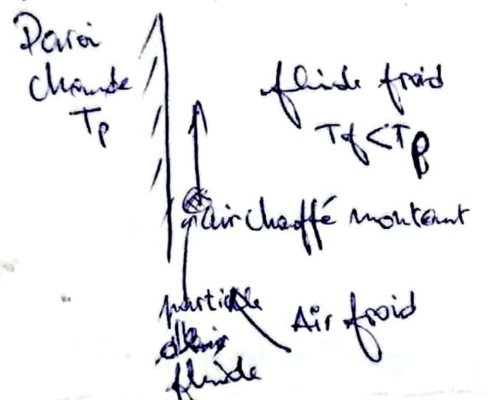
1/ Mécanisme de Convection:

La Conv est le mode de transfert de chaleur qui se produit uniquement au sein des milieux fluides (liq ou gaz) présentant des zones de diff de T°, On distingue 2 formes de Conv : Conv forcée et Conv libre selon l'origine du Mvt des fluides

a/ Convection libre (naturelle) :

Lorsque la mise en Mvt du fl est naturelle et est due à l'action des différences de masse vol $\Delta\rho$ créée par des diff de T° de fl et d'un champ de forces ext (pesanteur)

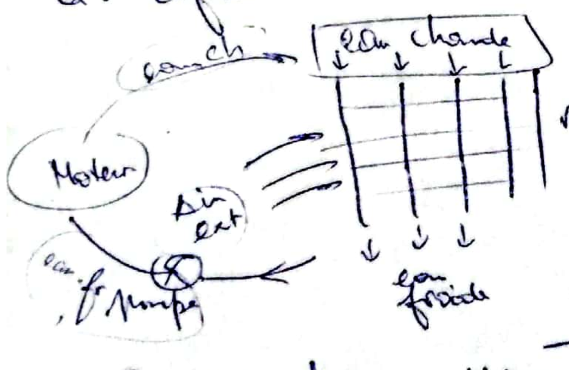


(Diff de T° ΔT) ⇒ (Diff de ρ $\Delta\rho$ avec pesanteur) ⇒ Mvt naturelle du fluide

b/ Conv forcée :

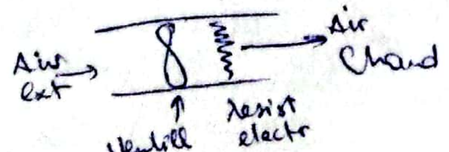
- Lorsque le fl est mise en Mvt forcé par une action mécanique externe (pompe pour les liq et ventillateur pour les gaz).

Ex : Refroidissement des moteur à Combustion à eau et à air.



Air → ventillateur.
Eau → pompe.

Ex : sèche-cheveux :



Vent → différence de pression dans l'air

2. Propriétés générales des fluides : a) Masse vol :

Un fl n'a pas de forme propre, et il a la propriété de s'écouler.

Les liq sont des fl très difficilement compressibles et expansibles, prenant ... surface libre, occupant vol propre.

Le gaz sont des fl compress et expansible (n'ont pas ni forme ni vol propre)

liq

Masse vol ρ

$\rho = \frac{m}{V}$ (kg/m^3)

liq $\Rightarrow \rho \simeq const \rightarrow$ fl incompressible

gaz { même masse ; ρ varie

$\rho = \rho(T, P)$

Gaz parfait $\rightarrow P = \rho r T$

$r = \frac{R}{M}$; R = constante des gaz parf ; M = Masse molaire

$R = 8{,}31$ J/mol K

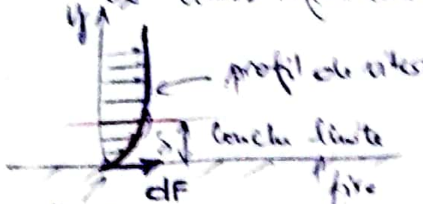
gaz → compressibilité

ON a tj :

$\rho_{gaz} << \rho_{liq}$

b. Viscosité : c'est la propriété des fl de résister aux mvt relatif interne ...

U_∞ vitesse infinie loin de la plaque.



au contact de la plaque : $U = 0$; vitesse du fl ; $U(\infty) = U_\infty$

La couche limite : couche de fl de faible épaisseur au voisinage de la paroi, la vitesse varie progressivement de 0 à U_∞ au contact de la plaque à U_∞

δ : épaisseur de couche limite $U(\delta) \simeq U_\infty$

dF : force exercée par le fl et a une tendance à entraîner les parois dans le sens de l'éclt.

$$\boxed{\tau = \frac{dF}{dS}}$$ Contrainte tangentielle (N/m^2) ; dS : élément de surf.

Loi de Newton : $\boxed{\tau = \mu \left(\frac{du}{dy}\right)}$ μ : viscosité dynamique du fluide ; $\frac{du}{dy}$: le gradient de vitesse.

μ en poiseuille (Pl) ou kg/m·s $(kg\,m^{-1}\,s^{-1})$

μ : frottement visqueux des particules fluides les unes sur les autres au cours du mvt du fluide.

$\mu(T, P, \text{Nature du fl})$

~~Pour les gaz μ↑~~ { si $T\uparrow$ $\mu\uparrow$ pour les gaz ; si $T\uparrow$ $\mu\downarrow$ pour les liquides.

