## I-4/ Étude géométrique des réseaux de points

La structure interne d'un cristal est représentée suivant ses motifs chimiques (atomes) et ses maquettes géométriques (réseaux cristallins). Une structure cristalline et un réseau cristallin sont deux notions différentes. Une structure cristalline est composée d'atomes, d'ions ou de molécules alors qu'un réseau cristallin est un modèle mathématique infini de points qui ont la même orientation et qui sont occupés par un groupe d'atomes reproduit périodiquement dans l'espace.

### I-4-1/ Réseau uni périodique (unidimensionnel)

Considérons un point qui pourrait représenter un atome. Ce point peut être répété parallèlement suivant un vecteur $\vec{a}$ plusieurs fois. Le résultat est une rangée de points s'étendant à l'infini. Une droite représentative (Fig. 11) correspond à un ensemble de points équidistants définissent les nœuds du réseau dont la direction est définit par un vecteur appelé périodicité du réseau. Le choix de l'origine O est arbitraire alors que ce réseau est définit par la translation : $\vec{N} = u\vec{a}$ où u entier positif, négatif ou nul et la périodicité$\vec{a}$.

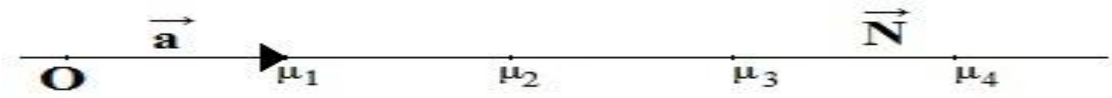



**Figure. 11 : Réseau unidimensionnel**

### I-4-2/ Réseau di périodique (bidimensionnel)

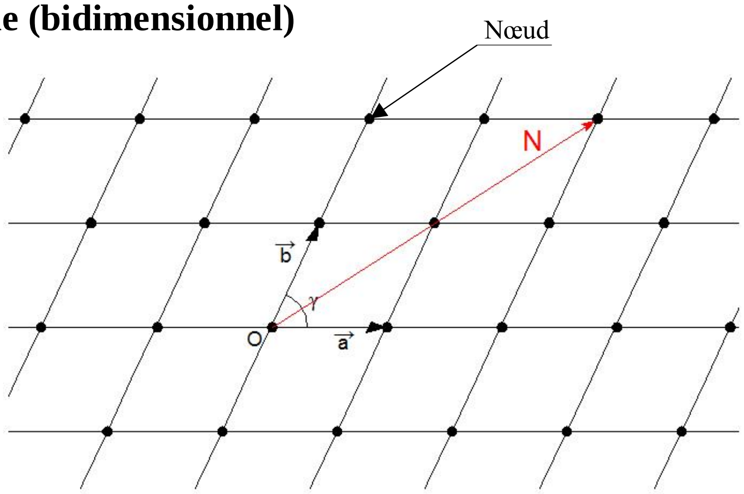



**Figure. 12 : Réseau bidimensionnel**

Appelé aussi réseau plan qui est un réseau infini de points géométriques disposés symétriquement dans un plan où les différents motifs peuvent être placés pour créer le réseau en deux dimensions. Une infinité de points alignés, suivant une périodicité $\vec{b}$ qui n'est pas parallèle à $\vec{a}$ pour un angle ou dit paramètre γ quelconque, dessinent le réseau. C'est une association de deux familles de rangées parallèles et équidistantes et leurs intersections donnent les nœuds du réseau (Fig. 12). Le réseau réticulaire est constitué par la juxtaposition de mailles élémentaires qui sont délimités par quatre nœuds occupant les sommets. Le choix de l'origine O est aussi arbitraire alors que le réseau est définit par la translation : $\vec{N} = u\vec{a} + \upsilon\vec{b}$ où u et υ sont entiers positifs, négatifs ou nuls et les périodicités $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

Une maille élémentaire est définie par les longueurs de ses périodicités et ses angles, et représente le plus petit volume cristallin présentant les propriétés géométriques, physiques et chimiques d'un cristal. Une maille élémentaire (dite primitive ou simple) d'un réseau est un parallélogramme construit sur les vecteurs constituants cette maille possédant seulement quatre nœuds sur les sommets du parallélogramme. Si on a plus des quatre nœuds des sommets (à l'intérieur ou sur les arêtes), la maille est appelé « maille multiple ».

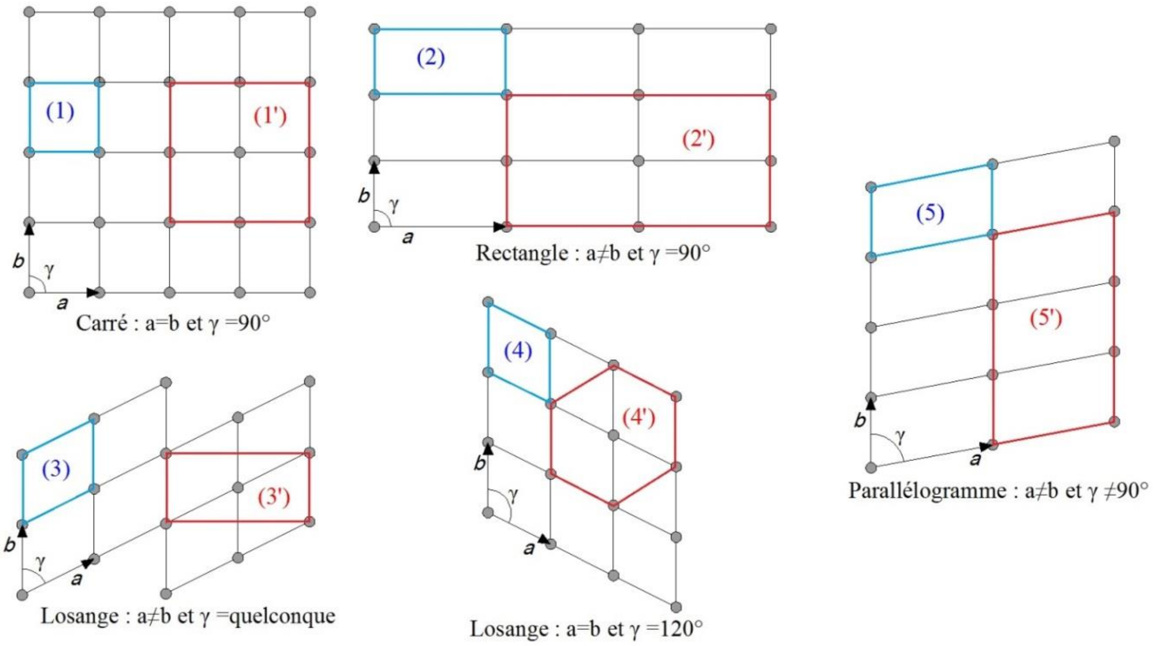



**Figure. 13 : Mailles simples et multiples dans un réseau réticulaires**

Par simple translation en deux dimensions, les réseaux plans ne comprennent que quatre mailles simples : Carré, rectangle, losange, et parallélogramme. Cinq réseaux de plans différents qui peuvent être déduits suivant les périodicités $\vec{a}$, $\vec{b}$ et le paramètre γ formant la maille simple sont comme suit (Fig. 13):

| **Dimensions** | **Maille simple** | **Réseau** |
|---|---|---|
| $a = b$ et $\gamma = 90°$ | Carrée … (1) | Carré … (1') |
| $a \neq b$ et $\gamma = 90°$ | Rectangle … (2) | Rectangulaire … (2') |
| $a \neq b$ et γ quelconque | Losange … (3) | Rectangulaire centré … (3') |
| $a = b$ et $\gamma = 120°$ | Losange à 120° … (4) | Hexagonal … (4') |
| $a \neq b$ et $\gamma \neq 90°$ | Parallélogramme … (5) | Oblique …(5') |

### I-4-2-1/ Notation des rangées réticulaires en 2D

Toute droite passant par deux nœuds quelconques est appelée rangée et elle contient une infinité de nœuds (Fig. 14). Chaque rangée possède une rangée qui lui est parallèle et passant par n'importe quel nœud du réseau. Une rangée, pour $\vec{N} = u\vec{a} + v\vec{b}$ avec u et v premiers entre eux, s'écrit [uv] avec des indices entre crochets et sans virgules de séparation. Les valeurs négatifs sont surlignés : $-u \rightarrow \bar{u}$ et $-v \rightarrow \bar{v}$.
Ainsi, pour la droite passant par l'origine O de coordonnées (-1,-1) et (3,3) est une rangée [11].

