

Rappel sur la poussée et butée des terres

Introduction: Lorsque les massifs de terre, dans des conditions géométriques données, ne peuvent présenter une stabilité satisfaisante vis à vis du glissement, ceux-ci doivent être retenus par des ouvrages et ouvrages de soutènement.

Le but de ce chapitre est de déterminer les pressions exercées par les couches de terrain sur les soutènements et réciproquement.

Il est divisé en trois parties:

- 1^{ère} partie: état d'équilibre limite. Il s'agit d'une étude théorique des actions réciproques entre un massif de terre et un écran.

- 2^{ème} partie: détermination pratique des poussées et butées sur les écrans.

- 3^{ème} partie: Dimensionnement des ouvrages de soutènement. Les notions présentées dans cette dernière partie s'applique aux:

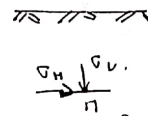
- murs de soutènement classiques,
- Rideaux de palplanches.
- parois moulées ou prefabricquées.
- Terre armée.

A. Etat d'équilibre limite:

I. Définition:

I-1- Sol au repos: Soit un massif de sol semi-infini à surface libre horizontale soumis à aucune force extérieure.

Soit σ_v la contrainte verticale sur une facette horizontale en un point Π , à la profondeur h . Cette contrainte a pour valeur $\sigma_v = \gamma \cdot h$. (cette contrainte est principale)



Soit σ_h la contrainte sur un élément de facette verticale. Cette contrainte est aussi principale et donc horizontale.

Par définition on écrit $\sigma_h = K_0 \sigma_v$.

avec K_0 : Coefficient de pression des terres au repos

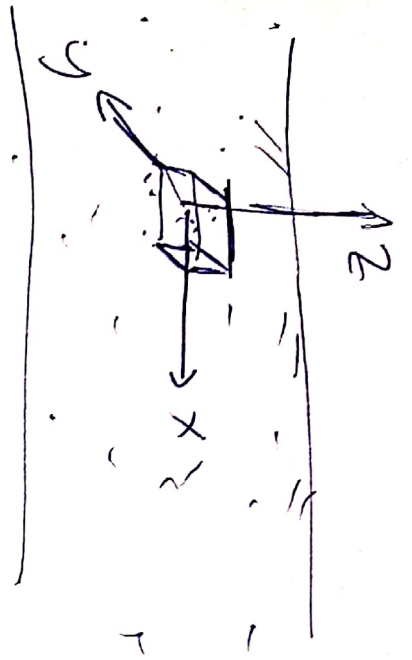
- K_0 : - dépend de la nature du sol.
- de l'histoire du sol
- de la profondeur considérée.

Sa valeur approximative pour différents sols est la suivante:

- Sable lâche $K_0 = 0,45$ à $0,5$
- Sable compact $K_0 = 0,40$ à $0,45$
- argile normalement consolidée $K_0 = 0,5$
- argile molle, vase $K_0 = 1$
- argile surconsolidée K_0 variable.

I-2. Définition de la poussée et de la butée des terres

Nous donnerons deux définitions de la poussée et de la butée: L'une ayant trait aux contraintes développées dans le sol, l'autre aux forces exercées par le sol sur un écran.



Deux système d'axes orthogonaux
 les formules relatives contiennent
 et obtenues par la division
 par les équations données
 système à trois dimensions

$$z = \frac{1}{c} [ax - v(b_1y + c_1z)]$$

$$z = y$$

$$y = \frac{1}{b} [ax - v(b_1y + c_1z)]$$

$$z \neq 0$$

$$z = \frac{1}{c} (ax - v(b_1y + c_1z))$$

$$\Rightarrow \frac{1}{c} [ax - v(b_1y + c_1z)] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ax - v(b_1y + c_1z) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (ax - v(b_1y + c_1z)) = a$$

$$\frac{\partial}{\partial y} (ax - v(b_1y + c_1z)) = -vb_1$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (ax - v(b_1y + c_1z)) = -vc_1$$