Fluide Newtonien: La plus part des fl sont newtonien → vérifient : $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ ②

Viscosité cinématique : $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ → m^2/s

$[\mu]$: $kg.m^{-1}.s^{-1}$

$[\rho]$: $kg.m^{-3}$ → $[\nu] = \frac{[\mu]}{[\rho]} = \frac{kg.m^{-1}.s^{-1}}{kg.m^{-3}} = \frac{m^2}{s}$

$\mu_{gaz} \ll \mu_{liq}$

. 2 catégorie de fluids : fluides parfaits (idéals) → non visqueux ($\mu = 0$) ; fluides réel → visqueux

c. Conductivité thermique et chal massique :

Cond ther λ (en $W.m^{-1}.K^{-1}$)

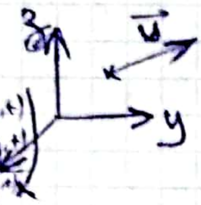
Chal mass C_p (en $J.kg.K^{-1}$)

ρ, μ, λ, C_p (T, P, nature du fluide)

$a = \frac{\lambda}{\rho C_p}$ en (m^2/s)

3. Derivée totals :

vecteur de vitesse en fl $\vec{U}\begin{pmatrix} u(x,y,z,t) \\ v(x,y,z,t) \\ w(x,y,z,t) \end{pmatrix}$



$F = F(x,y,z,t)$

$dF = \frac{\partial F}{\partial t}dt + \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial y}dy + \frac{\partial F}{\partial z}dz$.

$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial F}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{dz}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x}u + \frac{\partial F}{\partial y}v + \frac{\partial F}{\partial z}w$.

derivée tot ; derivée partielle

$$\boxed{\frac{dF}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}.\vec{\nabla} f.}$$

4. Formulation générale d'un phénomène de convection :

Résoudre un p^{me} de conv revient à determiner les 6 fcts suivantes :

$\vec{U}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$, $\mu(x,y,z,t)$, $\rho(x,y,z,t)$, et $T(x,y,z,t)$

donc on doit connaitre 6 éq :

. Eq de continuité

. Eq de Q^{te} de M^{vt} (3 eq scalaire) (eq vect → 3 eq scalaire)

. l'eq ~~vectoriel~~ de l'energie

. l'eq de l'état de fluide donnée par la TH D solide + D ...

exp : G.P : $P = \rho r T$.

5. Eq de continuité : (conservation de la masse)

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \, \mathrm{Div}\vec{U} = 0 \quad , \quad \frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{U}.\vec{\nabla}\rho$$

fl incompressible : $\rho = cte \longrightarrow \boxed{\mathrm{Div}\vec{U} = 0} \longrightarrow e = \mathrm{Div}\vec{U} = 0$

6. Eq de Quantité de MVT : fl visq Newt avec $\mu = cte$. $\Sigma\tau = \rho a$

$$\rho \frac{d\vec{U}}{dt} = \rho\vec{\varphi} - \vec{\nabla}P + \mu\left(\Delta\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{\nabla}e\right)$$

div $\vec{u}$.

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + u\frac{\partial \vec{u}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{u}}{\partial y} + w\frac{\partial \vec{u}}{\partial z}.$$

dérivée tot.

$\vec{\varphi}$ = vecteur champ de force ext , en general $\vec{\varphi} = \vec{g}$ (accélération de la pesanteur)

$$\vec{\nabla}P = \frac{\partial P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\vec{k} \quad , \quad \Delta\vec{u} = \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial z^2}.$$

$\vec{g}\downarrow$ $\uparrow h$

avec h orienté vers le haut.

On pose $P^* = P + \rho g h$ = pression motrice

$$\rho\vec{g} + \vec{\nabla}P = -\vec{\nabla}P^*$$

fl incomp $\rightarrow e = 0 \rightarrow \boxed{\rho\frac{d\vec{u}}{dt} = -\vec{\nabla}P^* + \mu\Delta\vec{u}}$

eq de Navier Stockes.

Projection sur x : $\rho\frac{du}{dt} = -\frac{\partial P^*}{\partial x} + \mu\Delta u$

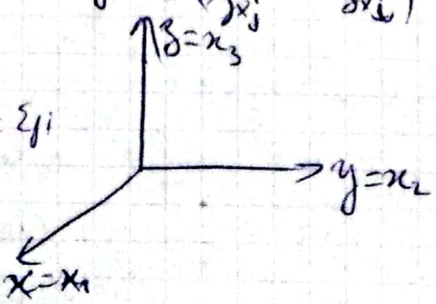
——— sur y $\Rightarrow \rho\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial P^*}{\partial y} + \mu\Delta v$

——— sur z $\Rightarrow \rho\frac{dw}{dt} = -\frac{\partial P^*}{\partial z} + \mu\Delta w$.

7. Eq de l'énergie

Tenseur taux de deformation. $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$, $i = 1,2,3$; $j = 1,2,3$

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \qquad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$$



$$\vec{U}\begin{vmatrix} u = u_1 \\ v = u_2 \\ w = u_3 \end{vmatrix}$$

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right) = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

1er principe de la thermodynamique $\Rightarrow \Delta E + \Delta K = W + Q$

E : énergie interne
K : " cinétique

Eq de l'énergie :

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = \mathrm{div}(\lambda\, \vec{\mathrm{grad}}\, T) + T\beta \frac{dP}{dt} + q + \phi$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}\cdot\vec{\nabla} T \qquad \text{coef de dilatation volumique} \qquad \frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \vec{v}\cdot\vec{\nabla} P$$

β : coef de dilatation volumique $\Rightarrow$ $\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P$

q : source (ou puit) de chaleur interne par unité de vol en W/m^3.

ϕ : Fct de dissipation volumique en W/m^3.

$$\phi = -\frac{2}{3}\mu \dot{\varepsilon}^2 + 2\mu\, \varepsilon_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

ϕ : perte d'énergie cinétique du fluide qui transformé en chaleur du fait à cause du frottement visqueux au sein du fluide.

$$\varepsilon_{ij} = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} \varepsilon_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

double sommation.