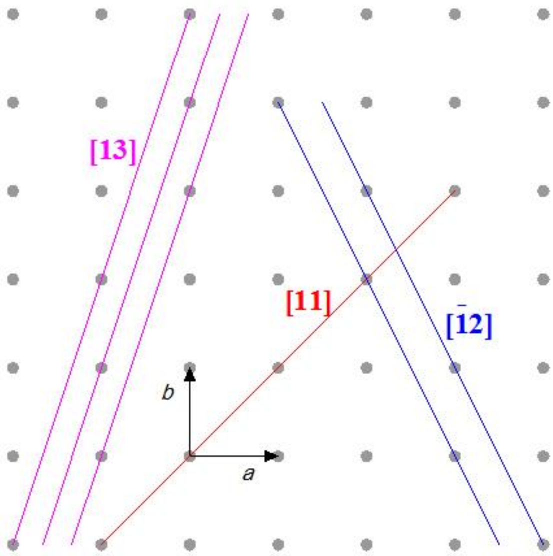


**Figure. 14 : Notation des rangées en 2D**

La rangée est déterminée suivant les deux premiers nœuds successifs, donc de coordonnées (-1,-1) et (0,0). Les droites qui sont parallèles entre eux possèdent la même rangée.

### I-4-2-2/ Multiplicité de la maille en 2D

Une maille d'un cristal bidimensionnel hypothétique avec des lignes parallèles suivant a et b et l'angle entre eux quelconque est une partie d'un ensemble de mailles connectées et régulières. Une maille élémentaire du réseau est un parallélogramme, possède quatre nœuds aux sommets. Chaque nœud du sommet (S) est connecté à trois autres mailles voisines, soit le ¼ représente un nœud pour les quatre existants au sommet et on aura M=1 dite une multiplicité d'ordre un. Une maille multiple contient en plus des quatre nœuds des nœuds supplémentaires à savoir : *Un nœud à l'intérieur (I) de la maille et il compte pour 1.
*Des nœuds sur les arêtes (A), chacun compte pour ½ car un seul nœud sur l'arête est connecté à une autre maille voisine. La multiplicité est déterminée suivant la relation :

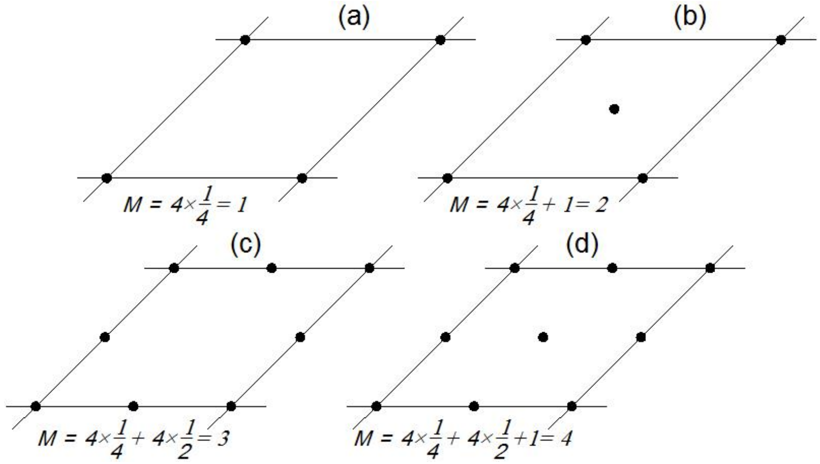


**Figure. 15 : Comptage des nœuds en 2D**

$M = S \times \frac{1}{4} + A \times \frac{1}{2} + I$

D’après la figure 15, La maille (a) est une maille élémentaire donc de multiplicité 1, la maille (b) est une maille multiple d'ordre 2 dite aussi « maille centrée », la maille (c) est multiple d'ordre 3 appelée aussi « maille à arêtes centrées » et la maille (d) est de multiple d’ordre 4.

## I-4-3/ Réseau tri périodique (tridimensionnel)

Appelé aussi réseau spatial. Un troisième vecteur $\vec{Z}$ s’introduit dans la translation primitive non colinéaires, non coplanaires et non dans la même direction avec les deux vecteurs $\vec{X}$ et $\vec{Y}$ du réseau. Les vecteurs de base $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ définissent la maille élémentaire; leurs magnitudes a, b et c sont respectivement les périodicités de réseau tridimensionnel et les angles b ∧ c, c ∧ a et a ∧ b sont désignés par les paramètres α β γ respectivement (Fig. 16).

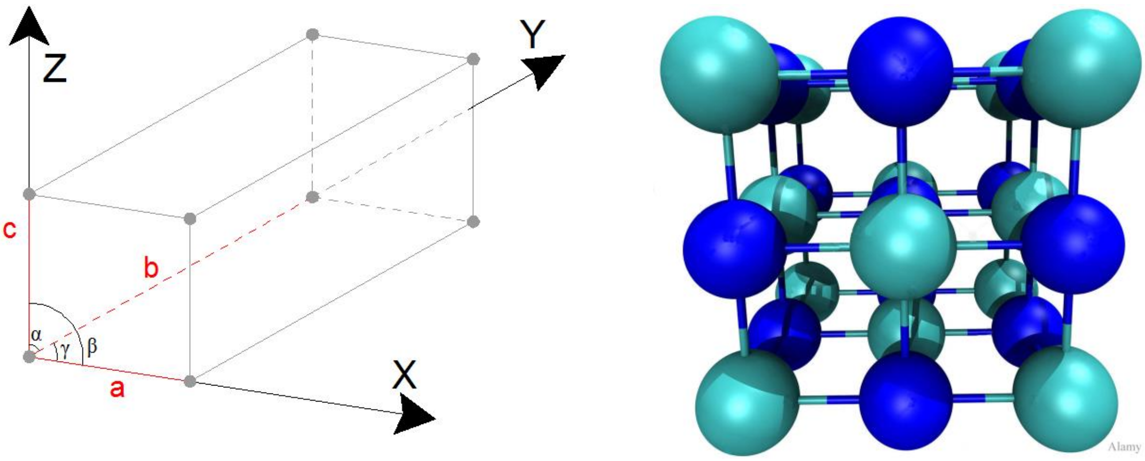



**Figure. 16 : Réseau tridimensionnel**

Le réseau est composé par l’association de mailles élémentaires qui sont délimités par huit nœuds occupant les sommets. Le choix de l’origine O est aussi arbitraire alors que le réseau est définit par la translation : $\vec{N} = u\vec{a} + \upsilon\vec{b} + w\vec{c}$ où u, υ et w sont entiers positifs, négatifs ou nuls ; $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ sont les périodicités.

La maille élémentaire du réseau est un parallélépipède construit sur les vecteurs constituants cette maille possédant seulement huit nœuds sur les sommets. Si on a plus des huit nœuds des sommets (à l’intérieur, sur les faces ou sur les arêtes), la maille est dite « multiple ».

Le volume de la maille est : $V = \left|(\vec{a} \wedge \vec{b}).\vec{c}\right|$

### I-4-3-1/ Notation des rangées réticulaires en 3D

La notation d'une rangée [uvw] est définie comme pour un réseau à deux dimensions, elle correspond à la translation $\vec{N} = u\vec{a} + v\vec{b} + w\vec{c}$. La rangée est représentée par deux points des deux nœuds consécutifs, soit elle est définie par les coordonnées (X,Y, Z) soit on a deux de ces coordonnées sont des valeurs et l'une est nulle ((Fig. 17).

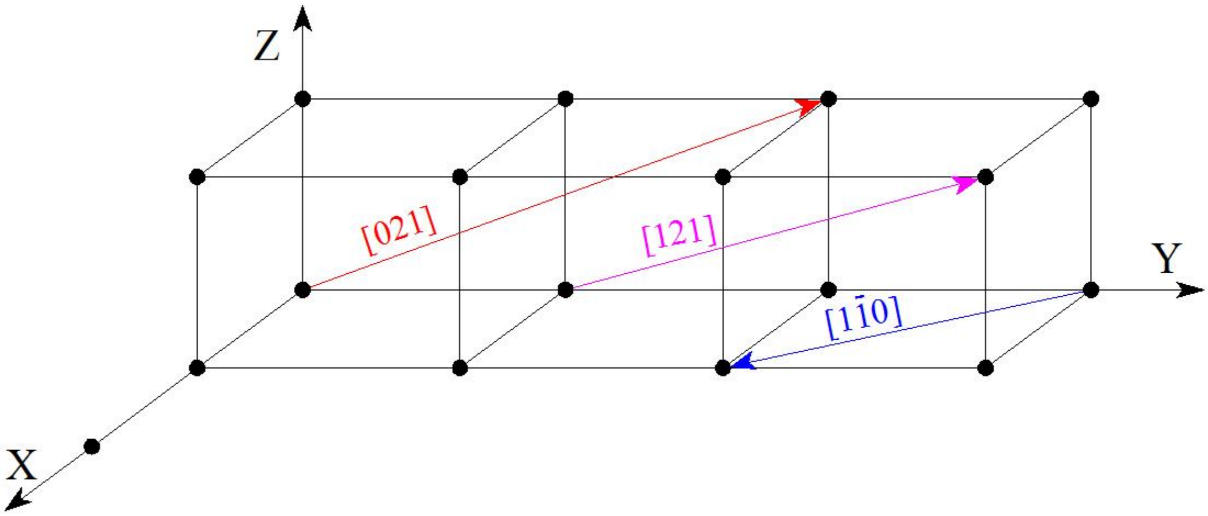



**Figure. 17 : Notation des rangées en 3D**

Les coordonnées de la première nœud $u_1,v_1,w_1$ et de la deuxième nœud $u_2,v_2,w_2$. Les coordonnées d'une rangée [uvw], où :

$u = u_2 - u_1$

$v = v_2 - v_1$

$w = w_2 - w_1$

Les valeurs négatifs d'une rangée sont surlignés :$[\bar{u}\bar{v}\bar{w}]$ par exemple.

