جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي		كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير	قسم العلوم المالية والمحاسبة
السنة الثالثة: محاسبة ومراجعة		مقياس الموازنة التقديرية المالية	الدكتور صــراوي مــراد
السنة الجامعية: /2020م	السداسي السادس		

سلسلة تمارين شاملة في مقياس الموازنات التقديرية:

حل التمرين الأول:

1. تحديد طبيعة العلاقة بين تطور المبيعات من الورق واستخدام الآلات الطابعة:

السنوات	استخدام الآلات الطابعة (X_i)	الكميات المباعة من الورق (Y_i)	X_i*Y_i	X_i^2	Y_i^2
2010	1500	400	600000	2250000	160000
2011	3500	900	3150000	12250000	810000
2012	4500	1200	5400000	20250000	1440000
2013	6000	1500	9000000	36000000	2250000
2014	7000	1700	11900000	49000000	2890000
2015	7500	1800	13500000	56250000	3240000
2016	8000	1900	15200000	64000000	3610000
2017	8000	2000	16000000	64000000	4000000
2018	8000	2000	16000000	64000000	4000000
2019	7200	1800	12960000	51840000	3240000
المجموع	**61200**	**15200**	**103710000**	**419840000**	**25640000**

من خلال الجدول وانطلاقا من السطر الأخير من والخاص بالمجاميع يمكن لنا حساب معامل الارتباط كما يلي:

$$r=\frac{n\sum_{i=1}^{n}XiYi-(\sum_{i=1}^{n}Xi\sum_{i=1}^{n}Yi)}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}Xi^2-(\sum_{i=1}^{n}Xi)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}Yi^2-(\sum_{i=1}^{n}Yi)^2}};$$

$$r=\frac{10(\mathbf{103710000})-(\mathbf{61200})(\mathbf{15200})}{\sqrt{10(419840000)-(61200)^2}\sqrt{10(25640000)-(\mathbf{15200})^2}};$$

$$r=\frac{(\mathbf{1037100000})-(\mathbf{930240000})}{\sqrt{(4198400000)-(3745440000)}\sqrt{(256400000)-(231040000)}};$$

$$r=\frac{(\mathbf{106860000})}{\sqrt{(452960000)}\sqrt{(25360000)}};\ r=\frac{(\mathbf{106860000})}{(21282,86)(5035,87)};\ r=\frac{(\mathbf{106860000})}{(107177716,19)};$$

$$r=0,997=99,7\%$$

بعد حساب العلاقة الارتباطية بين الكميات المباعة من الورق (Y_i) واستخدام الآلات الطابعة (X_i) نلاحظ أن هذه العلاقة قريبة من الواحد الصحيح، ومنه العلاقة بين تطور مبيعات الورق وبين انتشار استخدام الآلات الطابعة هي علاقة ارتباط طردية قوية جدا.

2. تقدير الكميات المتوقع بيعها من الورق خلال سنة 2020م 2021م:

$\hat{Y}_i = \hat{a}X_i + \hat{b}$; $\hat{a}=\frac{n\sum_{i=1}^{n} XiYi-(\sum_{i=1}^{n} Xi\sum_{i=1}^{n} Yi)}{n\sum_{i=1}^{n} Xi^2-(\sum_{i=1}^{n} Xi)^2}$; $\hat{a}=\frac{10(103710000)-(61200)(15200)}{10(419840000)-(61200)^2}$;

$\hat{a}=\frac{(1037100000)-(930240000)}{(4198400000)-(3745440000)}$; $\hat{a}=\frac{106860000}{(452960000)}$; $\hat{a} = 0,2359$

$\hat{b} = \bar{Y}_i - \hat{a}\bar{X}_i$; $\bar{Y}_i = \frac{\sum_{i=1}^{10} Yi}{n} = \frac{15200}{10} = 1520$; $\bar{X}_i = \frac{\sum_{i=1}^{10} Xi}{10} = \frac{61200}{10} = 6120$

$\hat{b} = 1520 - (0,2359 * 6120)$; $\hat{b} = 1520 - (1443,708)$; $\hat{b} = 76,29$

$\hat{Y}_i = \hat{a}X_i + \hat{b}$; $\hat{Y}_i = 0,2359X_i + 76,29$

وبعد حساب المعلامات $\hat{a}$ و $\hat{b}$ وبعد تشكيل معادلة الاتجاه العام باستخدام طريقة مربعات الصغرى يمكن تقدير مبيعات 2020م و2021م من الورق كما يلي:

$\hat{Y}_i = \hat{a}X_i + \hat{b}$; $\hat{Y}_{2020} = 0,2359(6500) + 76,29$; $\hat{Y}_{2020} = (1609,64 * 1000)$

