سلسلة تمارين محلولة _ اختبار الفروض _

التمرين الأول: تعتقد الشركة العامة للبريد أن دخلها الشهري من المكالمات الهاتفية الدولية قد تزايد بشكل واضح، ولتأكيد هذا الاعتقاد اختيرت عينة عشوائية تتكون من 100 سجل من سجلات زبائنها فوجد أن متوسط القسط الشهري المدفوع عن المكالمات الدولية يساوي 22,10 دينار، فإذا كانت سجلات الشركة تشير إلى أن متوسط القسط الشهري الذي يدفعه الزبائن عن المكالمات الدولية 17,10 دينار وبتباين 450. هل تؤيد اعتقاد الشركة عند مستوى المعنوية 1%؟

الحل:

$$U_0 = 17,10 \quad U_{\overline{X}} = 22,10$$

$$n = 100$$

$$\delta_X = \sqrt{450} = 21,21$$

1- صياغة الفرضية (أحادية من اليمين)

$$H_0 : U_{\overline{X}} = U_0$$

$$H_1 : U_{\overline{X}} > U_0$$

بما أن المجتمع غير معلوم التوزيع، و $n > 30$، و X للمجتمع معلوم، فإننا نتبع التوزيع الطبيعي

2- قاعدة القرار

$$R\ H_0 : Z_{cal} > Z_{tab}$$

$$A\ H_0 : Z_{cal} < Z_{tab}$$

3- إيجاد القيمة الحسابية:

$$Z_{tab} = Z_{0,90} = 1,64$$

4- حساب cal :

$$Z_{cal} = \frac{U_{\overline{X}} - U_0}{\delta_{\overline{X}}} = \frac{22,10 - 17,10}{21,21/\sqrt{100}} = 2,357$$

5- اتخاذ القرار: بما أن $_{cal} > Z_{tab}$ فإننا نرفض H_0 ونقبل الفرض البديل القائل بأن الدخل الشهري للشركة العامة قد تزايد بشكل واضح.

التمرين الثاني: قامت شركة الخطوط الجوية بدراسة حول عدد المقاعد التي تبقى شاغرة أثناء الرحلات الداخلية فوجدت أن متوسط عدد المقاعد التي تبقى أثناء هذه الرحلات يساوي 30.2، وبالتالي قررت إدارة الشركة تخفيض سعر التذاكر حتى يكون متوسط عدد المقاعد الشاغرة 20 مقعد فأقل. وبعد ثلاثة أشهر أجريت دراسة على عينة من 41 رحلة فوجدت أن متوسط عدد المقاعد الشاغرة يساوي 17,3 وبتباين 30,25. ما هي الخلاصة التي يمكن أن تصل إليها الإدارة عند مستوى المعنوية 5%؟

الحل:

$\cup_X = 17{,}3$	$\propto = 5\%$
$n = 41$	$\cup_0 = 20$
$S^2 = 30.25$	$S = \sqrt{30.25} = 5.5$

المجتمع غير معلوم التوزيع، و$n > 30$، وδ_X للمجتمع مجهول عوض بـS، فإننا نتبع توزيع طبيعي

1- صياغة الفرضية: (هدف الشركة تخفيض المقاعد إلى أقل من 20) أحادية من اليسار

$$H_0: \cup_{\overline{X}} = \cup_0$$

$$H_1: \cup_{\overline{X}} < \cup_0$$

2- قاعدة القرار: توزيع طبيعي

$$R\ H_0: Z_{cal} > Z_{tab}$$

$$A\ H_0: Z_{cal} < Z_{tab}$$

3- إيجاد القيمة الحسابية:

$$Z_{tab} = Z_{0,95} = 1{,}96$$

4- حساب القيمة الحسابية:

$$Z_{cal} = \frac{\cup_{\overline{X}} - \cup_0}{\delta_{\overline{X}}} = \frac{17{,}3 - 20}{5{,}5/\sqrt{41}} = -3{,}14$$

5- اتخاذ القرار: بما أن $_{cal} < -Z_{tab}$ فإننا نرفض H_0 ونقبل H_1 القائل بأن تخفيض سعر التذاكر كان عامل أساسي في تخفيض المقاعد الشاغرة في الطائرة.