### I-4-3-2/ Notation des plans réticulaires (Indices de Miller)

Elle consiste à préciser le symbole d'une face d'un réseau cristallin en écrivant entre parenthèses les trois coefficients (hkl) par lesquels on multiplie les paramètres de la face pour avoir le paramètre de la forme primitive. Si un plan coupe les axes a, b et c correspondant à X, Y et Z respectivement, par rapport à l'origine, les indices de Miller de ce plan sont alors donnés par (hkl). L'interception du plan avec l'un des trois axes peut se produire en 1. Les valeurs des axes d'un plan sont négatives si elles sont mesurées dans les directions négatives. Le plan est plus proche de l'origine mais qui ne passe pas par l'origine. Si l'on prend l'intersection de ce plan avec les trois axes, on obtient trois points :

❖ L'intersection du plan avec l'axe des abscisses h,
❖ L'intersection du plan avec l'axe des ordonnées k,
❖ L'intersection du plan avec l'axe des cotes l.

Le principe consiste à déterminer les trois indices du plan $(hkl)$, et les valeurs absolues des inverses des trois nombres $(\frac{1}{h}\frac{1}{k}\frac{1}{l})$ multipliées par leur plus petit commun multiple, on garde que les numérateurs donnent trois entiers naturels qu'on appelle indices de Miller.

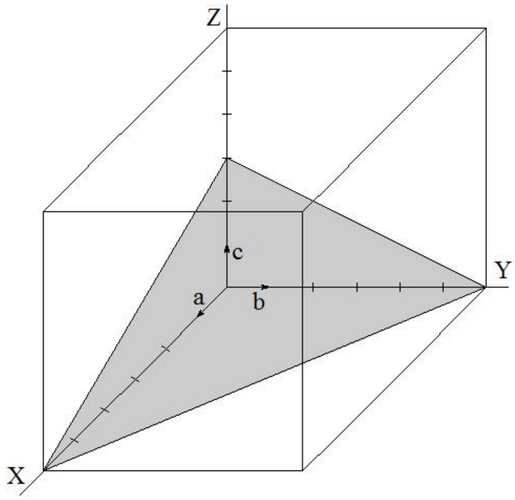


**Figure. 18 : Indices de Miller d'un plan**

Si l'un des trois indices de Miller est négatif, un signe moins est mis sur l'indice concerné : $(-hkl) \Rightarrow (\bar{h}kl)$ . Si le plan est parallèle à l'un des axes, le point d'intersection entre le plan et l'axe est à l'infini; l'indice de Miller correspondant est zéro *(Di Bartolo B, C. Powell R. 2014).*

Dans la figure 18, le plan coupe les deux axes X et Y en 6 et l'axe Z en 3. Donc le plan $(hkl)$ est $(663)$. Puis on a l'inverse des trois nombre $(\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{3})$ et on multiplie par leur plus petit commun multiple $\frac{1\ 1\ 2}{6}$. On garde que les numérateurs $(112)$ qui correspondent à l'indice de Miller (*IM*).

## I-4-3-3/ Multiplicité de la maille en 3D

Une maille élémentaire du réseau tridimensionnel est un parallélépipède, possède huit nœuds aux sommets. Chaque nœud du sommet -S- est connecté à sept autres mailles voisines, soit le $1/_8$ représente un nœud pour les nœuds existants au sommet et on aura M=1 dite une multiplicité d'ordre un. Une maille multiple contient en plus des huit nœuds des nœuds supplémentaires à savoir (Fig. 19): *Un nœud à l'intérieur -I- de la maille et il compte pour 1.

*Des nœuds sur les arêtes -A-, chacun compte pour $1/_4$ car un seul nœud sur l'arête est connecté à trois autres mailles voisines.

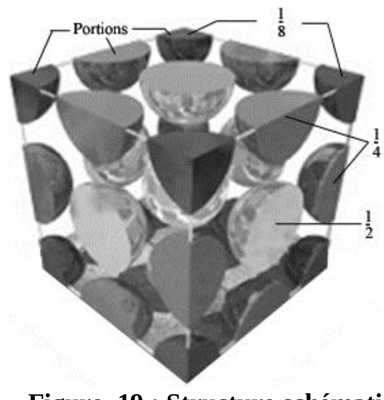


**Figure. 19 : Structure schématique d'un cristal**

*Des nœuds sur les faces -F-, chacun compte pour $1/_2$ car un seul nœud sur l'arête est connecté à une autre maille voisine. La multiplicité est déterminée suivant la relation :

$$M = S \times \frac{1}{8} + A \times \frac{1}{4} + F \times \frac{1}{2} + I$$

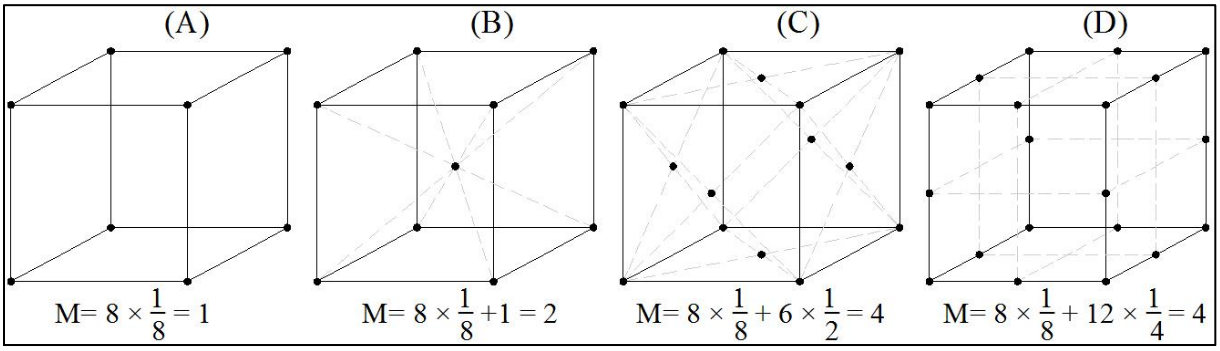



**Figure. 20 : Comptage des nœuds en 3D**

D'après la figure 20, La maille (A) est une maille élémentaire donc de multiplicité égale à 1, la maille (B) est une maille multiple d'ordre 2 appelée aussi « maille centrée », la maille (C) est multiple d'ordre 4 appelée aussi « maille à faces centrées » et la maille (D) est une maille à « arêtes centrées » de multiple d'ordre 4.

## I-5/ Symétrie d'orientation

Les mailles ne sont pas toujours primitives, elles peuvent être multiples et contiennent plus de nœuds aux sommets. Ces mailles sont étudiées car elles montrent les propriétés de symétrie. Les cristaux cubiques de la Pyrite (Fig. 21) montrent une symétrie par rotation suivant un axe où des faces sont conformes et prennent une orientation les uns des autres ; on parle de symétrie d'orientation et l'axe de rotation est l'un des éléments de symétrie caractérisant les cristaux et leurs réseaux.