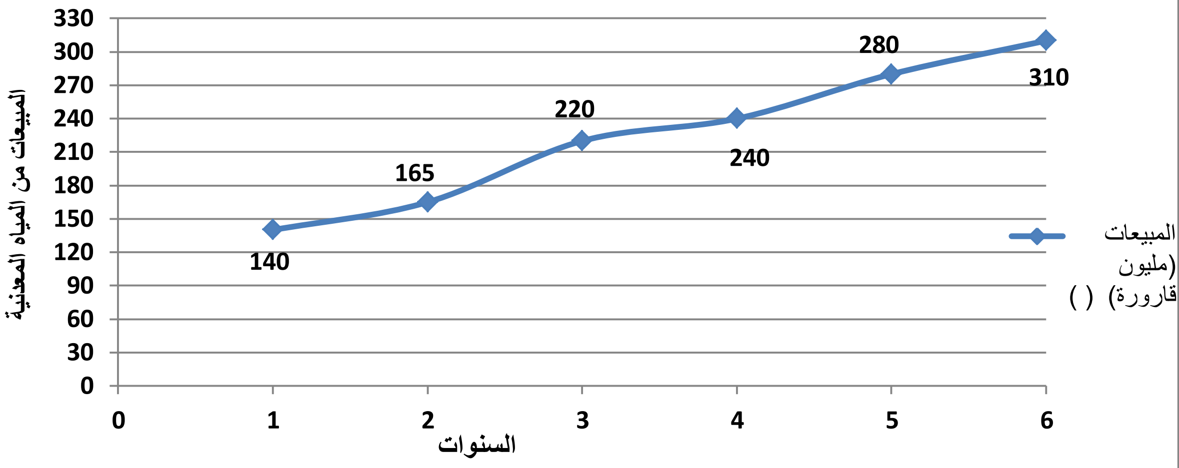
$\hat{Y}_{2020} = 1609640$ وحدة

$\hat{Y}_{2021} = 0,2359(6000) + 76,29$; $\hat{Y}_{2020} = (1415,4 * 1000)$; $\hat{Y}_{2020} = 1415400$ وحدة

التمرين الثاني:

1. التمثيل بياني لمنحى تطور المبيعات:

الشكل رقم (01): المبيعات من المياه المعدنية للفترة 2013-2018:



استنتاج شكل معادلة الاتجاه:

من خلال المنحى البياني نلاحظ أن هناك تزايد مستمر في حجم المبيعات، وهذه الزيادة تقريبا بوتيرة ثابتة، ومنحى المبيعات تقريبا خط مستقيم، هذا يعني أن معادة الاتجاه من الشكل $\hat{Y}_i = \hat{a}X_i + \hat{b}$.

2. حساب معامل الارتباط:

السنة (T_i)	T_i	المبيعات (مليون قارورة) (Y_i)	$T_i * Y_i$	T_i^2	Y_i^2
2013	1	140	140	1	19600
2014	2	165	330	4	27225
2015	3	220	660	9	48400
2016	4	240	960	16	57600
2017	5	280	1400	25	78400
2018	6	310	1860	36	96100
$\sum$	**21**	**1355**	**5350**	**91**	**327325**

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} XiYi - \left(\sum_{i=1}^{n} Xi \sum_{i=1}^{n} Yi\right)}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} Xi^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} Xi\right)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} Yi^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} Yi\right)^2}};$$

$$r = \frac{6(5350) - (21)(1355)}{\sqrt{6(91) - (21)^2}\sqrt{6(327325) - (1355)^2}};$$

$$r = \frac{(32100) - (28455)}{\sqrt{(546) - (441)}\sqrt{(1963950) - (1836025)}};$$

$$r = \frac{(3645)}{\sqrt{(105)}\sqrt{(127925)}};\ r = \frac{(3645)}{(10,25)(357,67)};\ r = \frac{(3645)}{(3666,1175)};$$

$$r = 0,9942 = 99,42\%$$

حساب معامل التحديد:

$$R^2 = (r)^2 = (0{,}9942)^2 = 0{,}9884 = 98{,}84\%$$

التعليق على النتائج:

أ. **بالنسبة لمعامل الارتباط:**

بعد حساب العلاقة الارتباطية بين الكميات المباعة من قارورات المياه المعدنية (Y_i) وعامل الزمن (X_i)، لاحظنا أن هذه العلاقة قريبة جدا من الواحد الصحيح (+1)، ومنه يمكن القول بأن العلاقة بين تطور مبيعات القارورات من المياه المعدنية وبين الزمن هي علاقة ارتباط طردية قوية جدا.

ب. **بالنسبة لمعامل التحديد:**

معامل التحديد يستخدم لقياس دقة النموذج، أو هو يقيس نسبة التباين في المتغير التابع الذي يمكن تقديره من خلال المتغير المستقل، وقيمته محصورة بين الصفر (0) والواحد الصحيح (+1).

3. إعداد التوقعات لسنة 2019م باستعمال الاتجاه العام، الذي يبرز من خلال الجدول السابق:

$$\hat{Y}_i = \hat{a}X_i + \hat{b}\ ;\ \hat{a}=\frac{n\sum_{i=1}^{n} XiYi-(\sum_{i=1}^{n} Xi\sum_{i=1}^{n} Yi)}{n\sum_{i=1}^{n} Xi^2-(\sum_{i=1}^{n} Xi)^2};\quad \hat{a}=\frac{6(5350)-(21)(1355)}{6(91)-(21)^2};$$

$$\hat{a}=\frac{(32100)-(28455)}{(546)-(441)};\ \hat{a}=\frac{3645}{(105)};\ \hat{a}=34{,}71$$

$$\hat{b}=\bar{Y}_i-\hat{a}\bar{X}_i\ ;\ \bar{Y}_i=\frac{\sum_{i=1}^{6} Yi}{n}=\frac{1355}{6}=225{,}83;\ \bar{X}_i=\frac{\sum_{i=1}^{6} Xi}{n}=\frac{21}{6}=3{,}5$$

$$\hat{b}=225{,}83-(34{,}71*3{,}5);\ \hat{b}=225{,}83-(121{,}485);\ \hat{b}=104{,}345$$

$$\hat{Y}_i=\hat{a}X_i+\hat{b};\ \hat{Y}_i=34{,}71*X_i+104{,}35$$

وبعد حساب المعلمات $\hat{a}$ و$\hat{b}$ وبعد تشكيل معادلة الاتجاه العام باستخدام طريقة مربعات الصغرى يمكن تقدير مبيعات 2019م من مبيعات قارورات المياه المعدنية كما يلي:

$$\hat{Y}_i=\hat{a}X_i+\hat{b}\ ;\ \hat{Y}_{2019}=34{,}71(7)+104{,}35\ ;\ \hat{Y}_{2019}=(1609{,}64*1000)$$

$\hat{Y}_{2019}=347{,}32$ مليون قارورة, $\hat{Y}_{2019}=347{,}32*0{,}19=65{,}99$ مليون دج,

4. يفضل إعداد التقديرات على أساس كمية القارورات المباعة من المياه المعدنية وليس على أساس القيمة الإجمالية للمبيعات، وهذا راجع إلى أن سعر البيع غير مستقر (متغير).