* Pour les liquides $\rightarrow \beta \simeq 0 \rightarrow \beta$ très faible (ne varie pas avec T)

une seule chal massique $c_p = c$

$$\rho c \frac{dT}{dt} = \mathrm{div}(\lambda\, \vec{\mathrm{grad}}\, T) + q + \phi$$

* Gaz parfait $\rightarrow \beta = ?$, $\frac{P}{\rho} = rT \Rightarrow \rho = \frac{P}{rT} \rightarrow \left.\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P = -\frac{P}{rT^2}$

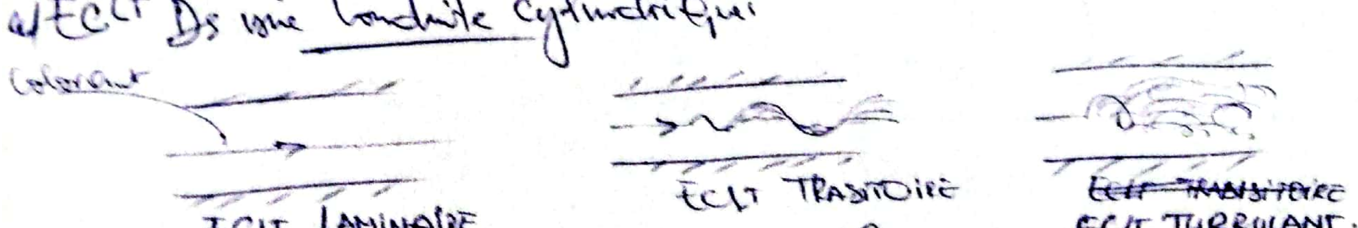
$$\beta = -\frac{rT}{P}\left(-\frac{P}{rT^2}\right) = \frac{1}{T}.$$

Eq d'énergie $\rightarrow$ $\rho c_p \frac{dT}{dt} = \mathrm{div}(\lambda\, \vec{\mathrm{grad}}\, T) + \frac{dP}{dt} + q + \phi$

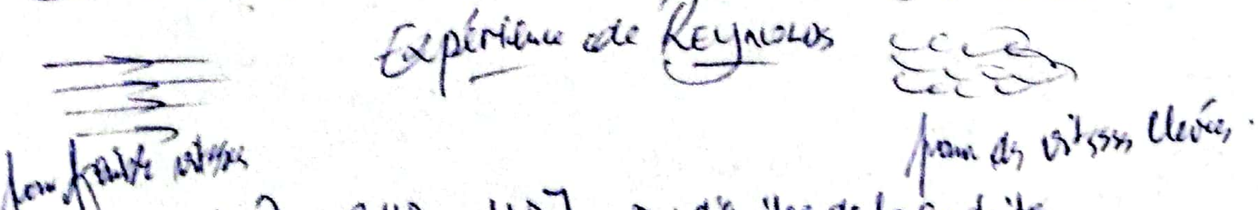
T : T° (K) , t : temps (s)

. Différents types d'écoulement :

a) ECLT Ds une conduite cylindrique



Expérience de Reynolds

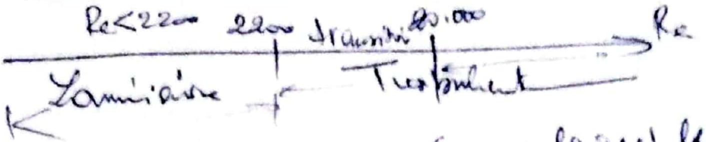


$$Re = \frac{\rho U D}{\mu} = \frac{UD}{\nu}$$

D : diamètre de la conduite

U : vit moy de l'eclt.

Cond. cylindriques : Re critique $\rightarrow Re_c \simeq 2200$.



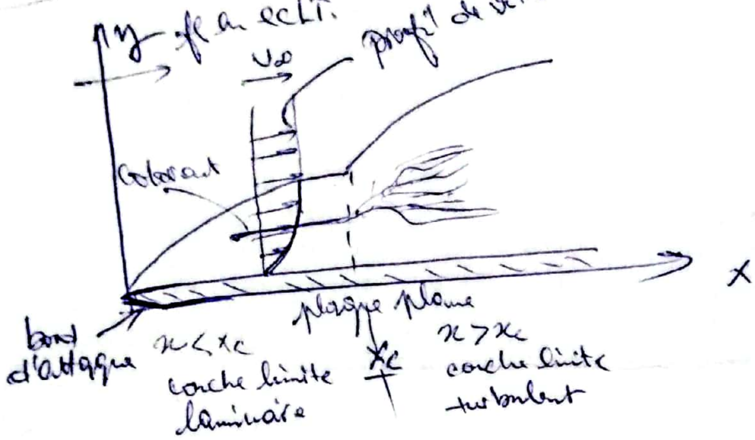
Eclt lam : c'est un eclt strictement ordonné dans lequel les diff couches de fl glissent les unes sur les autres sans se mélanger

Eclt trans : début des instabilités et des ondulations au sein de l'eclt

Eclt turb : formation de tourbillon qui se forme et grossisse et envahisse tout l'eclt, le M^{vt} du fl est complexe et désordonné.

La transition entre lam et turb se produit pour une val de Re qui dépend de l'état de la surf interne de la paroi (rugueux ou lisse) etc ..

b- ECLT autour d'une plaque plane :

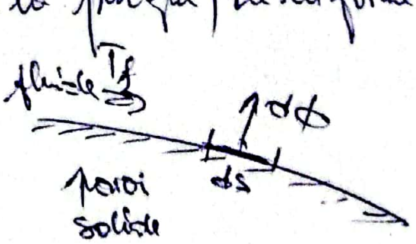


$$Re_c = \frac{U_\infty x_c}{\nu}$$: x_c : abcisse du pt de transition CL laminaire → CL turbulente.