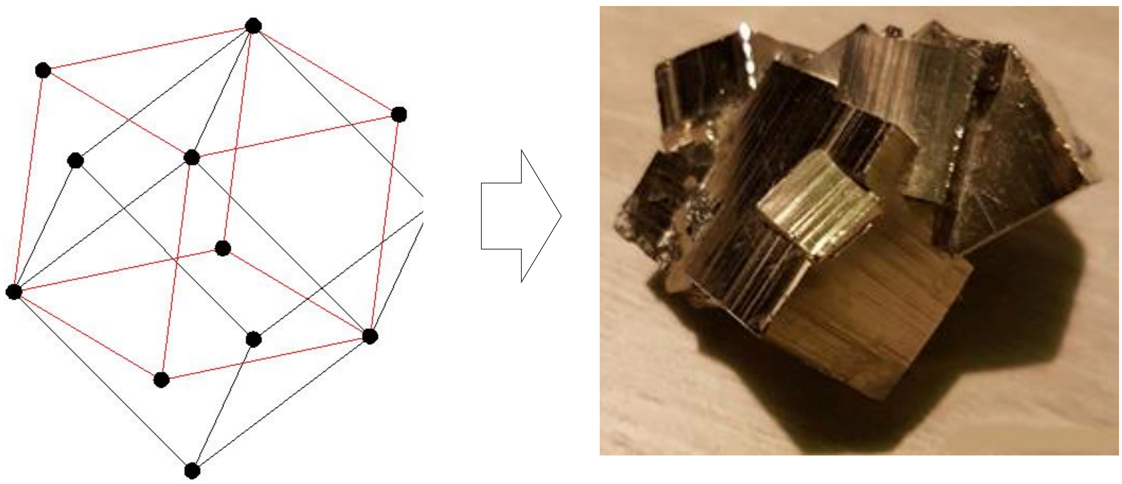


**Figure. 21 : Symétrie représentative des cristaux cubiques de la Pyrite**

L'anisotropie est une caractéristique d'un cristal qui peut avoir différentes directions identiques dites analogues et le cristal possède une symétrie. Certaines opérations de symétrie modifient un arrangement spatial en un autre impossible de distinguer de l'original. Lors de la définition du réseau, la symétrie a été évoquée dans la translation entre les points du réseau (nœuds) qui sont identiques et cette translation a pour effet de décaler l'origine.

Les éléments de symétrie définissent le mouvement (conceptuel) d'un objet dans l'espace dont l'exécution, l'opération de symétrie, conduit à un arrangement indissociable de l'agencement initial. Les principaux éléments de symétrie simples les plus importants en cristallographie sont le point de symétrie (centre d'inversion :$\bar{1}$), le plan miroir (m) et les axes de rotation sont réalisables dans les cristaux (Fig. 22). Ces opérations simples peuvent être couplées ou combinées les unes aux autres. Le couplage de deux opérations implique qu'aucun d'entre elles n'existe indépendamment, seule leur application constitue un élément de symétrie.

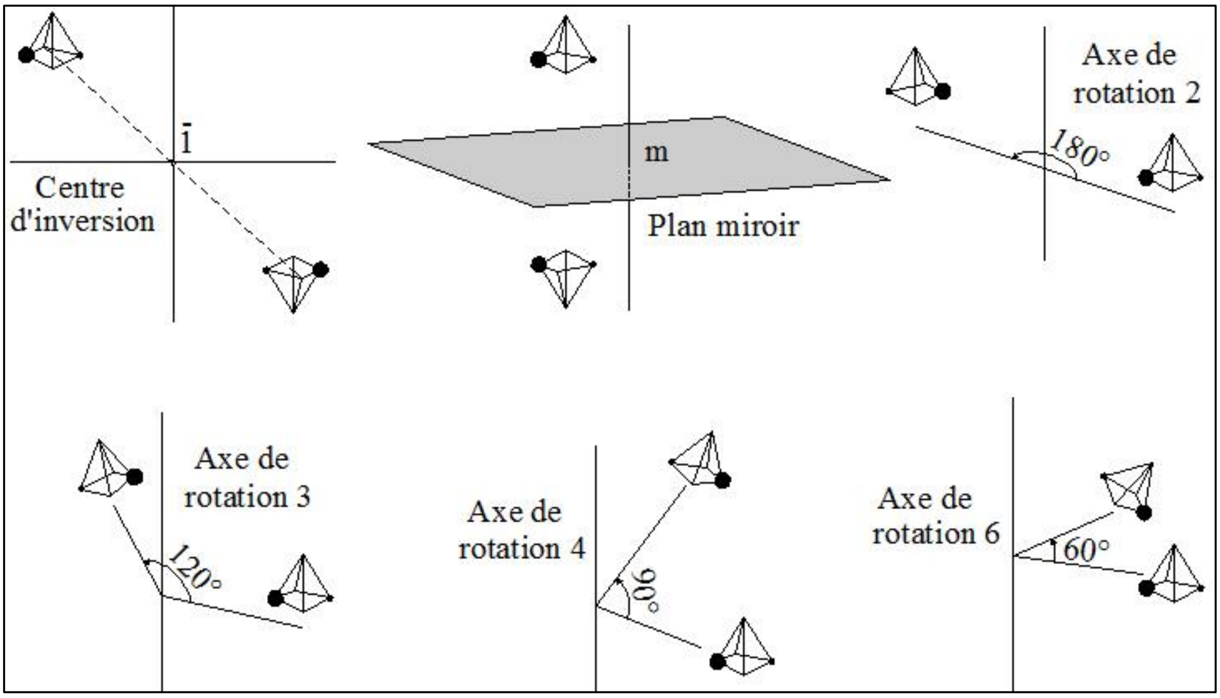



**Figure. 22 : Éléments de symétrie**

## I-5-1/ Opération de symétrie

Une opération de symétrie est indiquée par un support correspond à l'élément de symétrie qui est constitué de l'ensemble des points invariants par l'application de l'opération de symétrie. Les opérations sont des isométries c.-à-d. transformations de l'espace conservant les longueurs) laissant au moins un point invariant :

### I-5-1-1/ Identité

Est la simple opération qui transforme un point quelconque en lui-même. L'identité est la seule transformation qui puisse superposer un objet asymétrique sur lui-même. Il s'agit d'une opération sans effet. Tout point *R* dans l'espace possède un point identique comme image. Tout objet est invariant par l'application de l'identité.

### I-5-1-2/ Réflexion

La réflexion, noté *m*, est un cas particulier de roto-inversion, impliquant une rotation d'angle π immédiatement suivie d'une inversion. La transformation en réflexion se fait par rapport à un plan miroir. Tout point *R* de l'espace correspond à un point *R'* qui est son image par rapport à ce plan. La distance du point *R'* est la même que celle du point *R* et une droite perpendiculaire au plan miroir (Fig. 23-A).

### I-5-1-3/ Rotation

Les rotations sont caractérisées par un axe de rotation et par la valeur de l'angle de rotation φ qui est exprimé en degrés. La rotation s'effectue dans le sens trigonométrique autour de l'axe de rotation. Tout point *R* dans l'espace correspond à un point *R'* qui est tourné suivant l'angle φ (Fig. 23-B).