5. إذا كان توزيع مبيعات الشركة بالنسبة للثلاثيات الأربعة من السنتين 2017م و2018م على النحو التالي:

أ. **إبراز التركيبة الموسمية لمبيعات سنتي 2017م و2018م:**

يجب علينا أولا إعداد الجدول التالي، لأنه يمكننا من تقدير معلمات معادلة خط الاتجاه العام وحساب الأرقام القياسية الموسمية:

السنة	الثلاثيات	T_i	المبيعات (مليون قارورة)	T_i*Y_i	Ti^2	Yi^2	$\hat{Y}_i$	$I_s=(Y_i/\hat{Y})*100$	متوسط الرقم القياسي %
2017	1	4-	27	108-	16	729	64,75	41,70	41,90
	2	3-	112	336-	9	12544	67	167,16	161,54
	3	2-	85	170-	4	7225	69,25	122,74	120,38
	4	1-	56	56-	1	3136	71,5	78,32	76,02
2018	5	1	32	32	1	1024	76	42,11	
	6	2	122	244	4	14884	78,25	155,91	
	7	3	95	285	9	9025	80,5	118,01	
	8	4	61	244	16	3721	82,75	73,72	
المجموع		0	590	135	60	52288	590	99,96	99,96

$\hat{Y}_i = \hat{a}+\hat{b}X_i$

$\hat{a} = \sum Yi /n$; donc : $\hat{a} = 590/8 = 73,75$

$\hat{b} = \sum Y_i*t_i / \sum t^2$; donc : $\hat{b} = 135/60 = 2,25$

وبالتالي معادلة الاتجاه تكون كما يلي: $\hat{Y}_i = 73,75+ 2,25*t_i$

وبعد تمكننا من حساب قيم المعلامات $\hat{a}$ و $\hat{b}$ وقيم المبيعات الفعلية Y_i متوفرة يمكن تعويضها في معادلة خط الاتجاه العام والحصول على القيم المبيعات المقدرة $\hat{Y}_i$ للثلاثيات الثمانية، وذلك كما يلي:

$\hat{Y}_i = \hat{a}+\hat{b}X_i$

$\hat{Y}_{2017\ \text{الثلاثي الأول}} = 73,75+ (2,25*-4) = 64,75$

$\hat{Y}_{2017\ \text{الثلاثي الثاني}} = 73,75+ (2,25*-3) = 67$

$\hat{Y}_{2017\ \text{الثلاثي الثالث}} = 73,75+ (2,25*-2) = 69,25$

$\hat{Y}_{2017\ \text{الثلاثي الرابع}} = 73,75+ (2,25*-1) = 71,5$

$\hat{Y}_{2018\ \text{الثلاثي الأول}} = 73,75+ (2,25*1) = 76$

$\hat{Y}_{2018\ \text{الثلاثي الثاني}} = 73,75+ (2,25*2) = 78,25$

$\hat{Y}_{2018\ \text{الثلاثي الثالث}} = 73,75+ (2,25*3) = 80,5$

$\hat{Y}_{2018\ \text{الثلاثي الرابع}} = 73,75+ (2,25*4) = 82,75$

وقد تمكننا من حساب الرقم القياسي لكل ثلاثي والنتائج موضحة في العمود ما قبل الأخير في الجدول أعلاه عن طريق توظيف العلاقة التالية:

$$I_s = (Y_i / \hat{Y}_i)*100$$

$$I_{S2017\ \text{الثلاثي الأول}} = (27/64{,}75)*100 = 41{,}70$$

$$I_{S2017\ \text{الثلاثي الثاني}} = (112/67)*100 = 167{,}16$$

$$I_{S2017\ \text{الثلاثي الثالث}} = (85/69{,}25)*100 = 122{,}74$$

$$I_{S2017\ \text{الثلاثي الرابع}} = (56/71{,}5)*100 = 78{,}32$$

$$I_{S2018\ \text{الثلاثي الأول}} = (32/76)*100 = 42{,}11$$

$$I_{S2018\ \text{الثلاثي الثاني}} = (122/78{,}25)*100 = 155{,}91$$

$$I_{S2018\ \text{الثلاثي الثالث}} = (95/80{,}5)*100 = 118{,}01$$

$$I_{S2018\ \text{الثلاثي الرابع}} = (61/82{,}75)*100 = 73{,}72$$

وقد تمكننا من حساب متوسط الرقم القياسي لكل ثلاثي والنتائج موضحة في العمود الأخير في الجدول أعلاه عن طريق توظيف العلاقة التالية:

$$I_s = (I_{S2017\ \text{الثلاثي الأول}} + I_{S2018\ \text{الثلاثي الأول}})/2 = (41{,}70+42{,}11)/2 = 41{,}90$$

$$I_s = (I_{S2017\ \text{الثلاثي الثاني}} + I_{S2018\ \text{الثلاثي الثاني}})/2 = (167{,}16+155{,}91)/2 = 161{,}54$$

$$I_s = (I_{S2017\ \text{الثلاثي الثالث}} + I_{S2018\ \text{الثلاثي الثالث}})/2 = (122{,}74+118{,}01)/2 = 120{,}38$$

$$I_s = (I_{S2017\ \text{الثلاثي الرابع}} + I_{S2018\ \text{الثلاثي الرابع}})/2 = (78{,}32+73{,}72)/2 = 76{,}02$$

