

Chapitre 5 :

Comportement Micro-mécanique d'un pli composite unidirectionnel

Objectif :

- Comment la rigidité et la résistance peuvent-elles varier avec la quantité de renfort dans le composite ?
- Théories relatives à la micromécanique;
- Déterminer les modules élastiques, ou coefficients de rigidité ou de souplesse, du matériau composite en termes des modules élastiques des matériaux constitutifs

1. Introduction

1.1 Définitions

a. Micromécanique

C'est l'étude du comportement de la couche élémentaire (pli ou monocouche) à partir des propriétés mécaniques intrinsèques des matériaux constitutifs ainsi que leur proportion volumique. L'interaction des matériaux constitutifs est examinée en détail dans le cadre de la définition du comportement des matériaux hétérogènes.

b. Macromécanique

Etude du comportement du matériau composite dans lequel le matériau est présumé homogène (les effets des constituants ne sont pas considérés). Cette discipline vise à établir les relations entre les contraintes et les déformations d'abord au niveau du pli élémentaire et extrapoler à des composites comportant plusieurs plis élémentaires disposés de façon quelconque les uns par rapport aux autres (stratifiés ou multicouches).

Deux approches de base pour l'étude micromécanique des matériaux composites :

- La mécanique des matériaux ;
- La théorie d'élasticité

1.2 Objectif

$$C_{ij} = C_{ij}(E_f, \nu_f, V_f, E_m, \nu_m, V_m) \quad (1)$$

E_f , ν_f , V_f et E_m , ν_m , V_m module de Young, coefficient de Poisson et fraction volumique, respectivement des fibres et de la matrice.

En général, l'épaisseur d'un pli de composite est supérieure à 0.1mm tandis que le diamètre des fibres est environ $10\mu\text{m}$.

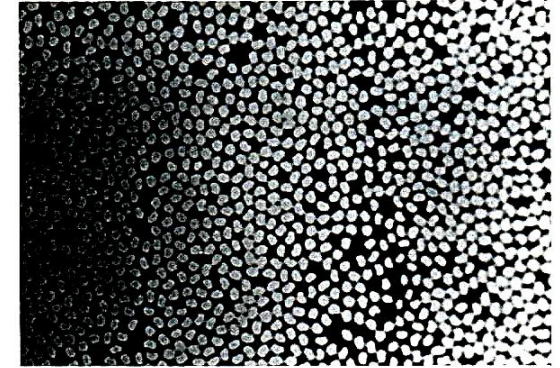


Fig.1 : Coupe micrographique d'un composite carbone/époxy [Gibson]

1.3 Hypothèses de base

Le pli est : macroscopiquement homogène, linéairement élastique, orthotrope initialement non chargé;

Les fibres : homogènes, linéairement élastiques, isotropes, régulièrement espacées, alignées;

La matrice : homogène, linéairement élastique, isotrope.

En plus, aucun vide ne peut exister dans les fibres ou la matrice ou entre les deux.

2. Caractéristiques du mélange renfort - matrice

2.1 Composition du composite

$$V_f = \frac{v_f}{v_c} = \frac{\text{volume des fibres}}{\text{volume total du composite}}$$

$$V_m = \frac{v_m}{v_c} = \frac{\text{volume de la matrice}}{\text{volume total du composite}}$$

En négligeant le volume du vide, on doit avoir :

$$V_f + V_m = 1$$

On démontre que la densité volumique du composite peut être calculée par la relation :

$$\rho_c = \rho_f V_f + \rho_m V_m \quad (4)$$

Remarque : La masse volumique du composite peut s'écrire en fonction de la teneur en poids des constituants :

