Faculté des Sciences et Sciences Appliquées

Master 2 Construction Mécanique

Interrogation écrite N°2 en Matériaux Composites

Nom : .... **Prénom :** Corrigé type

On considère le composite stratifié [90 / 0] d'épaisseur $2t$. Les plis constituants sont parfaitement identiques (même nature et même épaisseurs.

- Déterminer la forme explicite de la matrice constitutive du stratifié en fonction des coefficients Q_{ij}.
- Le stratifié est exposé à l'effort résultant normal N_x puis au moment résultant M_x. Analyser, d'après les résultats obtenus, son comportement en membrane et en flexion.
- Dans les mêmes conditions, proposer une solution qui permet d'éliminer le phénomène de couplage.

Note :

Voir au verso l'écriture des termes de la matrice $\overline{Q}_{ij}$ du $k^{ième}$ pli.

12/12

Réponse

• Matrice constitutive du stratifié

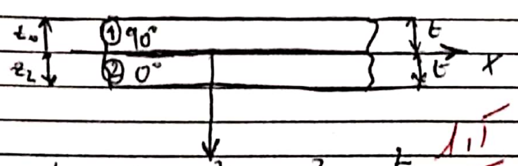
$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^m \\ K^\circ \end{Bmatrix}.$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{2} \overline{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad 0.5$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{2} \overline{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad 0.5$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{2} \overline{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad 0.5$$

• Paramétrage.



$$z_0 = -t \; ; \; z_1 = 0 \; ; \; z_2 = t \quad 1.5$$

$$A_{ij} = \overline{Q}_{ij})_1 (t) + \overline{Q}_{ij})_2 (t)$$

$$A_{11} = Q_{22} t + Q_{11} t$$

$$A_{12} = Q_{12} t + Q_{12} t = 2 Q_{12} t$$

$$A_{16} = 0 \; ; \; A_{26} = 0$$

$$A_{22} = Q_{11} t + Q_{22} t$$

$$A_{66} = Q_{66} t + Q_{66} t = 2 Q_{66} t$$

1.5

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \overline{Q}_{ij})_1 (-t^2) + \frac{1}{2} \overline{Q}_{ij} (t^2)$$

$$B_{11} = \frac{1}{2} t^2 (Q_{22} - Q_{11})$$

$$B_{12} = \frac{1}{2} Q_{12} (-t^2) + \frac{1}{2} Q_{12} (t^2) = 0$$

$$B_{16} = 0 \; , \; B_{26} = 0$$

$$B_{22} = \frac{1}{2} Q_{11} (-t^2) + \frac{1}{2} Q_{22} (t^2) = \frac{1}{2} t^2 (Q_{22} - Q_{11})$$

$$B_{66} = -\frac{1}{2} Q_{66} (t^2) + \frac{1}{2} Q_{66} (t^2) = 0$$

1.5

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \overline{Q}_{ij})_1 (t^3) + \frac{1}{3} \overline{Q}_{ij} (t^3)$$

$$D_{11} = \frac{1}{3} Q_{22} (t^3) + \frac{1}{3} Q_{11} t^3 = \frac{1}{3} t^3 (Q_{22} + Q_{11})$$

$$D_{12} = \frac{1}{3} Q_{12} (t^3) + \frac{1}{3} Q_{12} (t^3) = \frac{2}{3} Q_{12} t^3$$

$$D_{16} = 0 \; , \; D_{26} = 0$$

$$D_{22} = \frac{1}{3} Q_{11} t^3 + \frac{1}{3} Q_{22} t^3 = \frac{1}{3} t^3 (Q_{11} + Q_{22})$$

$$D_{66} = \frac{2}{3} Q_{66} t^3$$

1.5

forme explicite

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{11} & 0 & 0 & B_{11} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ B_{11} & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & B_{11} & 0 & D_{12} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^\circ \\ \varepsilon_y^\circ \\ \gamma_{xy}^\circ \\ K_x^\circ \\ K_y^\circ \\ K_{xy}^\circ \end{Bmatrix}$$

1

- $N_x \neq 0$ et le reste nul :

On trouve :

$$N_x = A_{11}\,\varepsilon_x^0 + A_{12}\,\varepsilon_y^0 + B_{11}\,k_x^0$$

1.5 => un effet normal provoque des déformation normales suivant x et y et une flexion dans le plan x-y (suivant x).

- $M_x = 0$ et le reste nul.

On trouve.

1.5 $$M_x = B_{11}\,\varepsilon_x^0 + D_{11}\,k_x^0 + D_{12}\,k_y^0$$

=> Un moment fléchissant M_x provoque une flexion suivant x, une flexion suivant y et un déformation normale suivant x.

- Pour éliminer le phénomène de couplage on rajoute une couche (à 90° par exemple) pour avoir [90°/0°/90°]. avec lam épaisseur le stratifié sera symétrique. $B_{ij} = 0$

1 $$\left\{\frac{N}{M}\right\} = \left[\begin{array}{c|c} A & 0 \\ \hline 0 & D \end{array}\right] \left\{\frac{\varepsilon^0}{K^0}\right\}.$$

Pas de couplage Membrane flexion.