كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة
قسم الرياضيات والإعلام الآلي
السنة الثالثة رياضيات S5

السلسلة رقم 00 حول المعادلات التفاضلية

تمرين 1: إيجاد الحل العام المعادلات التفاضلية التالية:

1. $y'=\cos x$ ، من أجل $y(0)=1$.
2. $x'=\sin t$.
3. $y'=1+tg^2x$.
4. $y'=2x^2-1$.
5. $y'=e^x\cos x$.

تمرين 2: حل المعادلات التفاضلية التالية:

1. $\left(1-x^2\right)y'+xy=0$.
2. $y'=4-y$ من أجل $y(0)=1$ ثم $y(0)=5$.
3. $y'\sin x=y$.
4. $x'=\dfrac{2xy}{x^2+1}$.
5. $y'+2x\sqrt{1-y^2}$.
6. $(x-1)dx+(y-2)dy=0$.
7. $2x\left(y^2+1\right)dx-y\left(2x^2+1\right)dy=0$.
8. $y'\sqrt{1+x^2}=\sqrt{1+y^2}$.
9. $e^{x+y}+y'e^{-2y}=0$.
10. $x'=\dfrac{(2y+1)^2}{3y(y+2)}$.
11. $x^2(y+1)dx+y^2(x-1)dy=0$

تمرين3: حل المعادلات التفاضلية التالية:

1. $2x^2y'-y^2=4xy$.
2. $2xyy'+x^2=y^2$.
3. $2xyy'=x^2-y^2$.
4. $y^2+\left(x^2+xy\right)y'=0$.
5. $(x+2y+1)dx-(2x-3)dy=0$
6. $(x-2\sin y+3)dx-(2x-4\sin y-3)\cos x\,dy=0$.
7. $(2x+4y+1)dx=(x+2y+3)dy$.
8. $x\,dy-y\,dx=\sqrt{x^2+y^2}\,dx$.
9. $xyy'-y^2=(x+y)^2$.
10. $xyy'-y^2=(x+y)^2e^{-y/x}$.

تمرين4: أوجد درجة التجانس، ثم قم بحل المعادلات التفاضلية التالية:

1. $(xy'-2y)^2=x^2(2xy'+y)$.
2. $x^2y'^2-6xyy'+5y^2-4x^3y=0$.
3. $xyy'=4x^4+2y^2$.
4. $y'=\dfrac{x^3+y^2}{xy(1-x)}$.
5. $x^2y'^2-2xyy'+y^2-4x^3y=0$.

تمرين5: حل المعادلات التفاضلية التالية:

1. $3y'+12y=4$.
2. $y'+y=e^{3x}$.
3. $y'+(\operatorname{tg}x)y=1/\cos x$.
4. $y'+\left(\dfrac{x+2}{x}\right)y=\dfrac{e^x}{x^2}$.
5. $y'+y=\dfrac{1-e^{-2x}}{e^x+e^{-x}}$.
6. $y'=(10-y)\operatorname{ch}x$.
7. $xy'+(3x+1)y=e^{-3x}$.

تمرين 6: ✍ إيجاد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية:

1. $2y' - \frac{y}{x} + y^3 \cos x = 0$. **2.** $y' + y = y^2(\cos x - \sin x)$. **3.** $y' - y = xy^3$.

4. $y' \sin y = \cos y(1 - \cos y)$ لنضع $u = \cos y$ **5.** $y' + (x+1)y = e^x y^3$

تمرين7:

11. تحقق أن $u = \frac{1}{x}$ حل خاص للمعادلة التفاضلية: $y' = \frac{y^2}{2} + \frac{1}{2x^2}$ ، ثم أوجد الحل العام لها.

12. تحقق أن كثير حدود من درجة الأولى حل خاص للمعادلة التفاضلية: $y' = y^2 - (2x+1)y + x^2 + x + 1$ ، ثم أوجد الحل العام لها.

13. تحقق أن كثير حدود من درجة الأولى حل خاص للمعادلة التفاضلية: $y' = y^2 - 2x\,y + x^2 + 1$ ، ثم أوجد الحل العام لها

تمرين8: ✍ حل المعادلات التفاضلية التالية:

8. $y = x\,y' + y' - y'^2$. **13.** $y = x(1+y') + y'^2$.

9. $y = x\,y' + \sqrt{1 - y'^2}$. **14.** $y = 2x\,y' + \frac{1}{y'}$.

10. $y = x\,y' + a\sqrt{1 + y'^2}$ **حيث**: $a \in IR$. 15. $y = -\frac{1}{2}y'(2x + y')$

11. $y = x\,y' + \frac{2}{3}y'^2$.

12. $y = y'^2(x+1)$.

تمرين9: ✍ حل المعادلات التفاضلية التالية:

1. $y'^2 + y^2 = 1$. **4.** $y = 3x\,y' + 6y^4 y'^2$.

2. $x^2 y^2 y'^2 + (x^4 - y^4)y' - x^2 y^2 = 0$.

3. $16x^2 + 2y\,y'^2 - xy'^3 = 0$.

تمرين10: ✍ حل المعادلات التفاضلية التالية:

1. $\left(2xy + x^2 y + \frac{y^3}{3}\right)e^x dx + (x^2 + y^2)e^x dy = 0$. **3.** $\left(\frac{1}{x} + \frac{y^4}{x^5}\right)dx - \frac{y^3}{x^4}dy = 0$.

2. $\frac{1}{y}dx + \left(1 - \frac{x}{y^2}\right)dy = 0$.

تمرين 11: ✍ حل المعادلات التفاضلية التالية:

1. $(x+y)\,dx - (x-y)dy = 0$.

2. $\left(2xy + x^2 y + \frac{y^3}{3}\right)dx + (x^2 + y^2)\,dy = 0$.

3. $y^2 dy + y\,dx - x\,dy = 0$.

4. $(x^4 + y^4)\,dx - x\,y^3 dy = 0$.

5. $(x\,y^2 + y)\,dx + (x^2\,y - x)\,dy = 0$.

6. $(x^2 - y^2 + 2x)\,dx + (x^2 - y^2 - 2y)dy = 0$.

7. $(y + x^3 y + 2x^2)\,dx + (x + 4x\,y^4 + 8y^3)\,dy = 0$

8. $(3y^2 - x)\,dx + (2\,y^3 - 6x\,y)dy = 0$