UNIVERSITÉ LARBI BEN M'HIDI-OUM EL BOUAGHI

Faculté des Sciences Exactes et Sciences de la Nature et de la Vie

Département de Mathématique et Informatique

3ième année licence informatique (SI)

Corrigé type de Contrôle N 01 **Prob & Stat** **Le 24/01/2022**

Nom :................................Prénom :.................................Groupe :..........

Exercice 01.(08 points) (Variable aléatoire discrète)

1) L'expérience aléatoire "tirer au hasard 3 sujets parmi les 100 sujets", donc $card(\Omega) = C_{100}^{3} = 161700$. **(1 pt)**

2) Soit A l'évènement "le candidat ait révisé les 3 sujets tirés", donc

$$P(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{C_{60}^{3}}{161700} = \frac{34220}{161700} = 0.21. \ (\mathbf{0.5pt})$$

Soit B l'évènement "exactement 2 sujets tirés soit... révisés", donc

$$P(B) = \frac{card(B)}{card(\Omega)} = \frac{C_{60}^{2}\ C_{40}^{1}}{161700} = \frac{70800}{161700} = 0.44. \ (\mathbf{0.5pt})$$

Soit C l'évènement "aucun sujets tirés soit révisés", donc

$$P(C) = \frac{card(C)}{card(\Omega)} = \frac{C_{40}^{3}}{161700} = \frac{9880}{161700} = 0.06. \ (\mathbf{0}$$

5pt)

6) La probabilité qu'au moins deux sujets tirés soit révisés c'est :

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) = 0.65 \quad (\mathbf{0.5pt})$$

Remarque : Dans cet exercice 1, on peut estimer la loi hypergéométrique $\mathcal{H}(n = 3, N_1 = 60, N = 100)$ par la loi binomiale $\mathcal{B}(n = 3, p = \frac{60}{100} = 0.6)$, car $N > 10n$.

Exercice 02.(06 points) (Probabilité conditionnelle)

Soient

A l'évènement "Le patient prend de l'aspirine" **(0.25 pt)**, donc $P(A) = \frac{3}{5}$ **(0.25 pt)**,

M l'évènement "Le patient prend du médicament" **(0.25 pt)**, donc $P(M) = \frac{2}{5}$ **(0.25 pt)**.

On remarque que $\{A, M\}$ forme **une partition** de Ω **(0.25 pt)**.

Et S l'évènement "Le patient soit soulagé" **(0.25 pt)**.

On a $P(S \mid A) = 0.75$ **(0.25 pt)** et $P(S \mid M) = 0.9$ **(0.25 pt)**.

1) On applique **la formule de probabilité totale (0.5 pt)**, on obtient

$$\begin{aligned} P(S) = P(S \cap A) + P(S \cap M) &= P(S \mid A)\ P(A) + P(S \mid M)\ P(M) \quad (\mathbf{0.5pt}) \\ &= 0.75\ \frac{3}{5} + 0.9\ \frac{2}{5} = 0.81 \quad (\mathbf{0.5pt}) \end{aligned}$$

2) On applique **la formule de Bayes (0.5 pt)**, on obtient :

$$\begin{aligned} P(A \mid S) = \frac{P(A \cap S)}{P(S)} &= \frac{P(S \mid A)\ P(A)}{P(S)} \quad (\mathbf{0.5pt}) \\ &= \frac{0.75\ \frac{3}{5}}{0.81} = 0.56 \quad (\mathbf{05pt}) \end{aligned}$$

Et

$$\begin{aligned} P(M \mid S) = \frac{P(M \cap S)}{P(S)} &= \frac{P(S \mid M)\ P(M)}{P(S)} \quad (\mathbf{0.5pt}) \\ &= \frac{0.9\ \frac{2}{5}}{0.81} = 0.44 \quad (\mathbf{05pt}) \end{aligned}$$

Exercice 03.(06 points) (Variable aléatoire continue)

1) On a

$$\int f_X(x)dx = 1 \Leftrightarrow \int_0^{+\infty} \lambda e^{-x} dx = 1 \Leftrightarrow -\lambda e^{-x} \mid_0^{+\infty} = 1$$

donc $\lambda = 1$. **(1 pt)**

On déduit que X suit la loi exponentielle de paramètre 1. **(1 pt)**

2) L'espérance et la variance de X sont : $E(X) = \dfrac{1}{\lambda} = 1$ et $Var(X) = \dfrac{1}{\lambda^2} = 1$. **(1 pt)**

3) On a la fonction de répartition de X est $F_X(x) = P(X \leq x) = 1 - e^{-x}$ **(1 pt)**. Alors $P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = e^{-10} \simeq 0$. **(1 pt)**

4)

$$\begin{aligned} P(X < t) &= 0.8 \\ \Rightarrow \quad 1 - e^{-t} &= 0.8 \\ \Rightarrow \quad t &= -\ ln(1 - 0.8) = 1.61 \approx 2\ heures \end{aligned}$$

(1 pt)