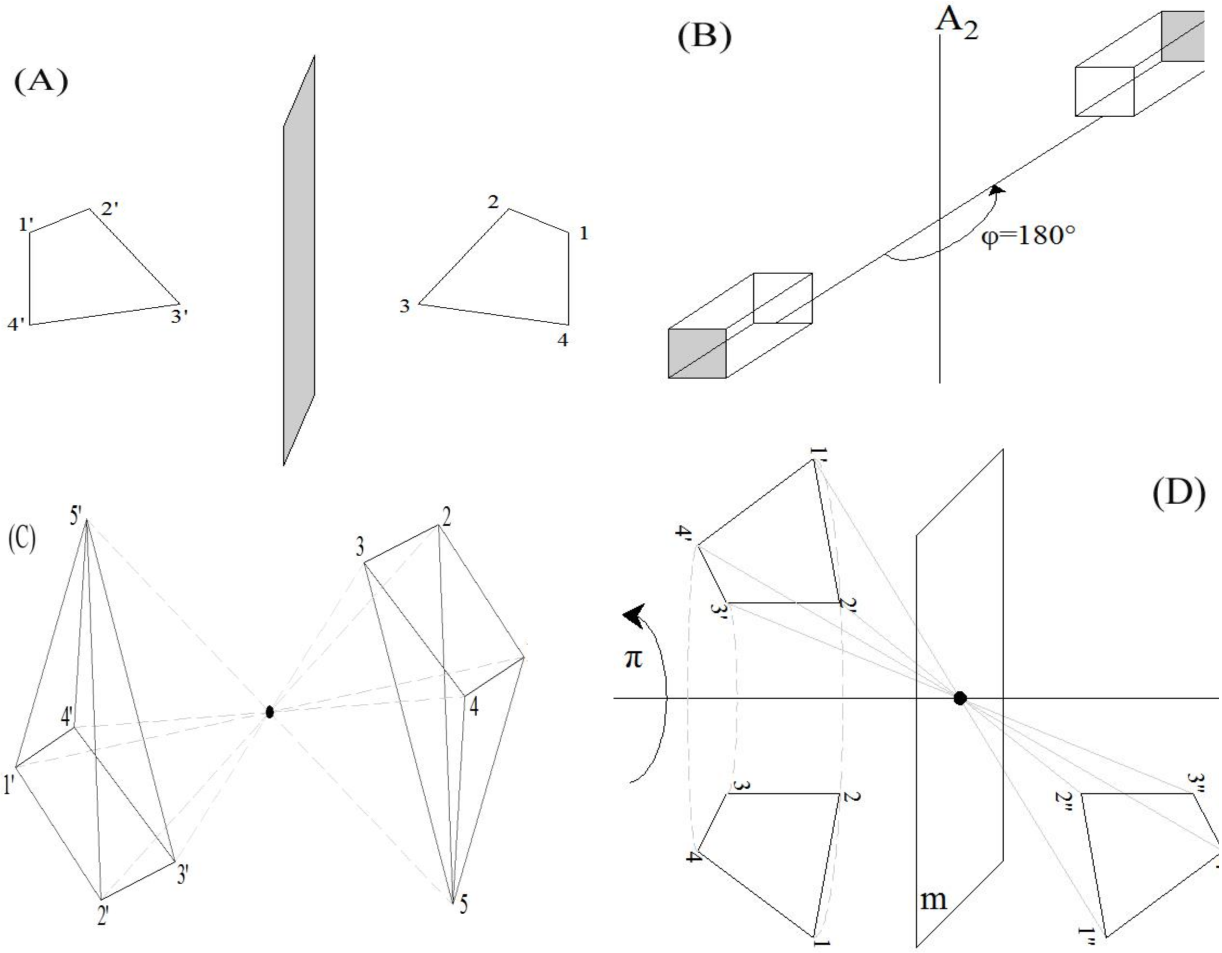



**Figure. 23 : Différentes opération de symétrie**

### I-5-1-4/ Inversion

L'inversion est une opération de symétrie qui transforme un point en son opposé. Tout point $R$ de l'espace correspond à un point image $R'$ qui lui est symétrique par rapport au centre d'inversion situé sur l'origine $O$ qui est au centre de l'axe. Le point $R$ a pour coordonnées (x,y,z) alors que $R'$ $a$ pour coordonnées (-x,-y,-z). Elle s'effectue par rapport à un centre d'inversion (Fig. 23-C).

### I-5-1-5/ Roto-inversion

Il s'agit d'une rotation suivant un axe et un l'angle de rotation φ immédiatement suivie de l'inversion *I*. La roto-inversion n'est ni une rotation ni une inversion mais la composée de ces deux opérations. L'ordre d'un axe de roto-inversion dépend de l'angle de rotation 2 π/ n :

- Si n est pair, alors l'ordre de l'axe est n.
- Si n est impair, alors l'ordre de l'axe est 2n.

L'ordre d'une roto-inversion est donc l'ordre de sa rotation associée. Il existe des cas particuliers de la roto-inversion :

- La roto-inversion d'ordre 1 est la composée d'une rotation d'angle 360° et d'une inversion, il s'agit donc d'une inversion ;
- La roto-inversion d'ordre 2 donnée en exemple est en fait une réflexion par rapport au plan miroir perpendiculaire à l'axe de rotation et passant par le centre d'inversion : $\bar{2} = m$ (Fig. 23-D).

## I-5-2/ Figuration de la symétrie

Un élément de symétrie est représenté dans un cristal suivant la direction de symétrie. Elle est parallèle à l'axe de rotation et perpendiculaire au plan miroir. Dans un cristal, les faces, les arêtes et les sommets sont répétées par rotation autour d'un axe. Le sens positif d'une rotation est trigonométrique qui correspond au sens opposé à celui des aiguilles d'une montre alors que le sens anti-trigonométrique est le sens négatif d'une rotation semblable à celui des aiguilles d'une montre. Au cours d'une rotation complète de 360°, chaque élément est répété 2, 3, 4 ou 6 fois, suivant l'ordre de l'axe (Fig. 24) pour : $T = cos\varphi + 1 = entier$et la fonction cosinus évolue de -1 à +1 et φ est 0°-60°-90°-120°-180°

Par rotation d'angle φ, la symétrie du point R correspond au point R' du vecteur$\vec{r}$ en $\vec{r'}$: $\vec{r'} = \varphi(\vec{r})$

$$\vec{R'} = \varphi(\text{R})$$

Une rotation de 360° correspond à 2π qui évolue suivant un angle φ :

$$\varphi = \varphi_0 + 2k\pi$$

Les rotation est dite d'ordre *n* d'un axe dit de symétrie s'effectue suivant un angle :

$$\varphi = \frac{2\pi}{n} \text{ pour n entier.}$$

Si ainsi après *n* rotations successives on obtient l'image du départ. Donc n peut être 1, 2, 3, 4 et 6. Le tableau n°1 récapitule les ordres de rotations et leurs symboles :

**Tableau. 01 : Ordres de rotations, terminologie et symboles**

| **n** | **1** | **2** | **3** | **4** | **6** |
|---|---|---|---|---|---|
| φ | 0 / 2π | π | $\frac{2\pi}{3}$ / $\frac{4\pi}{3}$ | / π / $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{3}$ / $\frac{2\pi}{3}$ / π / $\frac{4\pi}{3}$ / $\frac{5\pi}{3}$ |
| Degrés | 360° | 180° | 120° / 240° | 90° / 180° / 270° | 60° / 120° / 180° / 240° / 300° |
| Indice | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 |
| Terminologie | identité | Axe binaire | Axe ternaire | Axe quaternaire | Axe sénaire |
| Symbole | | | | | |

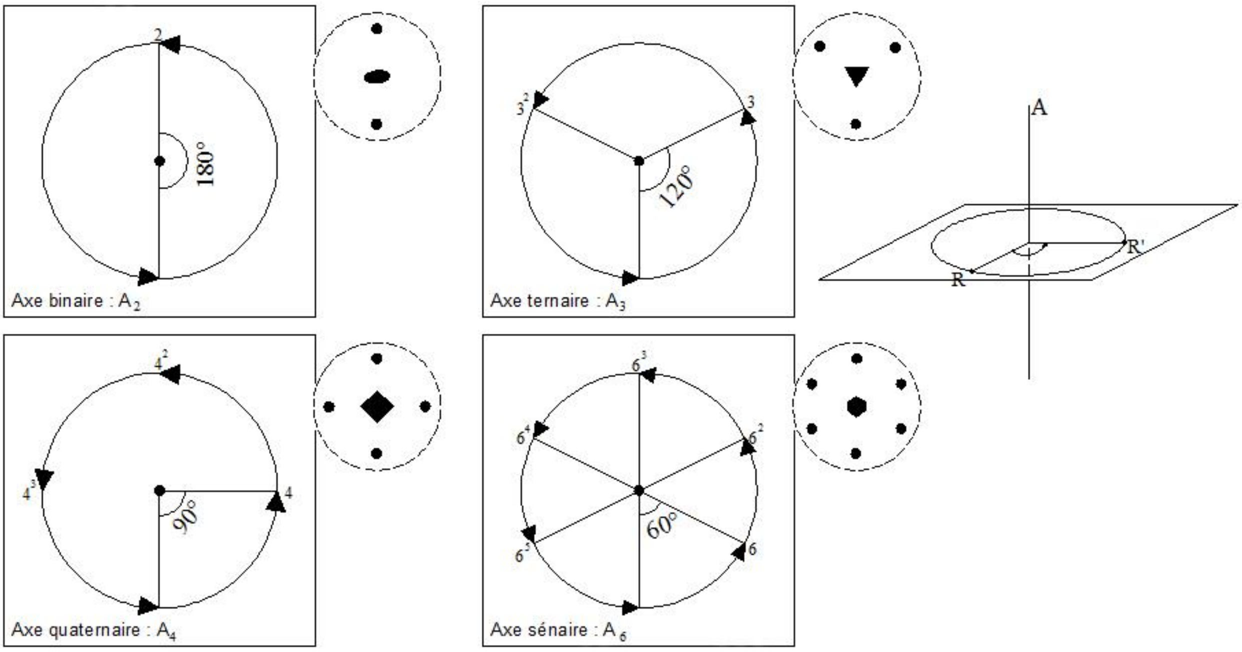



**Figure. 24 : Représentation de la symétrie par rotation (Sens trigonométrique)**

Une figure de point P de l'espace possède une symétrie par la combinaison de deux opérations de symétrie à savoir la roto-inversion (Fig. 25) (rotation + inversion) et la roto-réflexion (rotation + réflexion). Pour différencier la rotation normale de la roto-inversion, on ajoute une barre (-) au-dessus du symbole de rotation (Ex :$\bar{2}$-pour une rotation d'ordre 2 + inversion). Le tableau n°2 synthétise ces deux opérations de symétrie :

**Tableau. 02 : roto-inversion et roto-réflexion**

| | **n** | **1** | **2** | **3** | **4** | **6** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Roto-inversion | Indice | $\bar{1}$ | $\bar{2}$=m | $\bar{3}$ | $\bar{4}$ | $\bar{6}$ |
| | Symbole | | | | | |
| Roto-réflexion | Indice | $1'$ | $2'$ | $3'$ | $4'$ | $6'$ |

