Correction du devoir

1- On note $Y_1 = X^2$, $Y_2 = 3X$, $Y_3 = X^{-1}$

$Y_4 = X^{-2}$, $Y_5 = (2X)^{-2}$, $Y_6 = (4X)^{-3}$

Donc, les lois des variables aléatoires précédentes sont données par :

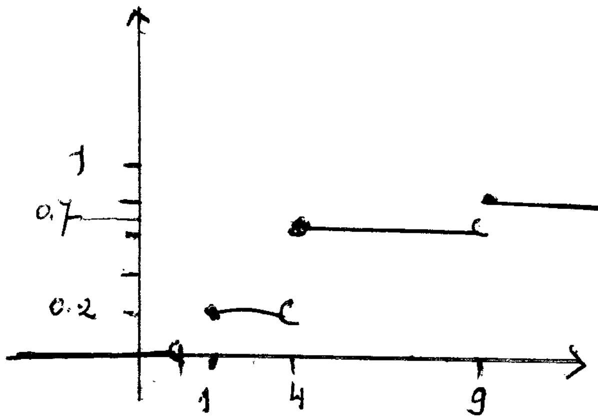
$$Y_1 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{pmatrix} \qquad Y_2 = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{pmatrix}$$

$$Y_3 = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{pmatrix} \qquad Y_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1/4 & 1/9 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{pmatrix}$$

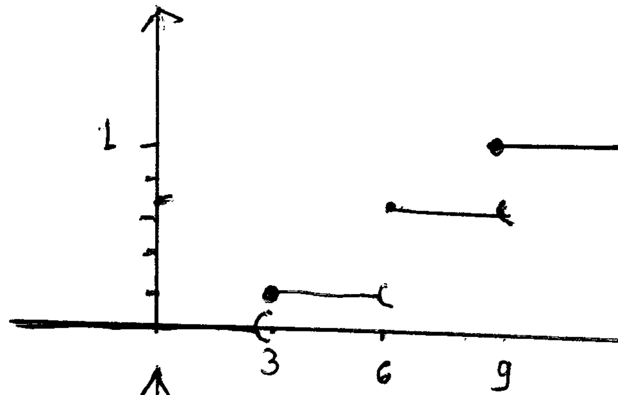
$$Y_5 = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/16 & 1/36 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{pmatrix} \qquad Y_6 = \begin{pmatrix} \frac{1}{4^3} & \frac{1}{8^3} & \frac{1}{12^3} \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{pmatrix}$$

2/ Les fonctions de répartition sont :

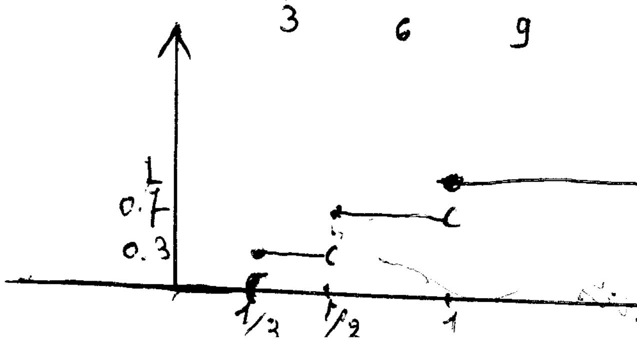
$$F_{Y_1}(y) = \begin{cases} 0 & \text{si } y < 1 \\ 0.2 & \text{si } 1 \leq y < 4 \\ 0.7 & \text{si } 4 \leq y < 9 \\ 1 & \text{si } y \geq 9 \end{cases}$$



$$F_{Y_2}(y) = \begin{cases} 0 & \text{si } y < 3 \\ 0.2 & \text{si } 3 \leq y < 6 \\ 0.7 & \text{si } 6 \leq y < 9 \\ 1 & \text{si } y \geq 9 \end{cases}$$



$$F_{Y_3}(y) = \begin{cases} 0 & \text{si } y < \frac{1}{3} \\ 0.3 & \text{si } \frac{1}{3} \leq y < \frac{1}{2} \\ 0.7 & \text{si } \frac{1}{2} \leq y < 1 \\ 1 & \text{si } y \geq 1 \end{cases}$$



même chose pour les autres distributions.

rappelons ici que :

1/ le mode d'une variable aléatoire X est la valeur x_m telle que

$$P(X = x_m) \geq P(X = x), \forall x$$

2/ la médiane d'une variable aléatoire X est la valeur m_d telle que $F_X(x_d) = 1/2$.

donc on a :

$y_m = 4$ pour y_1, $y_m = 6$ pour y_2

$y_m = 1/2$ pour y_3 $y_m = 1/4$ pour y_4

$y_m = 1/16$ pour y_5 $y_m = 1/83$ pour y_6.

$y_d \in [4, 9]$ pour y_1

$y_d \in [6, 9]$ pour y_2

$y_d \in [1/2, 1]$

⋮

la moyenne est donnée par $m_x = \sum_i x_i \, p(x_i)$

la variance $Var(X) = \sum_i x_i^2 \, p(x_i) - (m_x)^2$