- ✓ **افترضنا أن مبيعات أن مبيعات سنة 2019م ستساوي 350 مليون قارورة أو 66,5 مليون دج، وتقسيمها على الثلاثيات الأربعة لسنة 2019م:**

للقيام بتقدير مبيعات الثلاثيات الأربعة لسنة 2019م نقوم بالتعويض في معادلة الاتجاه العام وبعد ذلك نقوم بتعديل التقدير بإستخدام متوسط الرقم القياسي الموسمي لكل ثلاثي، ونعلم أن رقم الثلاثي الأول لسنة 2019م في السلسلة الزمنية هو الرقم 9 والثاني هو 10 والثالث هو 11 والرابع هو 12، أي نكمل السلسلة الزمنية التي توقفت في الثلاثي الربع لسنة 2018 ورقمه 8:

$$\hat{Y}_i = \hat{a}+\hat{b}X_i$$

$\hat{Y}_{2019\ \text{الثلاثي الأول}} = 73{,}75+ (2{,}25*9) = \mathbf{94}$

$\hat{Y}_{2019\ \text{الثلاثي الثاني}} = 73{,}75+ (2{,}25*10) = \mathbf{96{,}25}$

$\hat{Y}_{2019\ \text{الثلاثي الثالث}} = 73{,}75+ (2{,}25*11) = \mathbf{98{,}5}$

$\hat{Y}_{2019\ \text{الثلاثي الرابع}} = 73{,}75+ (2{,}25*12) = \mathbf{100{,}75}$

نقوم الآن بتعديل القيم المقدرة لكل ثلاثي باستخدام متوسط الرقم القياسي الموسمي لكل ثلاثي، كما يلي:

$\hat{Y}_{2019\ \text{الثلاثي الأول}} = 94*0{,}419= \mathbf{39{,}37}$

$\hat{Y}_{2019\ \text{الثلاثي الثاني}} = 96{,}25*1{,}6154= \mathbf{155{,}48}$

$\hat{Y}_{2019\ \text{الثلاثي الثالث}} = 98{,}5*1{,}2038= \mathbf{118{,}57}$

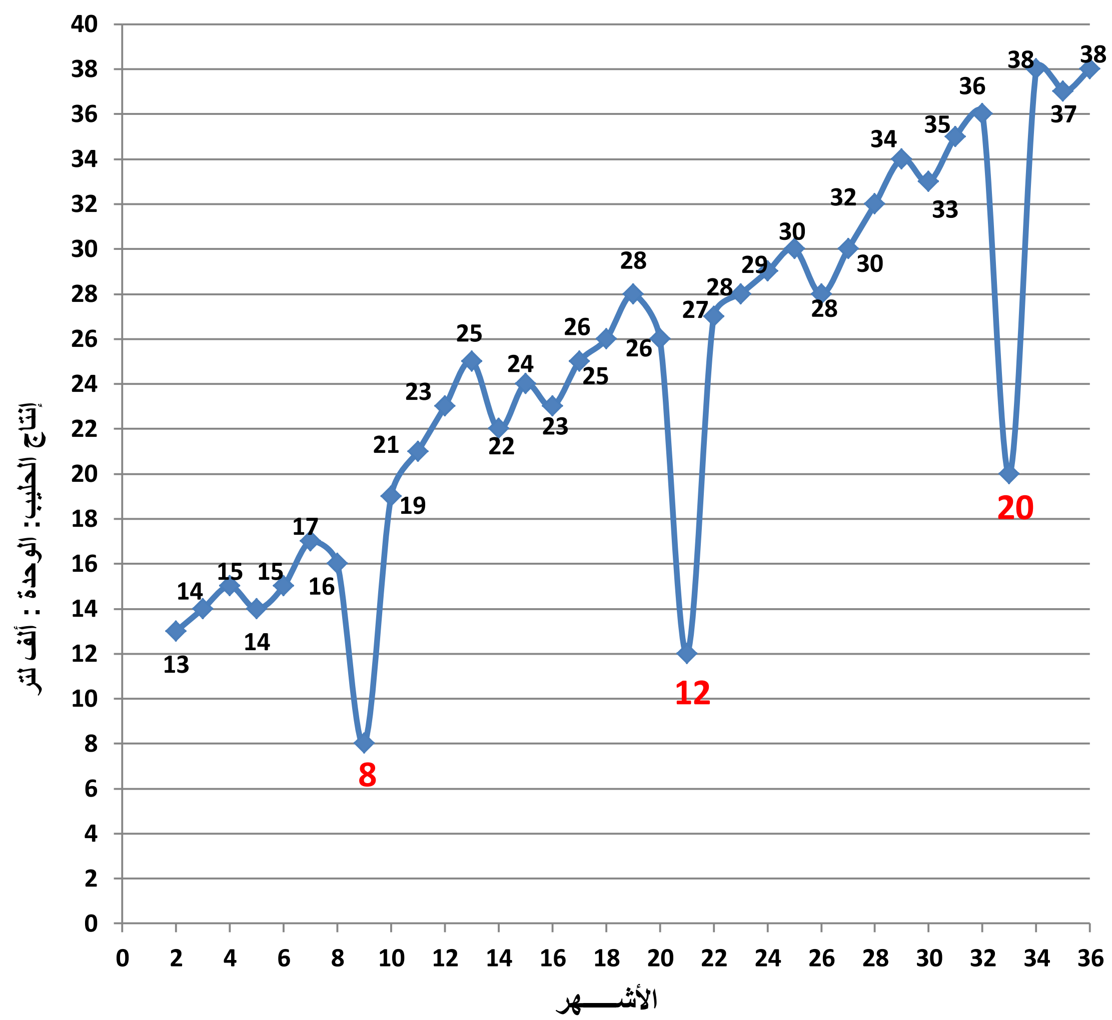
$\hat{Y}_{2019\ \text{الثلاثي الرابع}} = 100{,}75*0{,}7602= \mathbf{76{,}59}$