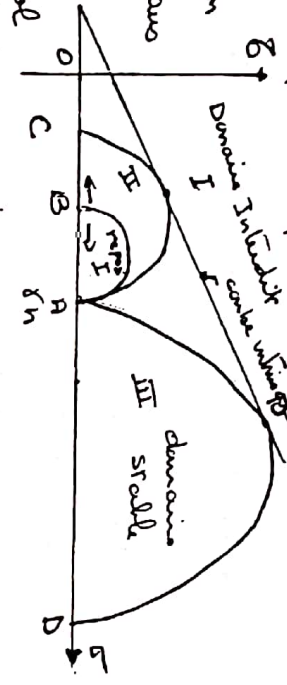
3. -

est un Sol homogène. Sans eau à surface horizontale ou chargés, alors une représentation bidimensionnelle. Dans ce cas il n'y a pas de possibilité de déplacement latéral. Les contraintes principales verticales et horizontales sont :

$$\begin{cases} \sigma'_v = \gamma h & u = 0 \\ \sigma'_h = K_0 \gamma h \end{cases}$$

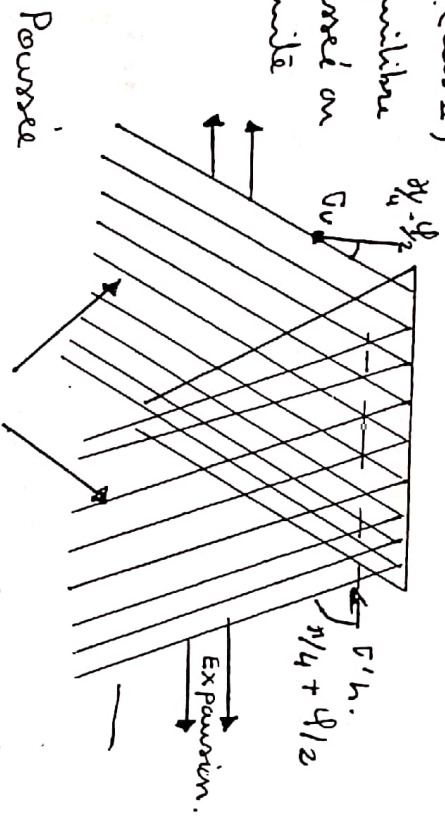
et état de contraintes est représenté par le cercle de Mohr de diamètre σ'_v .

examines de quelle façon peut y avoir rupture dans la masse du Sol.



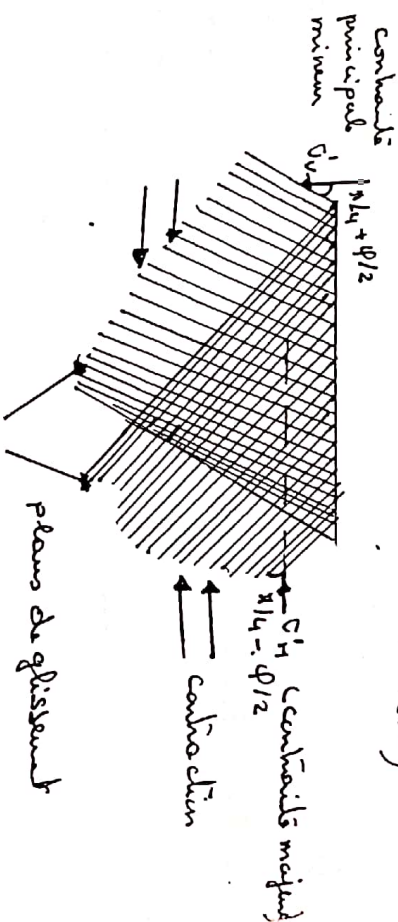
si nous permettons au Sol une expansion latérale ($\epsilon_h > 0$), la contrainte verticale sera principale et égale à σ'_v et la contrainte horizontale la diminuer, sur la figure ci-dessus, le point B se rapproche du point C, En C il y a rupture du Sol et est appelé à lien en Coul le point. Ce mode de rupture est appelé rupture par poussée (cas II)

ou encore équilibre limite de poussée on équilibre limite actif.