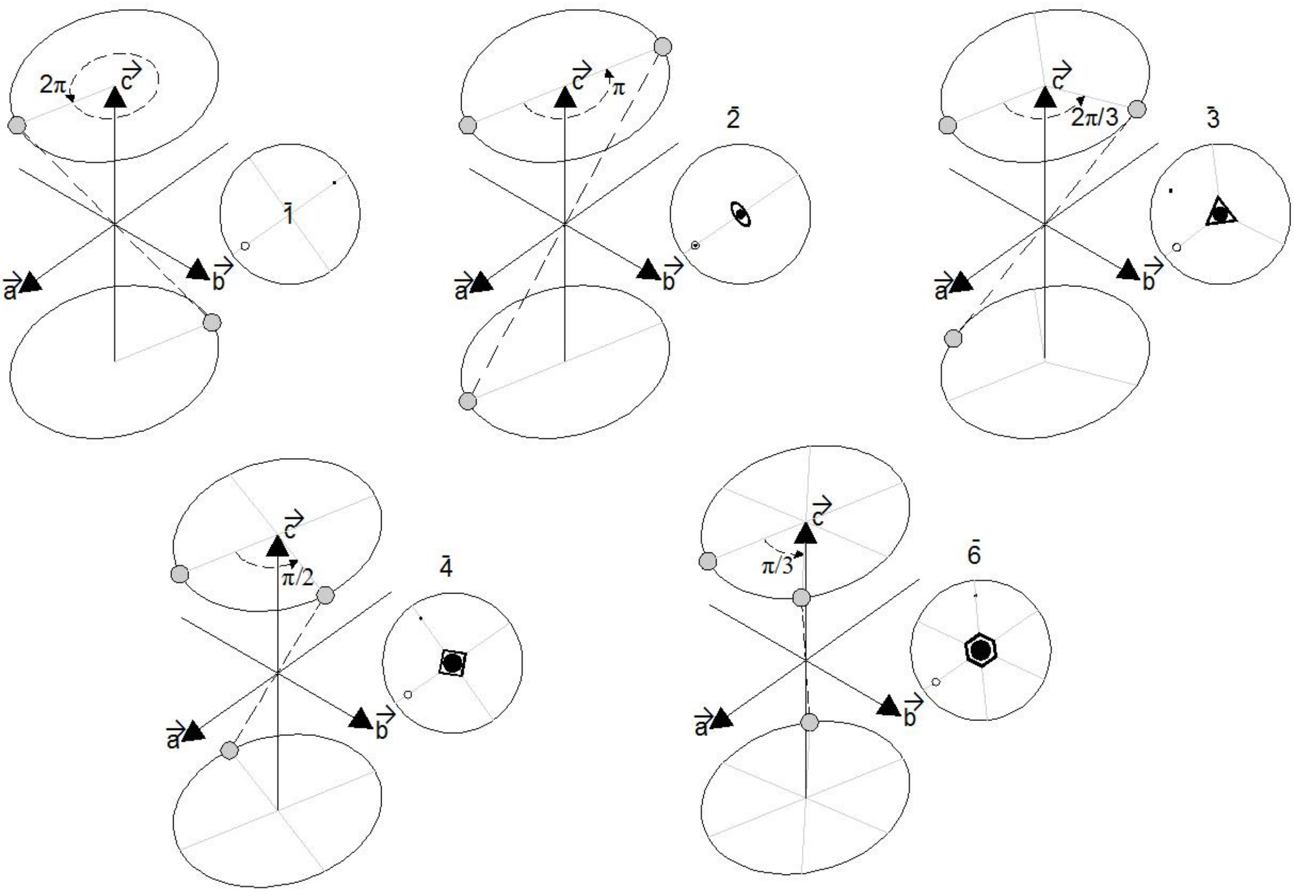



**Figure. 25 : Roto-inversion suivant l'ordre de l'axe de rotation**

## I-6/ Les 32 classes de symétrie

Les combinaisons entre les éléments de symétrie (les plans, les axes et les centres de symétrie) engendrent 32 classes de symétrie possibles non identiques représentées suivant la convention d'Hermann-Mauguin. La classification sommaire des 32 classes de symétrie, suivant les sept systèmes cristallins reconnus, est représentée dans le tableau 03. Ces 32 classes de symétrie sont aussi appelées les 32 groupes ponctuels de symétrie agissant donc sur les directions.

**Tableau. 03 : Les 32 classes de symétrie**

| Système cristallin | Classes de symétrie |
|---|---|
| Cubique | 23 m3 $\bar{4}$3m 432 m3m |
| Hexagonal | 6 $\bar{6}$ 6mm 6/m 622 $\bar{6}$2m 6/mmm |
| Rhomboédrique (Trigonal) | 3 $\bar{3}$ 3m 32 $\bar{3}$m |
| Quadratique (Tétragonal) | 4 $\bar{4}$ 4mm 4/m 422 $\bar{4}$2m 4/mmm |
| Orthorhombique | 222 2mm mmm |
| Monoclinique | 2 m 2/m |
| Triclinique | 1 $\bar{1}$ |

La combinaison des cinq rotations (1, 2, 3, 4 et 6) et des quatre roto-inversions ($\bar{1}$, $\bar{2}$, $\bar{3}$ et $\bar{4}$), sauf $\bar{6}$ qui correspond à l'ensemble des opérations de 3 et d'un miroir m perpendiculaire à 3 ($\frac{3}{m}$), permettent de réaliser un groupes ponctuel *(Lecomte C. 2013)*. La représentation graphique des 32 groupes ponctuels de symétrie est indiquée dans les figures 26 & 27. Les différentes classes de symétrie symbolisées dans le tableau 03 et les figures 26 & 27 ont été expliquées dans le tableau 04.

### I-6-1/ Interprétation graphique d'un cristal

La représentation graphique de n'importe quelle forme cristalline est faire suivant un système de projection appelé la projection stéréographique qui est un système de projection polaire où on interprète les faces du cristal étudié (Fig. 28). La projection stéréographique est la plus utilisée en cristallographie où le cercle de de projection correspond au plan équatorial (plan de base) alors que le point de vision noté PS est indiqué par le pôle Sud de la sphère.