$$\rho_c = \frac{1}{\frac{w_f}{\rho_f} + \frac{w_m}{\rho_m}}$$

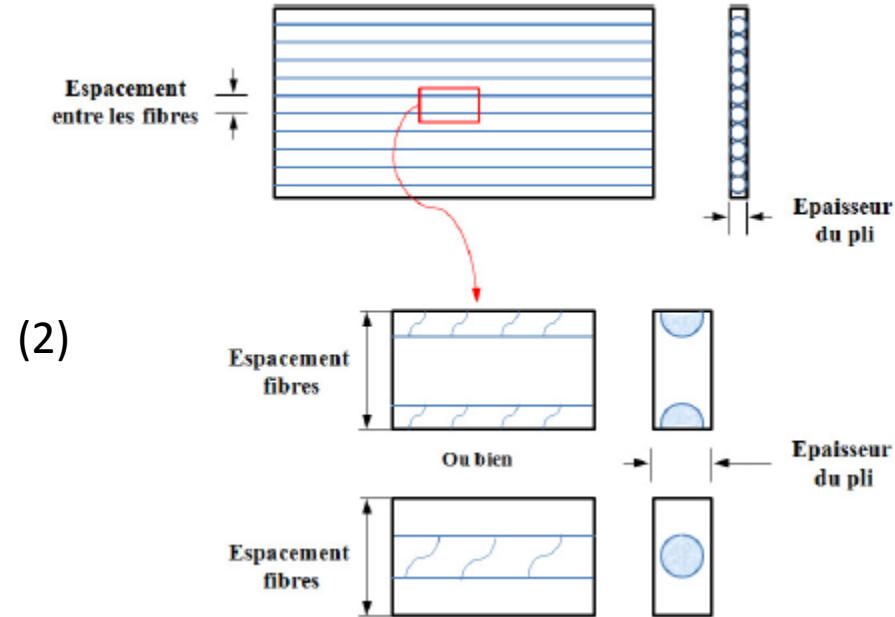


Fig. 2 : Élément de volume représentatif du pli unidirectionnel

2.2 Modèles de la disposition des fibres

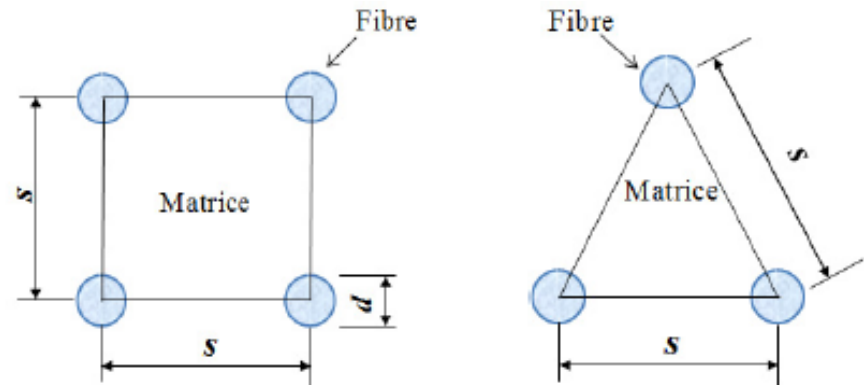
Pour une configuration constante suivant la direction longitudinale des fibres, le rapport des volumes (fibres et matrice) est égale au rapport des sections. La figure 3 représente deux modèles, habituels, de la disposition des fibres.

Pour la disposition carrée, la fraction volumique des fibres est :

$$V_f = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{s} \right)^2$$

Pour la disposition triangulaire

$$V_f = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \left(\frac{d}{s} \right)^2$$



(a) Disposition carrée

(b) Disposition triangulaire

Fig. 3 : Modèles de base de dispositions des fibres.

3. Approche Mécanique des Matériaux

3.1 Détermination de E_1

Module de Young dans la direction 1 des fibres

$$\epsilon_1 = \frac{\Delta L}{L} \quad \sigma_1 = E_1 \epsilon_1$$

Les constituants possèdent un comportement élastique, les contraintes seront données par :