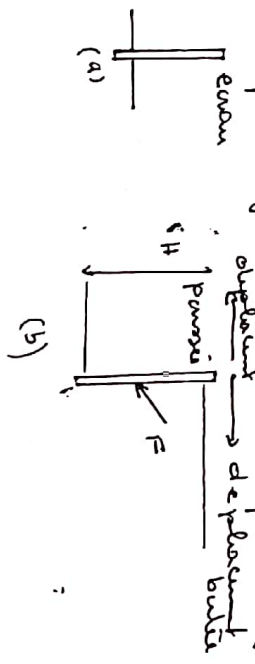
Plans de glissement
Equilibre limite inférieur

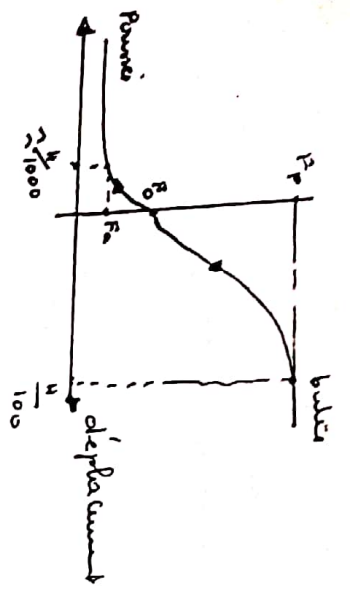
Il est également possible de provoquer la rupture du massif de Sol par compression latérale ($\epsilon_h < 0$). Dans ce cas, le point B ($\sigma'_h = K_0 \gamma h$) se rapproche d'abord du point A. En A, il y a un état de contraintes isotrope ($\sigma'_v = \sigma'_h = \gamma h$) puis, la contrainte latérale augmente, le point B atteint le point D où il y a rupture. cette rupture a lieu au même temps sur tous les points du Sol. Ce mode de rupture est appelé rupture par butée (cas III)



Dans ce cas on atteint l'état d'équilibre limite supérieur ou équilibre limite de butée ou encore (lim) équilibre limite passif.

Considérons la force exercée par le Sol sur un évan vertical, maintenant fixe, et on va maintenant le déplacer.





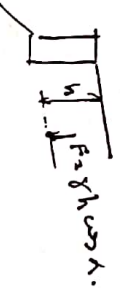
out momentant d'autre intérêt. La force exercée par le sol est nulle. Si nous permettons un déplacement horizontal de sommet de terre, la force F varie comme l'indique la figure (c) et vaient le sens de déplacement, la valeur de F diminue jusqu'à un minimum où vient jusqu'à son maximum. Les deux valeurs extrêmes de la force F, qui correspondent à la rupture du sol derrière l'écran sont appelées :

- Force de poussée : F_a (minimum)
- Force de butée : F_p (maximum)

Theorie de Rankine

La théorie de Rankine permet de déterminer l'état des terres dans un sol en butée ou en poussée derrière un mur de soutènement, donc de calculer les forces s'exerçant sur ce mur.

1. Hypothèses :



En plus de l'horizontalité du sol, elle admet l'hypothèse fondamentale suivante. Les pressions de terre sont considérées l'équilibre par des murs ou des écrans à la surface d'un sol homogène par la répartition des contraintes verticales dans le sol. La théorie de Rankine suppose que le frottement entre le mur et le sol est nul.

2.2. Coefficient de poussée et de butée dans le cas d'un sol homogène :

σ'_h / σ'_v : est compris entre deux valeurs extrêmes :

- La valeur minimum correspond à la poussée : elle est appelée coefficient de poussée K_a
- Valeur maximum correspond à la butée, elle est appelée coefficient de butée K_p .