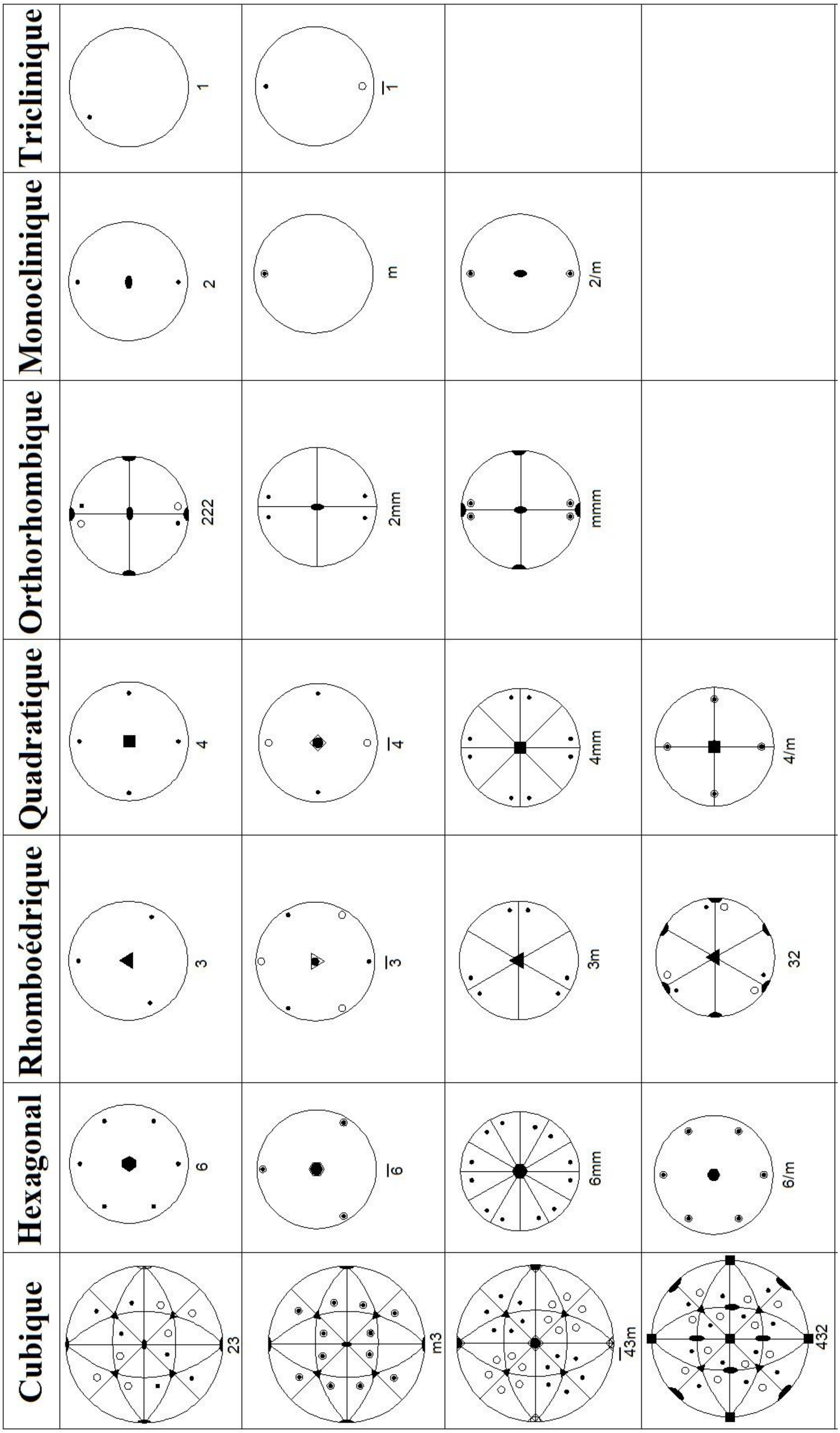



**Figure. 26 : Les 32 groupes ponctuels de symétrie**

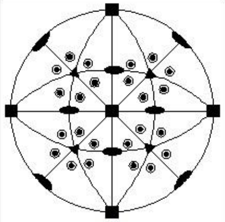
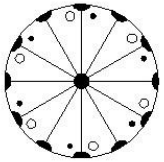
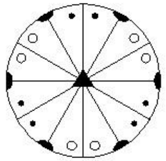
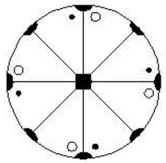
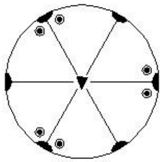
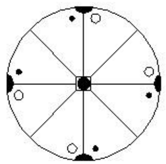
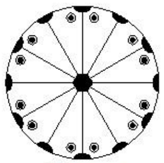
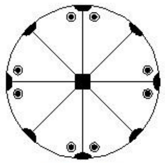
| Cubique | Hexagonal | Rhomboédrique | Quadratique | Orthorhombique | Monoclinique | Triclinique |
|---|---|---|---|---|---|---|
|  m3m |  622 |  $\bar{3}$m |  422 | | | |
| |  $\bar{6}$2m | |  $\bar{4}$2m | | | |
| |  6/mmm | |  4/mmm | | | |

**Figure. 27 : Les 32 groupes ponctuels de symétrie (Suite)**

**Tableau. 04 : Explication des symboles utilisés dans les 32 groupes ponctuels de symétrie**

| **Symb** | **Explication** | |
|---|---|---|
| m | Le plan de l'équateur est un miroir dans la sphère de projection stéréographique (ou plan de symétrie dans le plan) | On écrit deux fois le m du symbole de la classe de symétrie (en bleue) quand les plans de miroirs sont pairs<br><br>On écrit une seule fois le m du symbole de la classe de symétrie (en rouge) quand les plans de miroirs sont impairs |
| 1m | Un miroir est perpendiculaire au plan du dessin | |
| 2mm | Un axe de rotation direct d'ordre 2 représente l'axe d'intersection de deux miroirs perpendiculaires au plan du dessin | |
| 3m | Un axe de rotation direct d'ordre 3 représente l'axe d'intersection de trois miroirs perpendiculaires au plan du dessin | |
| 4mm | Un axe de rotation direct d'ordre 4 représente l'axe d'intersection de quatre miroirs perpendiculaires au plan du dessin | |
| 5m | Un axe de rotation direct d'ordre 5 représente l'axe d'intersection de cinq miroirs perpendiculaires au plan du dessin | |
| 6mm | Un axe de rotation direct d'ordre 6 représente l'axe d'intersection de six miroirs perpendiculaires au plan du dessin | |
| 2 | axe de rotation direct est perpendiculaire au plan du dessin | On écrit le 2 deux fois dans le symbole de la classe de symétrie (en bleue) quand le nombre des axes d'ordre 2 dans le plan est pair<br><br>On écrit le 2 une seule fois dans le symbole de la classe de symétrie (en rouge) quand le nombre des axes d'ordre 2 dans le plan est impair |
| 222 | L'intersection de deux axes de rotation directe d'ordre 2 suivant ox et oy dans le plan est un axe d'ordre 2 perpendiculaire au plan du dessin suivant oz | |
| 32 | Trois axes de rotation directe d'ordre 2 dans le plan et un axe de rotation direct d'ordre 3 perpendiculaire au plan du dessin suivant oz | |
| 422 | Quatre axes de rotation directe d'ordre 2 dans le plan et un axe de rotation direct d'ordre 4 perpendiculaire au plan du dessin suivant oz | |
| 52 | Cinq axes de rotation directe d'ordre 2 dans le plan et un axe de rotation direct d'ordre 5 perpendiculaire au plan du dessin suivant oz | |
| 622 | Six axes de rotation directe d'ordre 2 dans le plan et un axe de rotation direct d'ordre 6 perpendiculaire au plan du dessin suivant oz | |

Ce système de projection est une manière de représenter géométriquement et virtuellement les éléments et leurs rapports dans l'espace sans prendre en considération le positionnement géographique. Sone principe consiste à rapporter à une demi-sphère de référence les rapporter

d'éléments parallèlement à eux-mêmes. La projection se fait sur un plan au moyen d'une inversion conservant ainsi les angles.
Supposons un cristal placé au centre de la sphère. Le cristal est orienté où l'axe Z coïncide avec le pôle Nord de la sphère. Le pôle de la face (110) est tracé d'une façon qu'elle coupe la sphère, une droite est tracée du point d'intersection du pôle (110) et la sphère avec le pôle Sud de la sphère. Cette droite coupe le plan équatorial en un point, indiqué en point (•) ou en croix (×), qui représente la projection stéréographique de la face (110) sur le plan équatorial.

Les points localisés dans l'hémisphère nord sont projetés sur le plan équatorial quand en utilise le point de vue sur le pôle sud, les points localisés dans l'hémisphère sud sont projetés sur le plan équatorial quand en utilise le point de vue sur le pôle nord. Donc, on obtient des indices différents à partir du point de vue correspond (Fig. 29).

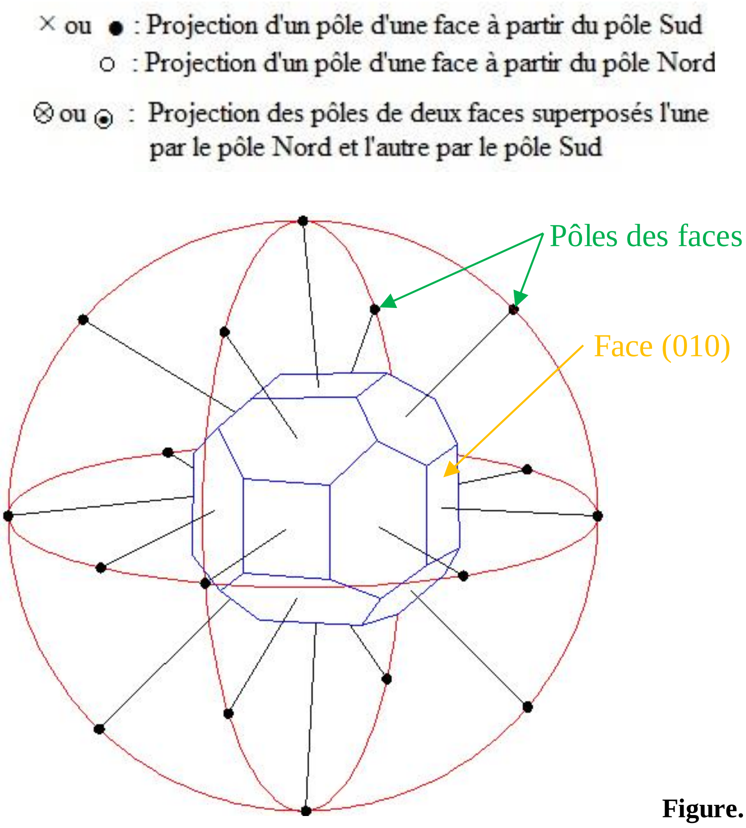



**Figure. 28 : Répartition des faces d'un cristal dans une sphère**

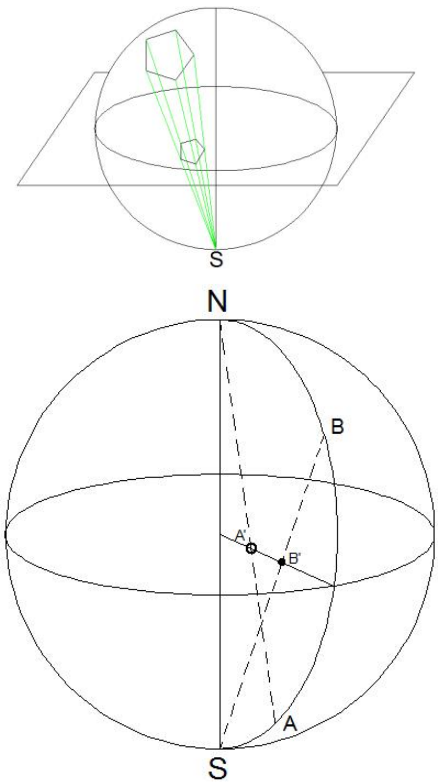



**Figure. 29 : Projection stéréographique obtenue au deux points de vue (Pôles nord et sud)**

## I-6-1-1/ Canevas de Wulff

Pour mieux construire une projection, il est préférable d'utiliser des canevas dont le plus adéquate est celui de Wulff (Fig. 30) qui consiste en séries de grands cercles N-S recoupés par de séries de petits cercles parallèles à l'équateur. Donc, On a deux ensembles de cercles. Le premier ensemble représente les projections de grands cercles de même diamètre que la sphère de projection. Ces grands cercles par degré et chaque dixième cercle est tracé avec une ligne légèrement plus épaisse. Le deuxième ensemble correspond à la projection d'un ensemble de plans parallèles croisent la sphère de projection en cercles. Ces plans sont perpendiculaires au plan équatorial.