$$\sigma_f = E_f \epsilon_1$$

$$\sigma_m = E_m \epsilon_1$$

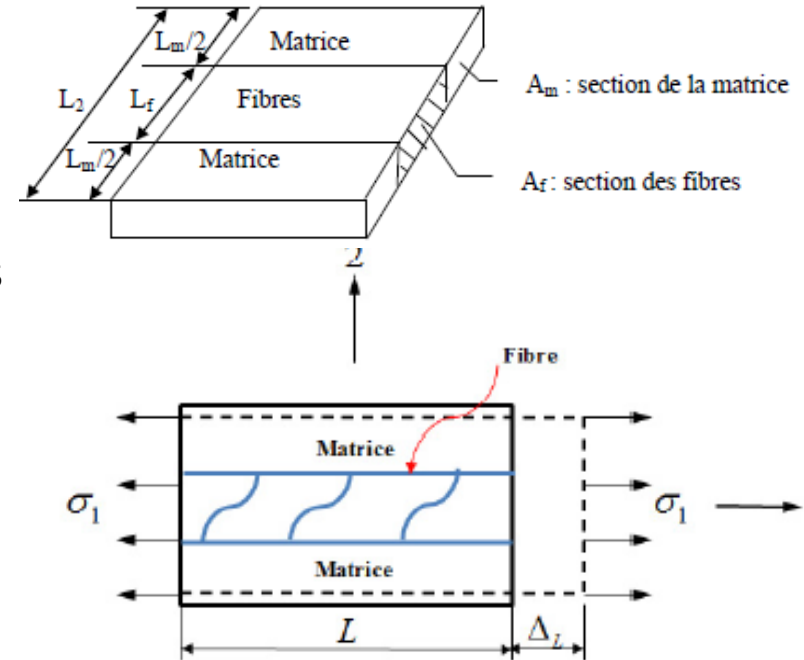


Fig. 4: Élément de volume chargé dans la direction 1.

Force résultante agissant sur l'élément du matériau composite :

$$P = \sigma_1 A = \sigma_f A_f + \sigma_m A_m$$

Par substitution des équations précédentes :

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (5)$$

La relation 5 est connue sous le nom de "loi des mélanges" pour le module de Young dans la direction des fibres.

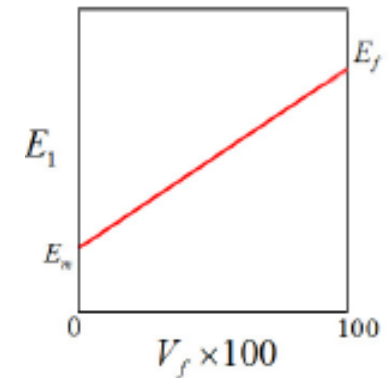


Fig. 5 : $E_1 = f(V_f)$

3.2 Détermination de E_2

La même contrainte 2 est supposée appliquée à la fois à la fibre et la matrice.

$$\text{Déformations des constituants : } \epsilon_f = \frac{\sigma_2}{E_f} \quad \epsilon_m = \frac{\sigma_2}{E_m}$$

La déformation transversale peut s'écrire :

$$\epsilon_2 = V_f \epsilon_f + V_m \epsilon_m$$

Et puisque : $\sigma_2 = E_2 \epsilon_2$

On obtient :

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{V_m E_f + V_f E_m} \quad (6)$$

Note : Plus de 50% en volume de fibres est nécessaire pour augmenter le module transversal E_2 au double du module de la matrice même si $E_f = 10E_m$!

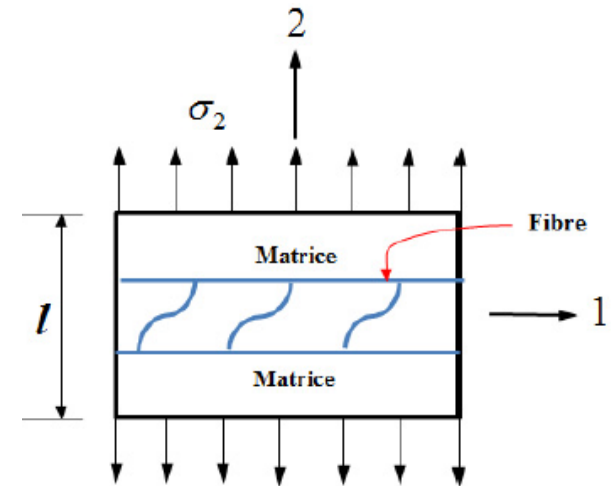


Fig. 6 : Élément de volume chargé dans la direction 2.