2.2.1. Sol pulvérisant à surface horizontale :

En écrivant : $\sigma'_h = \sigma'_v \sin^2 \phi'$

$$\frac{\sigma'_h - (\sigma'_v) \sin^2 \phi'}{2} = \frac{\sigma'_v (1 - \sin^2 \phi')}{2} \cdot \sin \phi'$$

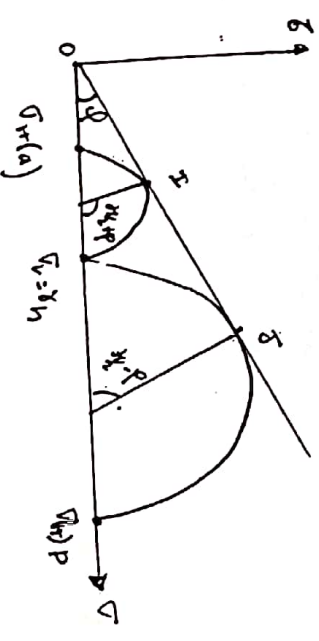
$$(\sigma'_h)_{a \pm \sigma'_v} = \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} \cdot \sigma'_v \cdot \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\phi'}{2} \right)$$

$$K_a = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\phi'}{2} \right)$$

on obtient

$$K_p = \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\phi'}{2} \right) = 1/K_a$$

donc :



2. Sol à la fois cohérent et frottant à surface horizontale. -
 Sol saturé en compacité à long terme
 n'appliquant le théorème des états correspondants, on remplace
 dans le calcul précédent $(\sigma'_H)_a$ par $(\sigma'_H)_a + H$ et σ'_V par $\sigma'_V + H$
 sachant que $H = c' \cot \phi'$

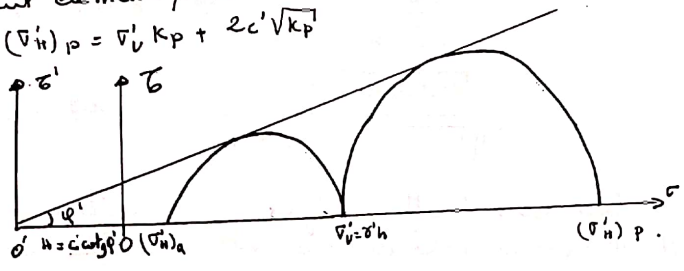
$$\frac{(\sigma'_H)_a + H}{\sigma'_V + H} = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2}\right)$$

$$(\sigma'_H)_a = \sigma'_V \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2}\right) + H \left[\tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2}\right) - 1 \right]$$

L'expression devient
 $(\sigma'_H)_a = \sigma'_V K_a - 2c' \sqrt{K_a}$

on obtient de même pour l'état de butée

$$(\sigma'_H)_p = \sigma'_V K_p + 2c' \sqrt{K_p}$$

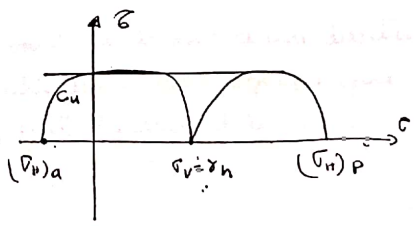


2.2.3 Sol purement cohérent

C'est le cas du sol fin saturé en compacité à long terme. Le calcul s'effectue à court terme à contrainte Totale

$$(\sigma_H)_a = \gamma h - 2c_u$$

$$(\sigma_H)_p = \gamma h + 2c_u$$



2.3. Calcul des forces de poussée et de butée.
 - Sol à la fois cohérent et frottant à surface horizontale.

Soit un mur de soutènement à paroi verticale soutenant un remblai sans eau. Derrière le mur, la surface du remblai est supposée plane.

La contrainte, qui s'exerce sur un élément de la paroi du mur à la profondeur h, a pour valeur

$$p = K_a \delta h \text{ ou } K_p \delta h$$

Si H est la hauteur du mur et si la surface du remblai est horizontale, les forces de poussée, et de butée, ont pour expression:

$$F_a = \int_0^H K_a \delta h \cdot dh = \frac{1}{2} \delta H^2 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2}\right) - 2c'H \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2}\right)$$

$$F_a = \frac{1}{2} \delta H^2 K_a - 2c'H \sqrt{K_a}$$

Soit

$$F_p = \int_0^H K_p \delta h \cdot dh = \frac{1}{2} \delta H^2 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}\right) + 2c'H \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}\right)$$

$$F_p = \frac{1}{2} \delta H^2 K_p + 2c'H \sqrt{K_p}$$

Lorsque la cohésion est nulle, les forces de poussée ou de butée s'applique au tiers de la hauteur à partir de la base.