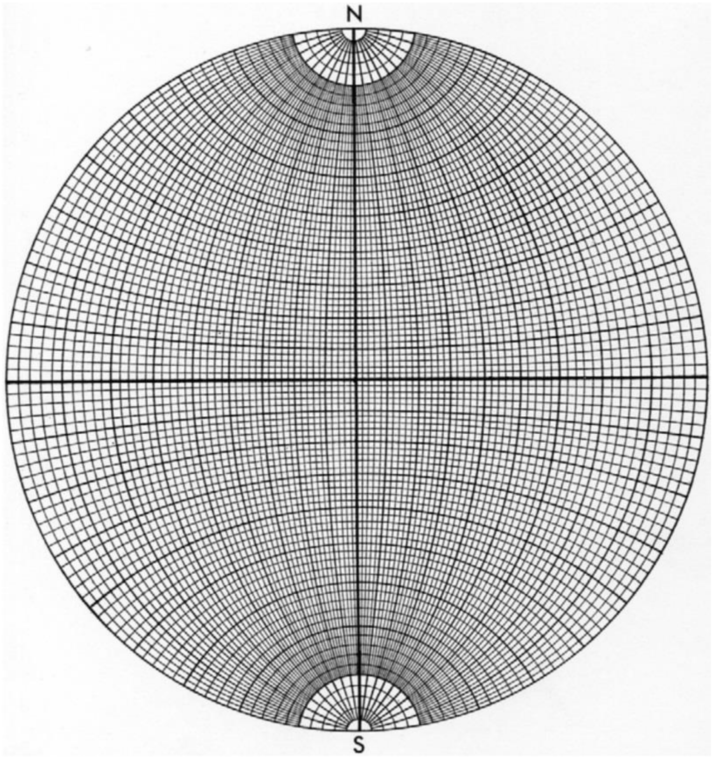



**Figure. 30 : Canevas de Wulff**

Le canevas de Wulff est une interprétation graphique qui prend des mesures angulaires sur des formes géométriques dans l'espace projetées dans un plan. Il consiste à positionner ce canevas sous un stéréogramme dessiné sur un papier calque transparent. On fixe les deux feuilles par une punaise au centre des cercles ce qui nous permet de tourner le stéréogramme de façon à ce que les deux pôles NS se trouvent sur le même grand cercle alors que la distance angulaire peut être mesurée entre deux points localisés n'importe où sur la projection(Fig. 31).

A l'origine, nous avons une demi-sphère supérieure au plan horizontal qui est coupé par un plan traversant par son diamètre N-S incliné par rapport à l'horizontal. Son intersection est un arc de cercle et si nous répétons la procédure avec une série de plans inclinés de 2° en 2° nous obtiendrons une suite d'arcs de cercles appelés les grands cercles (Fig. 32). Le plan vertical projeté coïncide avec le diamètre N-S, tandis que le plan horizontal projeté coïncide avec le cercle extérieur de la figure. Si la même demi-sphère est recoupée par un plan vertical parallèle au plan vertical E-W, son intersection donne un arc de cercle. Une série de plans verticaux recoupent le méridien N-S de 2° en 2° donnent un ensemble d'arcs de cercles appelés les petits cercles (Fig. 33). La projection d'un plan vertical est confondue avec le diamètre E-O traversé alors que la projection de ce plan qui passe par les pôles N-S de la demi-sphère est représentée par deux points aux deux pôles de la figure. Le plan vertical passant par le diamètre Est-Ouest aura sa projection confondue avec ce diamètre. Les plans verticaux passant par les pôles Nord et Sud de la demi-sphère se projetteront comme deux points aux deux pôles de la figure. Ces arcs sont désignés comme des cercles. On appelle diamètres principaux les deux diamètres E-W et N-S.

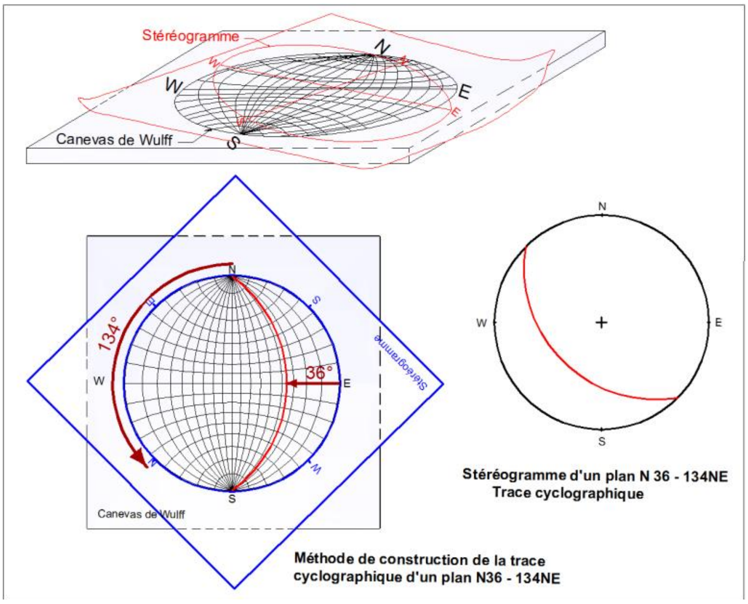



**Figure. 31 : Application schématique de la projection stéréographique**

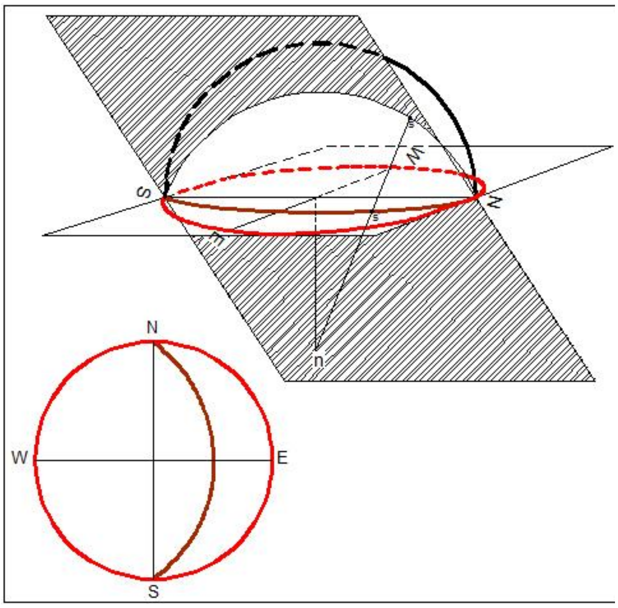



**Figure. 32 : Construction d'un grand cercle**

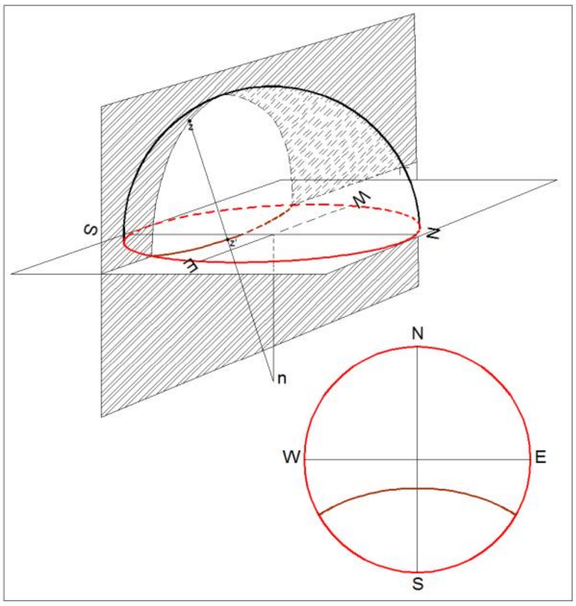



**Figure. 33 : Construction d'un petit cercle**