U_∞ : vitesse du fluide loin de la plaque.

$Re_c \leq 5 \cdot 10^6$.

Soit une plaque plane plongée dans un eclt visq dont la vit U_∞ est // à la plaque sur cette dernière se développe un eclt de couches limite lam qui devient turbulent à partir d'un pt x_c, la transition lam-tur se produit pour $Re_c = \frac{U_\infty x_c}{\nu}$ dont la val dépend de l'état de surf de la plaque, de la forme du bord d'attaque etc ...



2) Détermination pratique de h :

h coef de convection

flux échangé entre paroi et fluide

$$d\phi = h(T_p - T_\infty)dS$$

car h en régime T > h en rég L

il s'agit d'un brassage (agitation) de fluide qui facilite la convection

h conv forcé > h conv naturelle
vitesse du fl élevée / vitesse du fl faible

h liq > h gaz.

h dépend de : carac du fl (ρ, μ, C_p, λ)
vit du fl (rég L, T)
forme géométrique de la paroi solide.
T^re du fl et de la paroi solide

Ordre de grandeur de h : h en W/m^2K.

Convect naturelle (gaz) → 5 à 50
— forcée (liq) → 10 à $25\,10^4$.

h est obtenu en général à partir de formule empirique.

Utilisation des nbre adimentionnels :

Avantage : c'est diminuer le nbre de variable en groupant les différents grandeurs intervenant dans le phe.
représentation graphique indépendante de unité ≠ unité.

Nbre de Nusselt :

$Nu = \frac{hL}{\lambda}$: L long. carac.

Nbre de Reynolds :

$Re = \frac{UL}{\nu}$

Nbre de Prandtl :

$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} = \frac{\frac{\mu C_p}{\rho c_p}}{\frac{\lambda}{\rho c_p}} = \frac{\nu}{a}$ = diffusivité therm = $\frac{\text{visc cinématique}}{\text{diffusivité therm}}$ $\frac{m^2/s}{m^2/s}$

Nbre de Grashof :

$N_{Gr} = G_r = \beta g\, \Delta T \frac{L^3}{\nu}$ $\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_\rho$ Coef de dillatation volumique

$g = 9{,}8\ m/s^2$ accélération de la pesanteur.

ΔT différence T^re de fl $\Delta T = T_{par} - T_{fl}$

L : longueur (dépend du phe considérée)

Les formules empiriques de la convection : exprimées comme celle ci en convect.

~~forcée~~ → $Nu = C Re^a . Pr^b$

les ctes C, a, b dépendent du régime d'éclt.

de la géométrie de la paroi solide et sont déterminées expérimentalement.

Convect naturelle

$$Nu = C\, G_r^{a} \cdot P_r^{b}$$

étapes pour calcul de h

① calcul de Nbre de Reynolds et comparaison avec le Reynolds critique. Re_{crit}

② Chercher dans la bibliographie une formule correspond à la configurat géométrique et au régime d'éclt de notre pbme.

. faire attention au son choix de la longueur carac qui intervienne au Re

. Carac du fl $(\rho, \mu, C_p, \lambda)$ évaluer en générale la T° du fluide

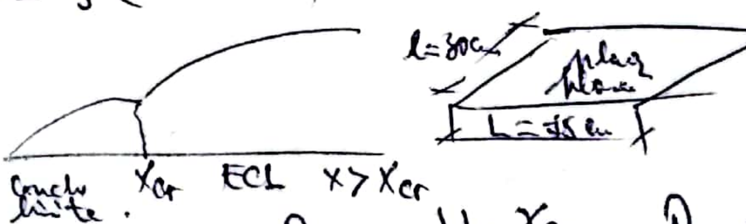
$\left(\frac{T_p + T_\infty}{2}\right)$ T_p : T° a paroi sol
T_∞ : loin de la paroi

Calcul de $Nu = \frac{hL}{\lambda}$

On en déduit : $h = \frac{\lambda Nu}{L}$ $\longrightarrow$ flux $\phi = hS(T_p - T_\infty)$

Exemple : Déterminer le flux de chal échangé entre un éclt d'air à T° = 5°C et une face d'une plaque plane on suppose la couche lim turbulente sur toute la surf.

Air $\begin{cases} U_\infty = 26{,}8 \; m/s \\ T_\infty = 5°C \end{cases}$ $Re_{cr} = \frac{U_\infty X_{cr}}{\nu}$, $Re_{cr} \simeq 3\,10^5$



L // éclt
$l \perp \vec{U_\infty}$

X_{cr} est donné par $Re_{cr} = \frac{U_\infty X_{cr}}{\nu}$, $Re_{cr} \simeq 3\,10^5 (\to 3\,10^6)$

① Calculer l'abscisse X_{cr} par laquelle se proche du CLL, CLT de façon générale.

La propriété de l'air évaluer à $\left(\frac{T_p + T_\infty}{2}\right) = \frac{71+5}{2} = 38°C = 311\,K$

300 ÷ 350 par interpollation

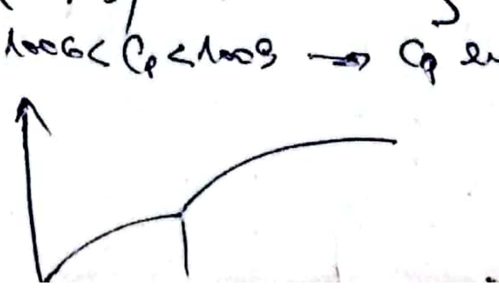
$\rho = 1{,}137$, $\mu = 1{,}9\,10^{-5}$ Pl (kg/ms) , $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ $y = y_1 + (x - x_1)\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)$