Pour un sol pulvérisant à surface inclinée

$$V = \gamma h \cos \beta$$

la théorie de Rankine



$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a$$

$$P_r = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p$$

$$M_e K_a = \cos \beta$$

$$\frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}$$

$$K_p = \cos \beta \cdot \frac{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}$$

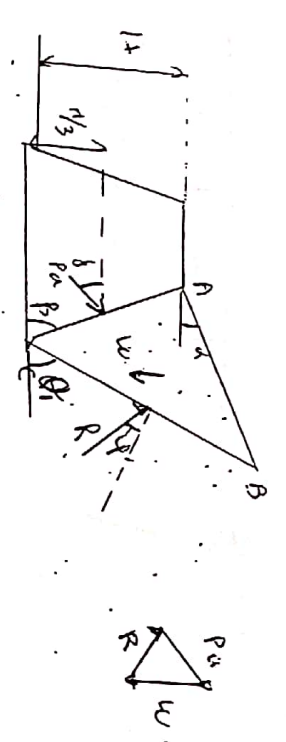
Dans le cas d'un sol à la fois pulvérisant et cohésif, on pourra utiliser la théorie des états correspondants.

Théorie de Coulomb:

Hypothèses: La théorie de Coulomb repose sur deux hypothèses:

- Le sol ne compte qu'un seul plan de rupture.
- La force agissant sur le mur a une direction connue. En d'autres termes, cela signifie que l'angle de frottement s'entre l'écran et le mur est connu.

Soit un mur soutenant un remblai, comme l'indique la figure.



Supposons que la surface de rupture soit le plan AC. Soit un mur soutenant un remblai, comme l'indique la figure.

Supposons par ailleurs que le sol de remblai derrière le mur soit un sol pulvérisant et qu'il soit parfaitement incliné.

ϕ'

Le principe de Coulomb consiste à écrire l'équilibre statique du coin de sol ABC sous l'action des forces qui lui sont appliquées et qui sont:

- Le poids \vec{W} du coin du sol ABC.
- La force \vec{P}_a exercée par le mur.
- La réaction \vec{R} exercée par le sol sur le plan de rupture.

rupture

On dessine un triangle de force qui nous permet de déterminer P_a , on répète l'opération pour différents

surfaces de glissement et on obtient $P_{a \max}$, la

force active de Coulomb, Coulomb suppose que

$$P_a \text{ agit à la hauteur } \frac{H}{3}, P_a = \frac{1}{2} K_a \cdot \gamma H^2$$

$$\text{avec } K_a = \frac{\sin^2(\beta + \varphi)}{\sin^2 \beta \sin(\beta + \delta)} \cdot \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \alpha)}{\sin(\beta - \delta) \sin(\alpha + \beta)}} \right]^{-1}$$

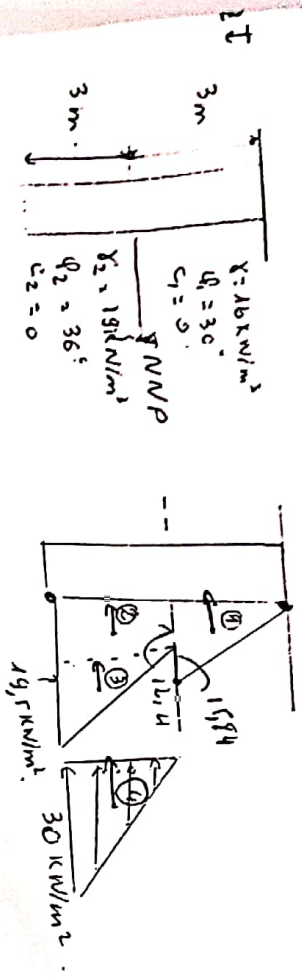
Poussée possible de Coulomb :

Même hypothèse que précédemment .

$$P_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 \cdot K_p$$

$$K_p = \frac{\sin^2(\beta + \varphi)}{\sin^2 \beta \sin(\beta + \delta)} \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi + \alpha)}{\sin(\beta + \delta) \sin(\beta + \alpha)}} \right]^{-2}$$

D: Sur la passe de la route : l'axe de Rankine



Déterminer les forces actives de Rankine.