التمرين الثالث: يعتقد مدير إدارة أحد المقاهي أن الآلة التي يستعملها والمصممة لتعبئة أكواب سعة كل منها 170 ملل، لا تعمل بشكل منتظم وبالتالي قام باختيار عينة عشوائية تتكون من 25 كوب تم تعبئتها باستخدام هذه الآلة، فوجد أن متوسط هذه العينة يساوي 184 ملل بانحراف معياري يساوي 20 ملل، هل هذه البيانات تؤيد اعتقاد مدير الإدارة عند مستوى المعنوية 1% علما أن المجتمع موزع طبيعيا؟

الحل:

$\propto = 1\%$

$n = 25$ $\quad U_0 = 170$

$S = 20$ $\quad U_{=} = 184$

بما أن المجتمع موزع طبيعيا ، و $n < 30$، و δ_X للمجتمع م جهول عوض ب S، فإننا نتبع توزيع سيتودنت

1- صياغة الفرضية: (ثنائية الاتجاه)

$H_0 : U_{\overline{X}} = U_0$

$H_1 : U_{\overline{X}} \neq U_0$

2- قاعدة القرار:

$R\ H_0 : |t_{cal}| > t_{tab}$

$A\ H_0 : |t_{cal}| < t_{tab}$

3- إيجاد القيمة الجدولية:

$$t_{tab} = t_{(v,\propto)} = t_{(24;0,01)} = 1,711$$

4- حساب القيمة الحسابية:

$$t_{cal} = \frac{U_{\overline{X}} - U_0}{\delta_{\overline{X}}} = \frac{184 - 170}{20/\sqrt{25}} = 3,5$$

5- اتخاذ القرار:

بما أن $t_{tab} < {}_{cal}$ فإننا نرفض H_0 ونقبل الفرض البديل H_1 القائلة بأن: الآلة التي يستعملها تعمل بشكل منظم.

التمرين الرابع: إذا علمت أن 15% من الأجهزة المرئية التي تنتجها شركة الالكترونيات يتم ارجاعها بسبب وجود خلل بها. وفي محاولة التغلب على هذه المشكلة قامت الشركة بتعديل في بعض قطاع الغيار اللازمة للإنتاج ثم قامت بتسويق عينة عشوائية من 250 جهاز حيث تم إرجاع 3 منها للشركة وذلك بسبب خلل بها . على ضوء هذه المعلومات هل يمكن القول بأن هناك تحسن في إنتاج الشركة عند مستوى المعنوية 5%؟

الحل: $\propto = 5\%$

$$n = 250 \qquad \cup_{P_0} = 0{,}15$$

$$\cup_{P'} = \frac{30}{250} = 0{,}12 \qquad q = 1 - 0{,}15 = 0{,}85$$

1- صياغة الفرضية: أحادية من اليسار

$$H_0 : \cup_{P'} = \cup_{P_0}$$

$$H_1 : \cup_{P'} < \cup_{P_0}$$

2- قاعدة القرار:

$$R\ H_0 : Z_{cal} < -Z_{tab}$$

$$A\ H_0 : Z_{cal} > -Z_{tab}$$

3- إيجاد القيمة الجدولية:

$$Z_{tab} = Z_{0{,}05} = -1{,}96$$

4- حساب القيمة الحسابية:

$$Z_{cal} = \frac{\cup_{P'} - \cup_{P_0}}{\sqrt{\frac{P_0 q_0}{n}}} = \frac{0{,}12 - 0{,}15}{\sqrt{\frac{(0{,}15)(0{,}85)}{250}}} = -1{,}327$$

5- اتخاذ القرار:

بما أن $Z_{cal} > -Z_{tab}$ فإننا نقبل H_0 القائلة بأنه لا يطرأ تحسن على إنتاج الشركة عند مستوى معنوية 5%.

التمرين السادس:

أشارت إحدى الدراسات التي تضمنت عينة عشوائية من 670 طفل أن 66% منهم قد أنهوا سلسلة اللقاح الخاصة بالوقاية من التهابات الكبد، من هذه البيانات هل يمكن القول بأن نسبة أفراد المجتمع الذين أنهوا السلسلة أكثر من 60% عند $\propto = 0,01$؟

الحل: $\propto = 1\%$

$$n = 670 \qquad P_0 = \cup_{P_0} = 0,60$$

$$P' = \cup_{P'} = 0,66 \qquad q_0 = 1 - 0,60 = 0,40$$

1- صياغة الفرضية: أحادية من اليمين

$$H_0 : \cup_{P'} = \cup_{P_0}$$

$$H_1 : \cup_{P'} > \cup_{P_0}$$

2- قاعدة القرار:

$$R\ H_0 : Z_{cal} > Z_{tab}$$

$$A\ H_0 : Z_{cal} < Z_{tab}$$

3- إيجاد القيمة الجدولية:

$$Z_{tab} = Z_{0,01} = 1,64$$

4- حساب القيمة الحسابية:

$$Z_{cal} = \frac{\cup_{P'} - \cup_{P_0}}{\sqrt{\frac{P_0 q_0}{n}}} = \frac{0,66 - 0,60}{\sqrt{\frac{(0,60)(0,40)}{670}}} = 3,1746$$

5- اتخاذ القرار:

بما أن $Z_{cal} > Z_{tab}$ نرفض H_0 ونقبل الفرض البديل H_1 القائل بأن نسبة الأطفال الذين أنهوا سلسلة اللقاح ضد التهابات الكبد أكبر من 60%.