$C_p = 1006{,}7 \; J/kg\,K$ $1006 < C_p < 1009 \to C_p$ en Interpol linéaire

$\lambda = 0{,}027 \cdot W\,m^{-1}\,K^{-1}$

$Re_{cr} = \frac{\rho U_\infty \cdot X_{cr}}{\mu}$

$X_{cr} = \frac{Re_{cr} \cdot \mu}{\rho U_\infty} \simeq 2\,cm$

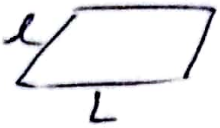


On suppose CLL on suppose CLT. Sur toute la surf. (5)
On cherche dans la bibliographie une formule qui correspond pour notre plaque négligé

$$\overline{Nu_L} = 0{,}0366 \left(Re_L\right)^{4/5} P_r^{1/3}$$

$$Re_L = \frac{\rho U_\infty L}{\mu} = 1{,}2\,10^6$$

$$\overline{Nu_L} = \frac{\overline{h} L}{\lambda} \quad . \quad \overline{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h(x)\,dx$$



$$P_r = \frac{\mu C_p}{\lambda} = 0{,}707$$

$$\overline{Nu_L} \simeq 2845 \text{ (sans dim)}$$

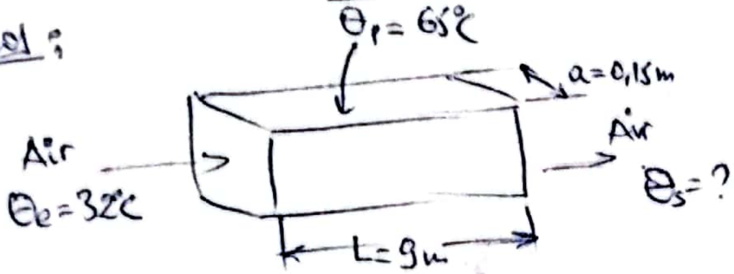
$$\overline{h} = \frac{\overline{Nu_L} \cdot \lambda}{L} = 107\, W\, m^{-2}\, deg^{-1}$$

$$S = l \cdot L = 35.75\, 10^{-4}\, m^2$$

$$\Phi = \overline{h}\left(T_p - T_\infty\right) S = 1590\, W.$$

TD — CONVECTION — (1)

Exo 1 :



Formule de COLBURN :

Conv Forcé dans des conduits cylindriques

$Nu_d = 0{,}023\, Pr^{1/3} \cdot Re_d^{0{,}8}$ pour $0{,}7 \leq Pr \leq 100$ et $10^4 \leq Re^d \leq 12 \times 10^4$.

Vitesse moyenne de l'éct de l'air $V_m = \dfrac{q_m}{\rho S} = \dfrac{0{,}24}{1{,}1\,(0{,}15)^2} = 10{,}1\,m/s$

. diamètre hydraulique : $D_H = \dfrac{4S}{P} = \dfrac{4 \times \text{Section}}{\text{perim de la section}} = \dfrac{4a^2}{4a} = a \Rightarrow \underline{D_H = a = 0{,}15\,m}$.

$Re_{DH} = \dfrac{V_m \cdot D_H}{\nu} = 8{,}3\,10^4$ (turbulent) $10^4 < Re_{DH} < 12\,10^4$ vérifié

$Nu = 0{,}023\, Pr^{1/3}\, Re^{0{,}8} = 180$

$Nu_{DH} = \dfrac{h\, D_H}{\lambda} \Rightarrow \boxed{h = \dfrac{\lambda Nu}{D_H}} \Rightarrow \boxed{h = 33\,W\,m^{-2}\,K^{-1}}$

Flux échangé entre l'air et la paroi :

$\phi = h S' \left(\Theta_p - \dfrac{\Theta_s + \Theta_e}{2}\right)$

S' : surf latérale $\Rightarrow S' = 4aL$

Qté de chal absorbée par l'air $\rightarrow Q = m c_p (\Theta_s - \Theta_e) \Rightarrow \phi = \dfrac{dQ}{dt} = q_m c_p (\Theta_s - \Theta_e)$

q_m ↓ débit.

$hS'\left(\Theta_p - \dfrac{\Theta_s + \Theta_e}{2}\right) = q_m c_p (\Theta_s - \Theta_e)$

Posons : $A = \dfrac{hS'}{q_m c_p} \rightarrow A\Theta_p - \dfrac{A}{2}(\Theta_s + \Theta_e) = \Theta_s - \Theta_e \rightarrow \Theta_s = \dfrac{A\Theta_p + \Theta_e(1 - A/2)}{1 + A/2} = 49°$.

Donnée $\rightarrow \{\rho, Pr, \lambda, \nu\} \rightarrow$ on peut calculer : $Pr = \dfrac{\nu}{a}$

a, μ, c_p

$\rightarrow a = \dfrac{\nu}{Pr}$ et $\nu = \dfrac{\mu}{\rho} \Rightarrow \mu = \rho\nu$

$Pr = \dfrac{\mu c_p}{\lambda} \Rightarrow c_p = \dfrac{\lambda Pr}{\mu} = 1005\,J\,kg^{-1}\,K^{-1}$

Ex 2 : 1) $R_e = \frac{\rho U D}{\mu} = \frac{1{,}24\,54 \cdot 31{,}7 \cdot 10^{-3}}{18{,}4\,10^{-6}} > 2000 \rightarrow$ Turbulent

$= 1{,}15\,10^5$

2) Analogie Reynolds $\rightarrow \boxed{Nu = \frac{\psi}{8} R_e P_r}$ en rég. turb

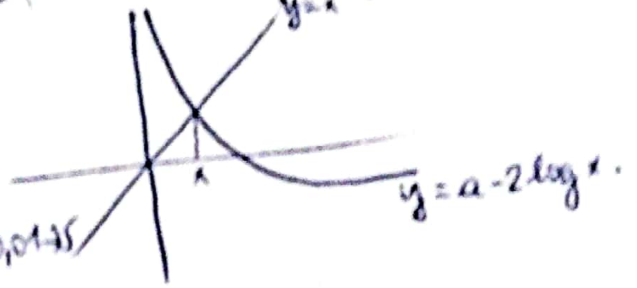
ψ = coef de perte de charge.