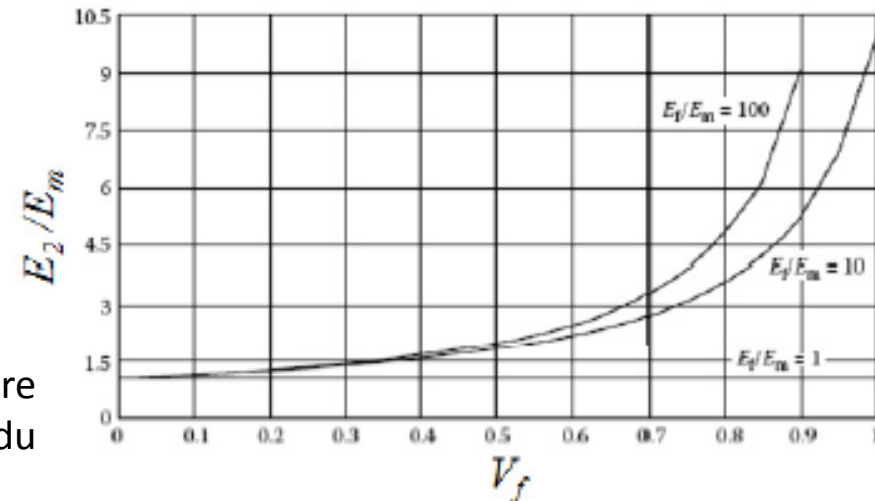


Fig. 7 : Variation de E_2 en fonction de la fraction V_f

3.3 Détermination de ν_{12}

Par définition, ν_{12} est donné par :

$$\nu_{12} = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

Pour l'état de contrainte défini par $\sigma_1 = \sigma$ (Figure 6) et toutes les autres composantes nulles, la déformation transversale s'exprime par :

$$\Delta_\ell = -\ell \epsilon_2 = \ell \nu_{12} \epsilon_1$$

$$\Delta_\ell = \Delta_{m\ell} + \Delta_{f\ell}$$

$$\Delta_{m\ell} = \ell V_m \nu_m \epsilon_1$$

$$\Delta_{f\ell} = \ell V_f \nu_f \epsilon_1$$

$$\boxed{\nu_{12} = V_m \nu_m + V_f \nu_f} \quad (7)$$

Loi des mélanges pour le coefficient de Poisson majeur

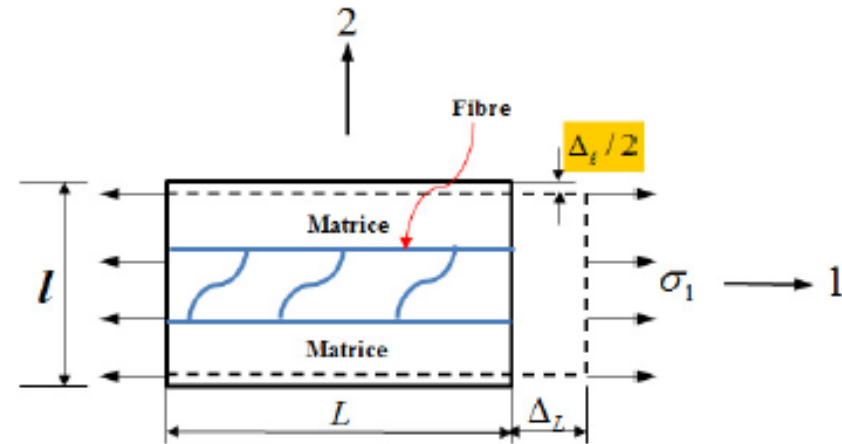
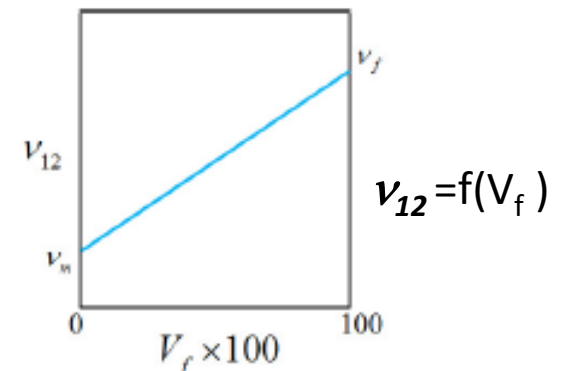


Fig. 7: Élément de volume chargé dans la direction 1.