- ✓ نلاحظ أنه لا توجد سلبيات لهذه الطريقة في التحليل، حيث نلاحظ امتداد خصائص الموسمية للمبيعات من سنة إلى أخر، وهذا لا يؤثر على عملية التقدير، وهذا راجع أيضا لكون معاملات الموسمية ثابتة ومستقرة من سنة إلى أخرى، عكس الأسعار التي لا تكون غير مستقرة.

حل التمرين الثالث:

1. **رسم منحى تطور المبيعات:**

الشكل رقم (02): إنتاج الحليب خلال فترة ممتدة على مدى 36 شهر



ما يمكن ملاحظته:

نلاحظ أن القيمة 8 و12 و20 والتي تظهر في المنحى البياني باللون الأحمر تكون دائما عند الشهر رقم 8 و20 و 32 وهو الشهر أوت من كل سنة، لأن السلسلة الزمنية مكونة من ستة وثلاثون شهر، أي ما يعادل ثلاثة سنوات (سنة 2103م، و2014م و2105م)، وهذا الانخفاض الذي يحدث خلال نفس الشهر على امتداد ثلاث سنوات هو يسمى بـــ **"الــموســمية"**.

2. تحديد معادلة الاتجاه العام للمبيعات باستخدام طريقة المربعات الصغرى:

$$\hat{Y}_i = \hat{a}X_i + \hat{b} \ ; \hat{a} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} XiYi - (\sum_{i=1}^{n} Xi \sum_{i=1}^{n} Yi)}{n\sum_{i=1}^{n} Xi^2 - (\sum_{i=1}^{n} Xi)^2}; \quad \hat{a} = \frac{36(19351) - (900*666)}{36\ (16206) - (666)^2};$$

$$\hat{a} = \frac{(696636) - (599400)}{(583416) - (443556)}; \ \hat{a} = \frac{(97236)}{(139860)}; \hat{a} = 0,6952$$

$$\hat{b} = \bar{Y}_i - \hat{a}\bar{X}_i \ ; \bar{Y}_i = \frac{\sum_{i=1}^{36} Yi}{n} = \frac{900}{36} = 25; \bar{X}_i = \frac{\sum_{i=1}^{36} Xi}{n} = \frac{666}{36} = 18,5$$

$$\hat{b} = 25 - (0,6952 * 18,5); \ \hat{b} = 25 - (12,8612); \ \hat{b} = 12,1388$$

$$\hat{Y}_i = \hat{a}X_i + \hat{b}; \ \hat{Y}_i = 0,6952X_i + 12,1388$$

	الأشهر	إنتاج الحليب ألف لتر	x	y * x	x * x	المستويات المقدرة	الأرقام القياسية I_s	متوسط $I_s\%$
2013	1	13	1	13	1	12,83	101,30	100,03
	2	14	2	28	4	13,53	103,49	104,18
	3	15	3	45	9	14,22	105,46	103,65
	4	14	4	56	16	14,92	93,85	102,98
	5	15	5	75	25	15,61	96,07	102,27
	6	17	6	102	36	16,31	104,24	107,98
	7	16	7	112	49	17,00	94,10	101,19
	8	8	8	64	64	17,70	45,20	49,82
	9	19	9	171	81	18,39	103,30	104,21
	10	21	10	210	100	19,09	110,02	105,18
	11	23	11	253	121	19,78	116,26	107,87
	12	25	12	300	144	20,48	122,08	110,38
2014	13	22	13	286	169	21,17	103,91	99,98
	14	24	14	336	196	21,87	109,75	
	15	23	15	345	225	22,56	101,94	
	16	25	16	400	256	23,26	107,49	
	17	26	17	442	289	23,95	108,55	
	18	28	18	504	324	24,65	113,60	
	19	26	19	494	361	25,34	102,59	
	20	12	20	240	400	26,04	46,09	
	21	27	21	567	441	26,73	101,00	
	22	28	22	616	484	27,43	102,09	
	23	29	23	667	529	28,12	103,12	
	24	30	24	720	576	28,82	104,10	
2015	25	28	25	700	625	29,51	94,87	
	26	30	26	780	676	30,21	99,31	
	27	32	27	864	729	30,90	103,55	
	28	34	28	952	784	31,60	107,60	
	29	33	29	957	841	32,29	102,19	
	30	35	30	1050	900	32,99	106,10	
	31	36	31	1116	961	33,68	106,88	
	32	20	32	640	1024	34,38	58,18	
	33	38	33	1254	1089	35,07	108,35	
	34	37	34	1258	1156	35,77	103,44	
	35	38	35	1330	1225	36,46	104,22	
	36	39	36	1404	1296	37,16	104,96	
	666	900	666	19351	16206		99,98	

3. حساب المعاملات الموسمية للمؤسسة:

لحساب المعاملات الموسمية لكل شهر من أشهر السنة وجب أولا حساب الرقم القياسي لكل شهر من أشهر السلسلة الزمنية والمقدر عدد هذه الشهر بـ 36 شهر، كما يلي:

$$I_s = (Y_i / \hat{Y}_i)*100$$

والآن سنعطي مثالين عن كل سنة حول كيفية حساب الأرقام لكل أشهر 36 المكونة للسلسلة الزمنية، وهذه الأرقام المحسوبة هي الواردة في العمود ما قبل الأخير في الجدول أعلاه:

$I_{S2013\ \text{مارس}} = (15/14,22)*100 = 105,48\%$

$I_{S2013\ \text{أكتوبر}} = (21/19,09)*100 = 110,02\%$

$I_{S2014\ \text{فيفري}} = (24/21,87)*100 = 109,75\%$

$I_{S2014\ \text{نوفمبر}} = (29/28,12)*100 = 103,12\%$

$I_{S2015\ \text{جانفي}} = (28/29,51)*100 = 94,87\%$

$I_{S2015\ \text{ديسمبر}} = (39/37,16)*100 = 104,96\%$

بعد تمكننا من حساب الرقم القياسي الموسمي لكل شهر من أشهر السلسلة الزمنية، نقوم الآن بحساب متوسط الرقم القياسي لكل شهر من أشهر السنة، أي لا نحسب الرقم القياسي لأشهر السلسلة، بل لأشهر السنة، أي نحسب متوسط الرقم القياسي الموسمي من جانفي إلى شهر ديسمبر، وذلك كما يلي:

$I_{s\ \text{جانفي}} = (I_{S2013\ \text{جانفي}} + I_{S2014\ \text{جانفي}} + I_{S2015\ \text{جانفي}})/3 = (101,3+103,91+94,87)/\ 3 = 100,03$

$I_{s\ \text{فيفري}} = (I_{S2013\ \text{فيفري}} + I_{S2014\ \text{فيفري}} + I_{S2015\ \text{فيفري}})/3 = (103,49+109,75+99,31)/3 = 104,18$

$I_{s\ \text{مارس}} = (I_{S2013\ \text{مارس}} + I_{S2014\ \text{مارس}} + I_{S2015\ \text{مارس}})/3 = (105,46+101,94+103,55)/3 = 103,65$

$I_{s\ \text{أفريل}} = (I_{S2013\ \text{أفريل}} + I_{S2014\ \text{أفريل}} + I_{S2015\ \text{أفريل}})/3 = (93,85+107,49+107,6)/3 = 102,98$

$I_{s\ \text{ماي}} = (I_{S2013\ \text{ماي}} + I_{S2014\ \text{ماي}} + I_{S2015\ \text{ماي}})/3 = (96,07+108,55+102,19)/3 = 102,27$

$I_{s\ \text{جوان}} = (I_{S2013\ \text{جوان}} + I_{S2014\ \text{جوان}} + I_{S2015\ \text{جوان}})/3 = (104,24+113,6+106,1)/3 = 107,98$

$I_{s\ \text{جويلية}} = (I_{S2013\ \text{جويلية}} + I_{S2014\ \text{جويلية}} + I_{S2015\ \text{جويلية}})/3 = (94,1+102,59+106,88)/3 = 101,19$

$I_{s\ \text{أوت}} = (I_{S2013\ \text{أوت}} + I_{S2014\ \text{أوت}} + I_{S2015\ \text{أوت}})/3 = (45,2+46,09+58,18)/3 = 49,82$

$I_{s\ \text{سبتمبر}} = (I_{S2013\ \text{سبتمبر}} + I_{S2014\ \text{سبتمبر}} + I_{S2015\ \text{سبتمبر}})/3 = (103,3+101+108,35)/3 = 104,21$

$I_{s\ \text{أكتوبر}} = (I_{S2013\ \text{أكتوبر}} + I_{S2014\ \text{أكتوبر}} + I_{S2015\ \text{أكتوبر}})/3 = (110,2+102,09+103,44)/3 = 105,18$

$I_{s\ \text{نوفمبر}} = (I_{S2013\ \text{نوفمبر}} + I_{S2014\ \text{نوفمبر}} + I_{S2015\ \text{نوفمبر}})/3 = (116,26+103,12+104,22)/3 = 107,87$

$I_{s\ \text{ديسمبر}} = (I_{S2013\ \text{ديسمبر}} + I_{S2014\ \text{ديسمبر}} + I_{S2015\ \text{ديسمبر}})/3 = (122,08+104,1+104,96)/3 = 110,38$

4. تقدير المبيعات الشهرية لسنة 2016م:

للقيام بتقدير المبيعات الشهرية لسنة 2016م نقوم بالتعويض في معادلة الاتجاه العام، وبعد ذلك نقوم بتعديل التقدير باستخدام متوسط الرقم القياسي الموسمي لكل شهر، ونعلم أن رقم الشهر الأول لسنة 2016م في السلسلة الزمنية هو الرقم 37 والثاني هو 38 والثالث هو 39 والرابع هو 40، وهكذا حتى نصل إلى الشهر الثاني عشر لسنة 2016م ورقمه في السلسلة الزمنية هو 48:

$$\hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b}X_i$$

$\hat{Y}_{2016\ \text{جانفي}}$ = 12,1388 + (0,6952*37) = **37,86**

$\hat{Y}_{2016\ \text{فيفري}}$ = 12,1388 + (0,6952*38) = **38,56**

$\hat{Y}_{2016\ \text{مارس}}$ = 12,1388 + (0,6952*39) = **39,25**

$\hat{Y}_{2016\ \text{أفريل}}$ = 12,1388 + (0,6952*40) = **39,95**

$\hat{Y}_{2016\ \text{ماي}}$ = 12,1388 + (0,6952*41) = **40,64**

$\hat{Y}_{2016\ \text{جوان}}$ = 12,1388 + (0,6952*42) = **41,34**

$\hat{Y}_{2016\ \text{جويلية}}$ = 12,1388 + (0,6952*43) = **42,03**

$\hat{Y}_{2016\ \text{أوت}}$ = 12,1388 + (0,6952*44) = **42,73**

$\hat{Y}_{2016\ \text{سبتمبر}}$ = 12,1388 + (0,6952*45) = **43,42**

$\hat{Y}_{2016\ \text{أكتوبر}}$ = 12,1388 + (0,6952*46) = **44,19**

$\hat{Y}_{2016\ \text{نوفمبر}}$ = 12,1388 + (0,6952*47) = **44,81**

$\hat{Y}_{2016\ \text{ديسمبر}}$ = 12,1388 + (0,6952*48) = **45,51**

نقوم الآن بتعديل القيم المقدرة لكل شهر باستخدام متوسط الرقم القياسي الموسمي لكل شهر، كما يلي:

$\hat{Y}_{2016\ \text{جانفي}} = 37,86*1,0003 = 37,87$

$\hat{Y}_{2016\ \text{فيفري}} = 38,56*1,0418 = 40,17$

$\hat{Y}_{2016\ \text{مارس}} = 39,25*1,0365 = 40,68$

$\hat{Y}_{2016\ \text{أفريل}} = 39,95*1,0298 = 41,14$

$\hat{Y}_{2016\ \text{ماي}} = 40,64*1,0227 = 41,56$

$\hat{Y}_{2016\ \text{جوان}} = 41,34*1,0798 = 44,64$

$\hat{Y}_{2016\ \text{جويلية}} = 42,03*1,0119 = 42,53$

$\hat{Y}_{2016\ \text{أوت}} = 42,73*0,4982 = 21,29$

$\hat{Y}_{2016\ \text{سبتمبر}} = 43,42*1,0421 = 45,25$

$\hat{Y}_{2016\ \text{أكتوبر}} = 44,19*1,0518 = 46,48$

$\hat{Y}_{2016\ \text{نوفمبر}} = 44,81*1,0787 = 48,34$

$\hat{Y}_{2016\ \text{ديسمبر}} = 45,51*1,1038 = 50,23$

5. افتراض أن نقاط الموسمية الثلاث السابقة هي نقاط شاذة وليست موسمية، وتوقع المبيعات الشهرية لسنة 2016م:

الشهر / المبيعات	جانفي	فيفري	مارس	أفريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	المجموع
باستعمال الموسمية	37,87	40,17	40,68	41,14	41,56	44,64	42,53	21,29	45,25	46,48	48,34	50,23	500,18
بدون الموسمية	37,86	38,56	39,25	39,95	40,64	41,34	42,03	42,73	43,42	44,19	44,81	45,51	500,29

ما تم ملاحظته:

نلاحظ أن الفرق عند استعمال الموسمية، أنه في شهر أوت تنخفض المبيعات إلى أدنى المستويات، وهو نفس الشيء الملاحظ خلال ثلاث (03) سنوات السابقة المكونة للسلسلة الزمنية (2013، 2014 و2015). لكن عند عدم استعمال الموسمية، نلاحظ أن المبيعات تبقى في نسق تصاعدي، رغم أن المجموع المتعلق بالمبيعات المتوقعة سواء بالطريقة الأولى أو الثانية هو نفسه والمقدر بما يقارب 500 ألف وحدة.

حل التمرين الرابع:

قدمت إليك مؤسسة اتصالات البيانات التالية، والمتعلقة بمبيعاتها الفصلية خلال الفترة الممتدة من سنة 2015م إلى 2017م، وكانت الوحدات بالآلاف:

السنوات / الثلاثيات	2015م	2016م	2017م
الثلاثي الأول	480	530	515
الثلاثي الثاني	510	545	610
الثلاثي الثالث	500	520	605
الثلاثي الرابع	580	600	620
المجموع السنوي	**2070**	**2195**	**2350**

المطلوب:

1. **إعداد جدول للمجاميع المتحركة:**

لكي نقوم بإعداد جدول للمجاميع المتحركة لا بد من استخدام العلاقة الرياضية التالية:

$$\mathbf{TM} = \sum V_i - V_0 + V_1$$

حيث:

TM: المجموع المتحرك؛

$\sum V_i$ **:** مجموع المبيعات السنة الأولى (الفترة السابقة)؛

V_0 **:** مبيعات الفترة الأولى من السنة الأولى أو السابقة؛

V_1 **:** مبيعات الفترة الأولى من السنة الثانية أو اللاحقة.

2. **تقدير مبيعات سنة 2018م، وذلك بالاعتماد على فرضيات التفاؤل والوسطية والتشاؤم:**

إن طريقة المجاميع المتحركة هي من الطرق التي تسمح لنا بالتوقع للفترة التي تأتي مباشرة بعد نهاية السلسلة الزمنية (أي لفترة واحدة فقط)، وعليه يمكننا التوقع المبيعات الثلاثي الأول فقط من السنة 2018م، وهذا حسب الفرضية التالية:

فرضية التفاؤل: نأخذ أكبر فرق في الجدول وهو 85 والذي يصادف الثلاثي الثالث بين سنتي 2017 و2016، أي (605 – 520 = 85)، ثم نضيفه للمجموع المتحرك الأخير ثم نحسب المبيعات حسب العلاقة التالية:

$$V_1 = \mathbf{TM} - \sum V_i + V_0$$

المجموع المتحرك الأخير = 2350.

المجموع المتحرك المتوقع = 2350 + 85 = 2435.