Se connue ψ.

$\frac{1}{\sqrt{\psi}} = 2\log\left(\frac{Re\sqrt{\psi}}{2{,}51}\right) \longrightarrow$ Méthode numérique pour la résoudre.

Posons $x = \frac{1}{\sqrt{\psi}} \rightarrow x = 2\log\left(\frac{R_e}{x\,2{,}51}\right) \rightarrow x = \left(2\log\frac{R_e}{2{,}51} - 2\log x\right)$

de la forme $x = A - 2\log x$.

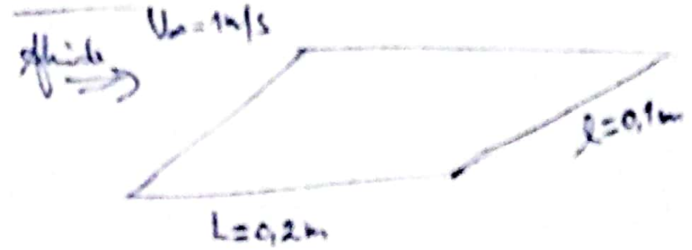


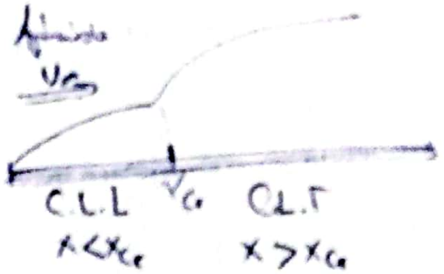
Méthode graphique.

$x = \frac{1}{\sqrt{\psi}} = 7{,}56 \Rightarrow \psi = \frac{1}{x^2} = 0{,}0175$

$Nu = \frac{\psi}{8} R_e P_r = 116 = \frac{hD}{\lambda} \rightarrow h = \frac{\lambda Nu}{D} = 116\ W\,m^{-2}K^{-1}$

Ex 03 :





$\frac{U_\infty x_{cr}}{\nu} \cong Re_{cr} = 10^6$

Pour l'eau :

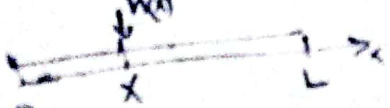
$x_{cr} = \frac{\nu Re_{cr}}{U_\infty} = 1{,}13\ m > 0{,}2$ C.L.L sur toute la plaque.

Formule : si $Re_x < 3\,10^5$ et $0{,}6 \le Pr \le 15$

$Nu_x = 0{,}33\, Pr^{1/3} \cdot Re_x^{1/2}$

$Nu_x = \frac{h(x)\,x}{\lambda}$

(Nu local au pt x)



$\bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L h(x)\,dx$

$\overline{Nu} = \frac{\bar{h} L}{\lambda}$ (Nu moyen sur toute la plaque)

Pour $x = 0{,}1\,m$

$Re_x = \frac{U_\infty x}{\nu} = 8{,}85\,10^4 < 3\,10^5$.

$Nu_x = 0{,}33\,P_r^{1/3} R_e^{1/2} = 196$ coef local au pt $x = 0{,}1\,m$

$h(x) = \frac{\lambda Nu_x}{x} = 1156\ W\,m^{-2}K^{-1}$

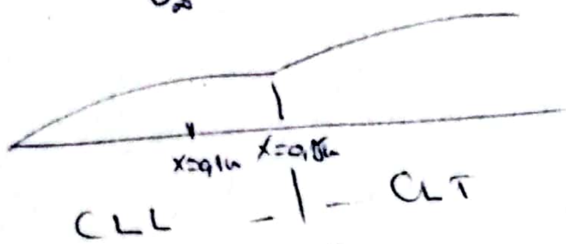
TD 2 Convection :

Densité du flux au pt x :

$\varphi_x = h(x)(\theta_\infty - \theta_p) = 23,13\ kW/m^2$.

2ème Cas : Air

$X_{cr} = \frac{\nu_{air} Re_{cr}}{U_\infty} = 0,15\ m < 0,2$



$Re_x = \frac{U_\infty x}{\nu_{air}} = 0,66\,10^6$

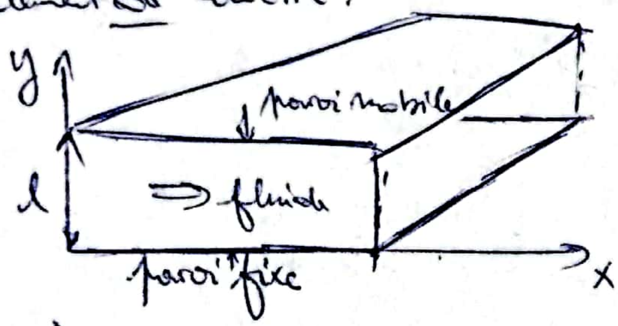
$Nu_x = 0,029\ Pr^{1/3}\ Re_x^{4/5}$ si $0,5 \leq Pr \leq 50$ et $Re_x \leq 5\,10^6$

$Nu_x = 1186$, $h(x) = \frac{\lambda Nu_x}{x} = 308,36\ W\,m^{-2}K^{-1}$

$\varphi_x = h(x)(\theta_\infty - \theta_p) \rightarrow \varphi_x = 6,16\ kW/m^2$.

