطات المشار إليه باللون الأحمر (كما هو موضح في الجدول السابق)

إذا، نذهب مباشرة إلى أكبر قيمة في الجدول والتي تقدر بـ 7.02 في مثالنا، وهي تجمع بين x1 وx4، وبالرجوع إلى قيم المتوسطات الحسابية الخاصة بكل مجموعة نجد أن المجموعة الرابعة لها أكبر قيمة (28.10)، وبالتالي الفروق تعزى لصالح المجموعة الرابعة.

المحاضرة الثالثة: اختبار كروسكال واليس

(اختبار لامعلمي)

يستخدم اختبار كروسكال واليس لاختبار الفروق **لأكثر تماما من مجموعتين**، وهو بديل **لابارامتري (لامعلمي)** لتحليل التباين الأحادي، إلا أنه يكون في حالة **عدم التوزيع الطبيعي**، وغالبا ما تكون البيانات في صورة رتبية مثل اختبار مان ويتني(سيتم التطرق إليه في لمحاضرة الرابعة)

وهناك مجموعة من الخطوات الواجب القيام بها للتوصل للصيغة النهائية لهذا الاختبار، والمتمثلة في:

1- إضافة عمود مقابل لكل مجموعة يعطى اسم الرتب (R1. R2, R3....Rn)؛

2- إعطاء رتبة لكل قيمة من قيم مجموعات الدراسة، حيث يتم ترتيب القيم ترتيبا تنازليا من الأصغر للأكبر مع إعطاء القيمة الصغرى رقم 1 ومن ثم مواصل الترقيم، أما إذا وجد رقم 0 ضمن قيم مجموعات الدراسة فيتم تجاهله؛

في حالة الفروق المتشابهة تعطى لها رتبة وسيطة = مجموع الرتب /عدد قيم الرتب

3- القيام بجمع الرتب الخاصة بكل مجموعة.

4- حساب قيمة H وفقا للعلاقة التالية:

$$H=\frac{12}{N(N+1)}*\left(\frac{\Sigma R1^2}{n1}+\frac{\Sigma R2^2}{n2}+\cdots..+\frac{\Sigma Rn^2}{nk}\right)-3(N+1)$$

5- مقارنة القيمة المحسوبة (H) بالقيمة الجدولية المتحصل عليها من جدول توزيع كاي تربيع؛

6- اتخاذ القرار: إذ كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية فإننا نرفض الفرضية الصفرية وبالتالي وجود اختلاف بين المجموعات المدروسة عند مستوى معنوية معين.

<u>مثال تطبيقي:</u> لمقارنة ثلاثة أنواع من الأدوية لمعالجة الصداع، أخذت مجموعة من 22 شخصا يعانون من الصداع، وقسموا إلى ثلاث مجموعات، حيث اعطيت كل مجموعة نوعا من الأدوية وتم رصد زمن الشفاء بالدقائق وكانت النتائج كما يلي:

مج 1	58	52	41	53	35	21	54	47
مج 2	56	22	44	46	29	34	38	-
مج 3	80	53	55	56	65	56	70	-

المطلوب: اختبر صحة الفرضية القائلة بأنه لا يوجد فروق بين الأدوية الثلاثة عند مستوى 5%.

<u>حل المثال التطبيقي:</u> باتباع الخطوات المذكورة أعلاه نتحصل على الجدول الموالي:

مج 1	R1	مج 2	R2	مج 3	R3
58	19	56	17	80	22
52	11	22	02	53	12.5
41	07	44	08	55	15
53	12.5	46	09	56	17
35	05	29	03	65	20
21	01	34	04	56	17
54	14	38	06	70	21
47	10	–	–	–	–
ΣR1	79.5	**ΣR2**	49	**ΣR3**	124.5

N= n1+n2+n3= 8+7+7= 22.

$$\frac{12}{N(N+1)} * \left(\frac{\Sigma R1^2}{n1} + \frac{\Sigma R2^2}{n2} + \cdots .. + \frac{\Sigma Rn^2}{nk}\right) - 3(N+1)$$

بالتعويض في المعادلة نجد:

$$\frac{12}{22(22+1)} * \left(\frac{79.5^2}{8} + \frac{49^2}{7} + \frac{124.5^2}{7}\right) - 3(22+1) = 10.38$$

من جدول التوزيع كاي تربيع بدرجة حري 2 وعند مستوى معنوية 5%، وجدنا أن $X^2 = 5.991$.

