

Solution de l'exercice 1.

$A_3 = A_4$, car obtenir une seule boule blanche (la réalisation de l'événement A_3) implique l'obtention d'une seule boule noire, donc cela revient à la réalisation de l'événement A_4 , et vice-versa. On peut obtenir le même résultat de l'égalité des ensembles d'épreuves rattachées aux événements. Les paires d'événements suivants sont compatibles :

$$\{A_2, A_3\}, \{A_2, A_4\}, \{A_3, A_4\},$$

car ils peuvent se réaliser simultanément.

Les paires d'événements suivants sont incompatibles:

$$\{A_1, A_2\}, \{A_1, A_3\}, \{A_1, A_4\},$$

car ils ne peuvent pas se réaliser simultanément.

Les événements A_1 et A_2 sont contraires, car obtenir deux boules noires (la réalisation de l'événement A_1) implique l'impossibilité d'obtenir au moins une boule blanche, c'est-à-dire la réalisation de l'événement A_2 et réciproquement.

Les relations $A_3 \subseteq A_4$ et $A_4 \subseteq A_3$ sont immédiates. La relation $A_3 \subseteq A_2$ découle du fait que chaque fois qu'on obtient une seule boule blanche (la réalisation de l'événement A_3), l'événement A_2 (obtenir au moins une boule blanche) se réalise aussi. Parce que $A_4 = A_3$, on a $A_4 \subseteq A_2$.

On peut arriver aux mêmes résultats en considérant les ensembles d'épreuves rattachées aux événements.