Exo 4

Ecoulement de Couette :



Vitesse $\vec{u}$ $\begin{cases} u(x,y,z,t) \\ v(x,y,z,t) \\ w(x,y,z,t) = 0 \end{cases}$

$\vec{u}\begin{pmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \\ w=0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u(y) \\ v(y) = 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ (paroi, écoulement //)

$\vec{U}\begin{pmatrix} u(y) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Eq de C : $e = \mathrm{div}\,\vec{u} = 0$ (incompressible)

$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \rightarrow u = u(y)$. (bidimensionnel)

N.S $\rightarrow \rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\cancel{\vec{\nabla} p^*} + \mu \Delta \vec{u}$. $\rightarrow \Delta \vec{u} = \vec{0}$, $\vec{u}\begin{pmatrix} u \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \Delta u = 0$

sans grad de pression motrice

$\rho\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + u\frac{\partial \vec{u}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{u}}{\partial y} + w\frac{\partial \vec{u}}{\partial z}\right)$

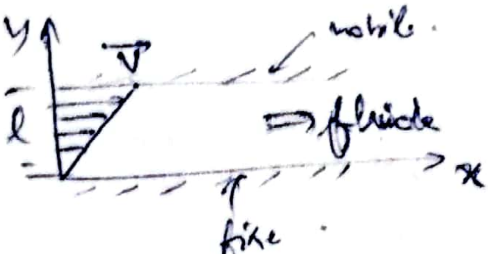
$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \rightarrow \boxed{\frac{d^2 u}{dy^2} = 0}$

$\rightarrow u(y) = Ay + B.$

paroi fixe en $y=0 \longrightarrow A(0)+B=0 \rightarrow B=0$

— mobile en $y=l \rightarrow u=V \rightarrow Al = V \Rightarrow A = \frac{V}{l}$.

donc : $u(y) = \frac{V}{l} y \rightarrow$ profil de vitesse linéaire



Eq de l'énergie : $\rho C_p \frac{dT}{dt} = \mathrm{div}(\lambda \, \vec{\mathrm{grad}} \, T) + T\beta \frac{dp}{dt} + q + \Phi$.

ffl incompressible $\rightarrow \rho = cte. \rightarrow \beta = 0$

$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p$

$q=0$: pas de source de chaleur

dérivée totale

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z}.$$

$$\mathrm{div}(\lambda \, \vec{\mathrm{grad}} \, T) = \lambda \Delta T = \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) = \lambda \frac{d^2T}{dy^2}.$$

Fonction de dissipation : $\Phi = -\frac{2}{3}\mu e^2 + 2\mu \varepsilon_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$

ffl incomp $\rightarrow e=0 \rightarrow \Phi =$

Tenseur de taux de déformation : $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$

$y = x_2$, $x = x_1$, $z = x_3$

$$\vec{u}\begin{pmatrix} u_1 = u_1(x_2) \\ u_2 = 0 \\ u_3 = \end{pmatrix} \rightarrow \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \neq 0 \rightarrow \varepsilon_{ij} = 0 \text{ sauf } \varepsilon_{12} = \frac{1}{2}\frac{du_1}{dx_2} = \frac{1}{2}\frac{du}{dy}.$$

$$\varepsilon_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \varepsilon_{12}\frac{\partial u_1}{\partial x_2} = \frac{1}{2}\frac{du}{dy}\cdot\frac{du}{dy} = \frac{1}{2}\left(\frac{du}{dy}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{V}{l}\right)^2.$$

$\sum_i \sum_j \varepsilon_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$

$$\Phi = 2\mu\left(\frac{1}{2}\left(\frac{V}{l}\right)^2\right) = \mu\frac{V^2}{l^2}.$$

$$\boxed{0 = \lambda\frac{d^2T}{dy^2} + \mu\frac{V^2}{l^2}}$$

$$\Rightarrow T(y) = -\frac{\mu V^2}{2\lambda l^2}y^2 + Ay + B.$$

$T(0) = T_1 \rightarrow \underline{B = T_1}$.

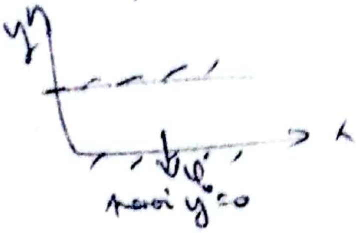
$T(l) = T_2 \rightarrow A = \frac{T_2 - T_1}{l} + \frac{\mu V^2}{2\lambda l}$.

Scanné avec CamScanner

TD 8 Convection

Loi de Fourier : $\vec{\varphi} = -\lambda \vec{\nabla} T$

$$\varphi_0 = -\lambda \frac{dT}{dy}\Big|_{y=0}$$



$$\varphi_0 = -\lambda A$$

$$\varphi_0 = -\lambda\left(\frac{T_2-T_1}{l} + \frac{\mu V^2}{2\lambda l}\right)$$

$$= -\lambda \frac{\Delta T}{l}\left(1 + \frac{\mu V^2}{2\lambda \Delta T}\right) \quad \Big| \quad \Delta T = T_2 - T_1.$$

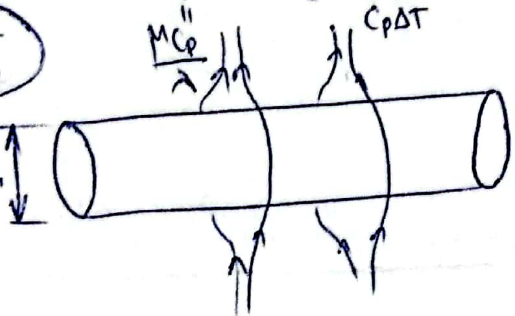
$$|\varphi_0| = h\,\Delta T = \frac{\lambda \Delta T}{l}\left(1 + \frac{\mu V^2}{2\lambda \Delta T}\right)$$