التمرين 7:

اختبار مقنن لقياس مستوى الثقة في التنفس تم تطبيقه على عينتين عشوائيتين من الأطفال حيث الأول تضمن 16 طفل مصابا بمرض مزمن فكان متوسط درجاتهم بالاختبار يساوي 22,5 وانحراف معياري يساوي 4,1، والعينة الثانية تتضمن 21 طفل أصحاء فكان متوسط درجاتهم بالاختبار يساوي 26,9 وانحراف معياري يساوي 3,2. على ضوء هذه البيانات، هل يمكن القول بأن الأطفال المرضى يبدو أنهم أقل ثقة في النفس نت الأطفال الأصحاء عند مستوي معنوية 5% وذلك على افتراض أن مجتمعي المعاينة طبيعيين؟

الحل:

الأطفال المرضى	الأطفال الأصحاء
$n_1 = 16$	$n_2 = 21$
$U_{X_1} = 22,5$	$U_{X_2} = 26,9$
$S_1 = 4,1$	$S_2 = 3,2$

$$c = 95\% \rightarrow \alpha = 5\%$$

بما أن المجتمعين موزعين طبيعيا، n_1 وn_2 أقل من 30، δ_{X_1} وδ_{X_2} غير معلومين يعوضان بـ S_1 وS_2 فإن التوزيع يتبع توزيع ستيودنت.

1) صياغة الفرضية: (أحادية من اليسار)

$$H_0 = U_{\overline{X}_1} = U_{\overline{X}_2}$$

$$H_0 = U_{\overline{X}_1} < U_{\overline{X}_2}$$

2) قاعدة قرار:

$$R\ H_0: |t_{cal}| < -t_{tab}$$

$$A\ H_0: |t_{cal}| > -t_{tab}$$

3) إيجاد قيمة T الجدولية:

$$T_{(V.\alpha)} = T_{(35;0,05)}$$

$$V = n_1 + n_2 - k \rightarrow 16 + 21 - 2 = 35$$

$$= T_{(40;0,05)} = 2,021$$

4) حساب القيمة المعيارية:

$$T_{cal} = \frac{U_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} - 0}{\delta_{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}}$$

$$\delta_{\overline{X}} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} = 3,61$$

حسب نظرية المعاينة للفروق بين المتوسطات:

$$U_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} = U_{\overline{X}_1} - U_{\overline{X}_2} = 22,5 - 26,9$$

$$U_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} = -4,4$$

$$t_{cal} = \frac{-4,4 - 0}{3,61} = -1,21$$

5) اتخاذ القرار:

* بما أن $_{cal} < -t_{tab}$ نقبل H_0 ونرفض H_1

التمرين الثامن:

اختبار مقنن للذكاء يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي 110 وتباين يساوي 100، فاذا تقدم لهذا الاختبار عينة مكونة من 25 طالب بمدرسة معينة وكان متوسط درجاتهم بهذا الاختبار يساوي 115، من

بين هذه البيانات هل يمكن القول بأن متوسط درجات الطلبة بصفة عامة في هذه المدرسة يختلف عن المتوسط العام عند مستوى المعنوية 5%؟

الحل:

$U_0 = 110$	$U_{\overline{X}} = 115$
$n = 25$	$\delta_X = 100$

بما أن: المجتمع موزع طبيعيا، و n أقل من 30، δ_X للمجتمع معلوم، فإننا نتبع توزيع طبيعي

1- صياغة الفرضية: (ثنائية الاتجاه)

H_0: لا يختلف متوسط درجات الطلبة عن درجات المتوسط العام

H_1: يختلف متوسط درجات الطلبة عن درجات المتوسط العام

$$H_0: U_{\overline{X}} = U_0$$

$$H_1: U_{\overline{X}} \neq U_0$$

2- قاعدة القرار:

$$R\ H_0: |Z_{cal}| > Z_{tab}$$

$$A\ H_0: |Z_{cal}| < Z_{tab}$$

3- إيجاد القيمة الجدولية:

$$Z_{tab} = 1{,}96$$

4- حساب القيمة الحسابية:

$$Z_{cal} = \frac{U_{\overline{X}} - U_0}{\delta_{\overline{X}}/\sqrt{n}} = \frac{115 - 110}{10/\sqrt{25}} = 2{,}5$$

5- اتخاذ القرار: بما أن $_{cal} > Z_{tab}$ فإننا نرفض H_0 ونقبل الفرض البديل H_1القائل بأن هناك اختلاف بين متوسط درجات الطلبة عن درجات المتوسط العام.