Solution:

$$\bar{\sigma}_a = \gamma z \tan^2\left(45 - \frac{\phi}{2}\right) - 2c \sqrt{K_a}$$

avec $K_a = \tan^2\left(45 - \frac{\phi}{2}\right)$.

$$K_{a1} = \tan^2\left(45 - \frac{30}{2}\right) = 0,33$$

$$K_{a2} = \tan^2\left(45 - \frac{36}{2}\right) = 0,26$$

$$C_1 = c_2 = 0 \Rightarrow \bar{\sigma}_a = K_{a1} \cdot \bar{\sigma}_v$$

pour $z=0 \Rightarrow \bar{\sigma}_v = 0 \Rightarrow \bar{\sigma}_a = 0$

pour $z=3 \Rightarrow \bar{\sigma}_v = \gamma_1 h_1 = 16 \cdot 3 = 48 \text{ kN/m}^2$

$$\Rightarrow \bar{\sigma}_a = K_{a1} \cdot \bar{\sigma}_v = 0,33 \cdot 48 = 15,84 \text{ kN/m}^2$$

pour $z=3 \Rightarrow \bar{\sigma}_v = \gamma_1 h_1 = 48 \text{ kN/m}^2$

$$\bar{\sigma}_a = K_{a2} \cdot \bar{\sigma}_v = 0,26 \cdot 48 = 12,48 \text{ kN/m}^2$$

pour $z=6 \Rightarrow \bar{\sigma}_v = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 = 48 + 9 \cdot 3 = 75 \text{ kN/m}^2$

$$\bar{\sigma}_a = K_{a2} \cdot \bar{\sigma}_v = 0,26 \cdot 75 = 19,5 \text{ kN/m}^2$$

Calcul de la pression hydrostatique

$$w = \gamma_w \cdot z_w$$

$$z_w = 3 \text{ m} \cdot \gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$$

$$\rightarrow \bar{\sigma}_w = 10 \times 3 = 30 \text{ kN/m}^2$$

La force $P_a = \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4}$

$$P_a = \frac{1}{2} 15,84 \times 3 + 12,48 \times 3 + \frac{1}{2} (15,84 - 12,48) \times 3 + \frac{1}{2} 30 \times 3$$

$$= 23,76 + 37,2 + 5,76 + 45$$

$$= 111,08 \text{ kN/m}$$

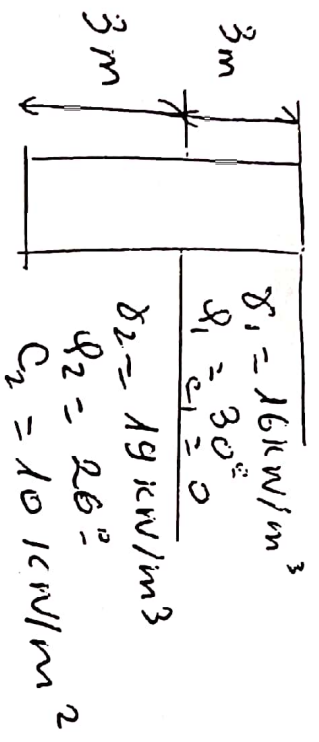
$$Z_P = \frac{\sum P_i \cdot z_i}{\sum P_a} = \frac{\frac{1}{2} 15,84 \times 3 \cdot 4 + 12,48 \times 3 \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{2} (15,84 - 12,48) \times 3 \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} 30 \times 3 \times \frac{3}{2}}{111,08}$$

$$Z_P = \frac{95,04 + 55,8 + 37,4 + 67,5}{111,08}$$

$$Z_P = 4,21 \text{ m}$$

Exercice 2: Pour exercice avec la présence de Cohésion dans la couche 2: $c_2 = 10 \text{ kN/m}^2$

3-



Déterminer la Force active de Rankine ?