القرار: بما أن $H > X^2$ فإننا نرفض الفرضية الصفرية وبالتالي وجود دليل على وجود اختلاف بين الأدوية الثلاثة عند مستوى معنوية 5%.

المحاضرة الرابعة: اختبار مان ويتني

(اختبار لا معلمي)

اختبار مان ويتني هو أسلوب إحصائي **لابارامتري (لامعلمي)** يدرس دلالة الفروق بين **مجموعتين مستقلتين**. وهناك مجموعة من الخطوات الواجب القيام بها للتوصل للصيغة النهائية لهذا الاختبار، والمتمثلة في:

1- إضافة عمود مقابل لكل مجموعة يعطى اسم الرتب(R1. R2, R3....Rn) ؛

2- إعطاء رتبة لكل قيمة من قيم المجموعتين على أساس وجود مجموعة واحدة، حيث يتم ترتيب القيم ترتيبا تنازليا من الأصغر للأكبر مع إعطاء القيمة الصغرى رقم 1 ومن ثم مواصل الترقيم، أما إذا وجد رقم 0 ضمن قيم مجموعات الدراسة فيتم تجاهله؛

في حالة الفروق المتشابهة تعطى لها رتبة وسيطة = مجموع الرتب /عدد قيم الرتب

3- القيام بجمع الرتب الخاصة بكل مجموعة.

4- حساب قيمة U وفقا للقوانين التالية:

$$\mathbf{U1= n1n2+(n1(n1+1)/2)-\Sigma R1}$$
$$\mathbf{U2= n1n2+(n2(n2+1)/2)-\Sigma R2}$$

5- نقوم باختيار أقل قيمة بين U1 وu2، ونطلق عليها اسم UC (القيمة المحسوبة)؛

6- مقارنة القيمة المحسوبة (UC) بالقيمة الجدولية المتحصل عليها من جدول مان ويتني؛

7- اتخاذ القرار: إذ كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية فإننا نقبل الفرضية الصفرية وبالتالي عدم وجود اختلاف بين المجموعات المدروسة عند مستوى معنوية معين.

مثال تطبيقي 1

باستخدام اختبار مان ويتني اختبر هل هناك اختلاف بين درجات المجموعتين الموضحة في الجدول الموالي وذلك عند مستوى معنوية 5%.

المجموعة 1	10	20	30	40	50	60	70	80	90	-
المجموعة 2	11	21	31	41	51	61	71	81	91	99

الحل

مجموع الرتب ΣR	الرتبR	المجموعة	الدرجات
	1	1	10
	3	1	20
	5	1	30
	7	1	40
ΣR1= 81	9	1	50
	11	1	60
	13	1	70
	15	1	80
	17	1	90
	2	2	11
	4	2	21
	6	2	31
	8	2	41
ΣR2= 109	10	2	51
	12	2	61
	14	2	71
	16	2	81
	18	2	91
	19	2	99

$U1= n1n2+(n1(n1+1)/2)-\Sigma R1=9*10+(9*10/2)-81= 54$

$U2= n1n2+(n2(n2+1)/2)-\Sigma R2=9*10+(10*11/2)-109= 36$

من جدول مان ويتني وجدنا أن ut تساوي 20 أي Uc>Ut وعليه لا توجد فروق دالة إحصائيا (قبول الفرضية الصفرية).