3.4 Détermination de G_{12}

Hypothèse : La contrainte de cisaillement dans la fibre et dans la matrice est la même.

$$\gamma_m = \frac{\tau}{G_m} \quad \gamma_f = \frac{\tau}{G_f} \quad \gamma = \frac{\tau}{G_{12}}$$

$$\Delta = \gamma l$$

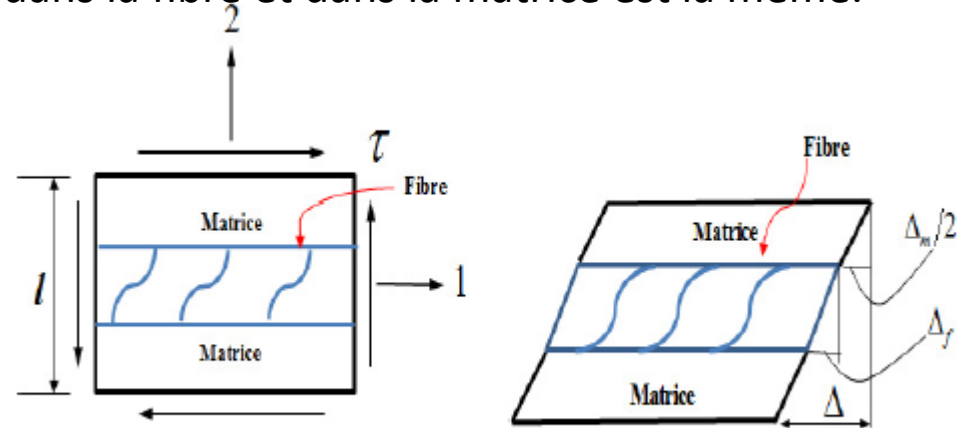
$$\Delta_m = V_m l \gamma_m \quad \Delta_f = V_f l \gamma_f$$

Sachant : $\Delta = \Delta_m + \Delta_f$

$$\gamma = V_m \gamma_m + V_f \gamma_f$$

$$G_{12} = \frac{G_m G_f}{V_m G_f + V_f G_m} \quad (8)$$

Note : seulement pour un volume de fibres supérieur à 50 % du volume total, G_{12} augmente plus de deux fois G_m même lorsque $G_f = G_m = 10$.



a- Cisaillement

b- Déformation

Fig. 8 : Volume éléaire chargé en cisaillement et déformation associée (glissement)

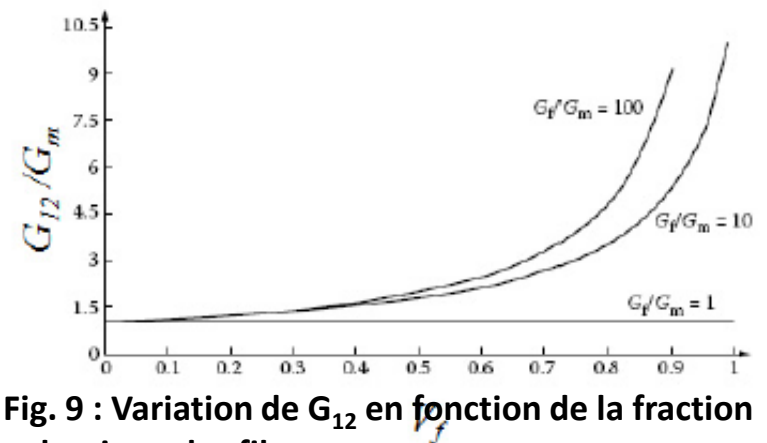


Fig. 9 : Variation de G_{12} en fonction de la fraction volumique des fibres.