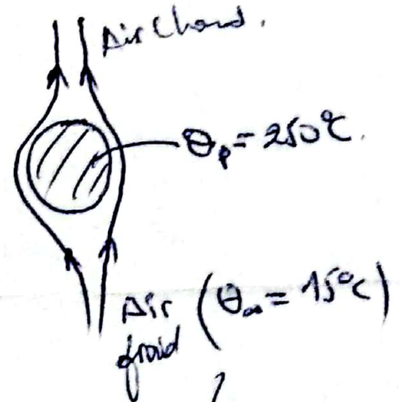
$$\Rightarrow \underbrace{\frac{hl}{\lambda}}_{Nu} = \left(1 + \underbrace{\frac{\mu C_p}{2\lambda}}_{Pr}\underbrace{\frac{V^2}{C_p \Delta T}}_{Ec = \frac{V^2}{C_p\Delta T}}\right) \rightarrow \boxed{Nu = 1 + \frac{Pr.Ec}{2}} \quad \text{C.Q.F.D.}$$

$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}$

Exo 5

d = 30 cm





$$\overline{Nu_d} = 0{,}52 (Ra)^{0{,}25}.$$

Nbre Rayleigh . $Ra = Gr.Pr$ si $Ra < 10^9$ (laminaire)

$$Gr_D = g\beta\Delta\theta \frac{D^3}{\nu^2}, \quad Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}$$

Convection naturelle → Nu | Gr | Pr | Ra.

Propriétés de l'air évaluées.

$$\frac{\theta_\infty + \theta_p}{2} = \frac{15+250}{2} = 132{,}5\ °C. \quad \text{(par interpolation)}$$

$g = 9{,}81\ m/s^2$, $\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P$

Pour un G.P : $\beta = \frac{1}{T} = \frac{1}{132{,}5+273} = 2{,}47\ 10^{-3}\ K^{-1}.$

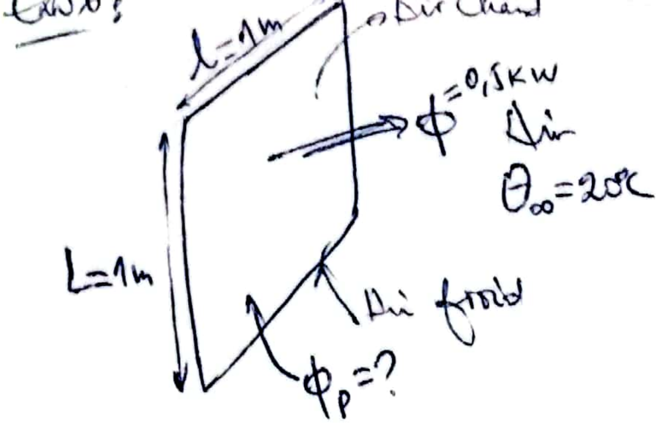
$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_\infty.$$

$$\left.\begin{array}{l} Gr_d = 2{,}24\ 10^8 \\ Pr = 0{,}688 \end{array}\right\} \Rightarrow Ra = 1{,}54\ 10^8 < 10^9 \text{ (laminaire)}$$

$$\overline{Nu_d} = 0{,}52\,(1{,}54 \cdot 10^8)^{0{,}25} = 58.$$

$$\overline{Nu_d} = \frac{\bar{h}.d}{\lambda} \Rightarrow \bar{h} = \frac{\overline{Nu_d}.\lambda}{d} = 6{,}5\ W.m^{-2}.K^{-1}.$$

Exo :



Densité de flux : $\varphi = \frac{\Phi}{S} = 0,5 \, kW/m^2$.

Pbme de conv libre avec φ constante.

Formule $\rightarrow Nu_L = 0,75 \left(Gr^*_L \cdot Pr\right)^{0,2}$

pour $0,1 \leq Pr \leq 100$

$Gr^* = \cancel{\frac{g\beta\varphi L^4}{\lambda \nu^2}}$ = N^{bre} de Grashof modifié

$$Gr^* = \frac{g \beta \varphi L^4}{\lambda \nu^2}$$

Propriétés de l'air évaluées :
à $\left(\frac{\theta_p + \theta_\infty}{2}\right)$

Mais θ_p inconnu

Soit une valeur arbitraire (mais proche de la réalité)

$\theta_p = 134°C \Longrightarrow \frac{\theta_p + \theta_\infty}{2} = \frac{134 + 20}{2} = 77°C = 350K \rightarrow$ Tables.

$\beta = \frac{1}{T} = \frac{1}{350} K^{-1}$, $\nu = 2,08 \, 10^{-5} \, m^2/s$, $Pr = 0,697$.

$\lambda = 0,03 \, W m^{-1} dg^{-1}$.

$Gr^*_L = \frac{g\beta\varphi L^4}{\nu^2} = 10^{12} \longrightarrow \overline{Nu_L} = 175 \rightarrow \overline{h} = \frac{\lambda \overline{Nu}}{L} = 5,25 \, W m^{-2} K^{-1}$

$\theta_p - \theta_\infty = \frac{\varphi}{h} \Rightarrow \boxed{\theta_p = \theta_\infty + \frac{\varphi}{h} = 115°C}$

On recalcule les propriétés de l'air, en prenant $\theta_p = 115°C$.

propriétés de l'air évaluées à $\left(\frac{115+20}{2}\right) = 67,5°C = 340K$. Interpolation

Après calculs

On trouve $\theta_p = 113°C$.

On prend $\boxed{\theta_p \approx 114°C}$