مثال تطبيقي 2

للتأكد من صحة الفرضية التالية: لا توجد فروق دالة إحصائيا في لتعب العصبي تعزى لنمط التغذية، قمنا بإجراء مجموعات من الحسابات، لنتحصل في الأخير على الجدول الموالي:

مفرطون في تناول السكر	98	98	98	98	98	98	92	92
غير مفرطين	92	92	92	92	90	90	90	-

الحل

النتائج	المجموعة	الرتبR	مجموع الرتب ΣR
98	1	12.5	
98	1	12.5	
98	1	12.5	
98	1	12.5	ΣR1= 88
98	1	12.5	
98	1	12.5	
92	1	6.5	
92	1	6.5	
92	2	6.5	
92	2	6.5	
92	2	6.5	
92	2	6.5	ΣR2= 32
90	2	2	
90	2	2	
90	2	2	

$U1= n1n2+(n1(n1+1)/2)-\Sigma R1=4$

$U2= n1n2+(n2(n2+1)/2)-\Sigma R2=52$

من جدول مان ويتني وجدنا أن ut تساوي 10 أي Uc<Ut وبالتالي نرفض الفرضية الصفرية ونستبدلها بالفرضية البديلة التي تنص على وجود فروق دالة إحصائيا تعزى لنمط التغذية.

تمارين تطبيقية

التمرين الأول

باستخدام اختبار مان ويتني، اختبر هل هناك اختلاف بين درجات المجموعتين وذلك عند مستوى 5%

مج 1	52	78	56	90	65	86	64	90	49	78
مج 2	72	62	91	88	90	74	98	80	81	71

الحل

الدرجات	المجموعة	الرتب R	مجموع الرتب ΣR
52	1	2	$\Sigma R1= 86$
78	1	10.5	
56	1	3	
90	1	17	
65	1	6	
86	1	14	
64	1	5	
90	1	17	
49	1	1	
78	1	10.5	
72	2	8	$\Sigma R2= 124$
62	2	4	
91	2	19	
88	2	15	
90	2	17	
74	2	09	
98	2	20	
80	2	12	
81	2	13	
71	2	7	

$U1= n1n2+(n1(n1+1)/2)-\Sigma R1= 69$

$U2= n1n2+(n2(n2+1)/2)-\Sigma R2= 31$

من جدول مان ويتني وجدنا أن ut تساوي 23 أي Uc>Ut وعليه لا توجد فروق دالة إحصائيا (قبول الفرضية الصفرية)

التمرين 2

بغرض معرفة تأثير ممارسة الرياضة على مؤشر الكتلة الجسمية لعينة من الطلبة قمنا بقياسها فكانت النتائج كما يلي:

الطالب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
IMC	22.8	23.4	23.6	23.7	24.8	26.1	30.2	23	26	26.3	27.3	28.7	33.5	35.3
ممارسة الرياضة	يمارس يوميا	يمارس يوميا	يمارس يوميا	يمارس يوميا	يمارس يوميا	يمارس يوميا	يمارس يوميا	لا	لا	لا	لا	لا	لا	لا

المطلوب: باستخدام اختبار لابارمتري قم بالإجابة على السؤال التالي: هل تؤثر ممارسة الرياضة على مؤشر الكتلة الجسمية لهؤلاء الطلبة عند مستوى 5%؟

الحل

الطالب	IMC	ممارسة الرياضة	الرتب R	مجموع الرتب ΣR
1	22.8	يمارس يوميا	1	ΣR1= 39
2	23.4		3	
3	23.6		4	
4	23.7		5	
5	24.8		6	
6	26.1		8	
7	30.2		12	
8	23	لا يمارس	2	ΣR2= 66
9	26		7	
10	26.3		9	
11	27.3		10	
12	28.7		11	
13	33.5		13	
14	35.3		14	

$U1= n1n2+(n1(n1+1)/2)-\Sigma R1= 7*7+(7*8/2)-39= 38$

$U2= n1n2+(n2(n2+1)/2)-\Sigma R2=49+28-66= 11$

من جدول مان ويتني وجدنا أن ut تساوي 8 أي Uc>Ut وعليه لا توجد فروق دالة إحصائيا (قبول الفرضية الصفرية)