ومنه المبيعات المتوقعة للثلاثي الأول من سنة 2018م =

$$V_1 = 2435 - 2350 + 515 = 600$$

فرضية التشاؤم: نأخذ أصغر فرق في الجدول وهو -15 والذي يصادف الثلاثي الثالث بين سنتي 2017 و2016، أي (515 – 530 = -15)، ثم نضيفه للمجموع المتحرك الأخير ثم نحسب المبيعات حسب العلاقة التالية:

$$V_1 = TM - \sum V_i + V_0$$

المجموع المتحرك الأخير = 2350.

المجموع المتحرك المتوقع = 2350 - 15 = 2335.

ومنه المبيعات المتوقعة للثلاثي الأول من سنة 2018م =

$$V_1 = 2335 - 2350 + 515 = 500$$

فرضية الوسطية: نأخذ متوسط مجموع الفروق أي (50 – 15 + 35 + 65 + 20 + 85 + 20 + 20)/8 = 280/8= 35، ثم نحسب المبيعات حسب العلاقة التالية:

$$V_1 = TM - \sum V_i + V_0$$

لمجموع المتحرك الأخير = 2350.

المجموع المتحرك المتوقع = 2350 + 35 = 2385.

ومنه المبيعات المتوقعة للثلاثي الأول من سنة 2018م =

$$V_1 = 2385 - 2350 + 515 = 550$$

3. تقدير مبيعات الثلاثي الأول لسنة 2018 بواسطة طريقة المربعات الصغرى:

السنة	الثلاثي X_i	المبيعات الفعلية Y_i	$X_i * Y_i$	$X_i * X_i$	المبيعات المقدرة $\widehat{Y}_i$	الرقم القياسي I_s	متوسط القياسي I_s
2015	1	480	480	1	493,08	97,35	95,16
	2	510	1020	4	503,65	101,26	101,59
	3	500	1500	9	514,23	97,23	97,23
	4	580	2320	16	524,81	110,52	106,02
2016	5	530	2650	25	535,38	98,99	
	6	545	3270	36	545,96	99,82	
	7	520	3640	49	556,54	93,43	
	8	600	4800	64	567,12	105,80	
2017	9	515	4635	81	577,69	89,15	
	10	610	6100	100	588,27	103,69	
	11	605	6655	121	598,85	101,03	
	12	620	7440	144	609,42	101,74	
المجموع	78	6615	44510	650		100,00	100,00

$\hat{Y}_i = \hat{a}X_i + \hat{b}$; $\hat{a}=\frac{n\sum_{i=1}^{n} XiYi-(\sum_{i=1}^{n} Xi \sum_{i=1}^{n} Yi)}{n\sum_{i=1}^{n} Xi^2-(\sum_{i=1}^{n} Xi)^2}$; $\hat{a}=\frac{12(44510)-(78*6615)}{12\ (650)-\ (78)^2}$;

$\hat{a}=\frac{(534120)-(515970)}{(7800)-(6084)}$; $\hat{a}=\frac{(18150)}{(1716)}$; $\hat{a} = 10,5769$

$\hat{b} = \bar{Y}_i - \hat{a}\bar{X}_i$; $\bar{Y}_i = \frac{\sum_{i=1}^{36} Yi}{n} = \frac{6615}{12} = 551,25$; $\bar{X}_i = \frac{\sum_{i=1}^{36} Xi}{n} = \frac{78}{12} = 6,5$

$\hat{b} = 551,25 - (10,5769 * 6,5)$; $\hat{b} = 551,25 - (68,75)$; $\hat{b} = 482,5$

$\hat{Y}_i = \hat{a}X_i + \hat{b}$; $\hat{Y}_i = 10,5769X_i + 482,5$

للقيام بتقدير المبيعات $\hat{Y}_i$ لكل ثلاثي من السلسلة الزمنية المتكونة من 12 ثلاثي (أي ما يعدل 3 سنوات)، نقوم بالتعويض في معادلة الاتجاه التي تم تحديدها أعلاه كما يلي:

$$\hat{Y}_i = \hat{a}+\hat{b}X_i$$

$$\hat{Y}_i = 10,5769X_i + 482,5$$

$\hat{Y}_{2015 \text{ الثلاثي الأول}}$ = 482,5 + **(10,5769*1)** = **493,08**

$\hat{Y}_{2015 \text{ الثلاثي الثاني}}$ = 482,5 + **(10,5769*2)** = **503,65**

$\hat{Y}_{2015 \text{ الثلاثي الثالث}}$ = 482,5 + **(10,5769*3)** = **514,23**

$\hat{Y}_{2015 \text{ الثلاثي الرابع}}$ = 482,5 + **(10,5769*4)** = **524,81**

$\hat{Y}_{2016 \text{ الثلاثي الأول}}$ = 482,5 + **(10,5769*5)** = **535,38**

$\hat{Y}_{2016 \text{ الثلاثي الثاني}}$ = 482,5 + **(10,5769*6)** = **545,96**

$\hat{Y}_{2016 \text{ الثلاثي الثالث}}$ = 482,5 + **(10,5769*7)** = **556,54**

$\hat{Y}_{2016 \text{ الثلاثي الرابع}}$ = 482,5 + **(10,5769*8)** = **567,12**

$\hat{Y}_{2017 \text{ الثلاثي الأول}}$ = 482,5 + **(10,5769*9)** = **577,69**

$\hat{Y}_{2017 \text{ الثلاثي الثاني}}$ = 482,5 + **(10,5769*10)** = **588,27**

$\hat{Y}_{2017 \text{ الثلاثي الثالث}}$ = 482,5 + **(10,5769*11)** = **598,85**

$\hat{Y}_{2017 \text{ الثلاثي الرابع}}$ = 482,5 + **(10,5769*12)** = **609,42**

لحساب المعاملات الموسمية لكل ثلاثي، وجب أولا حساب الرقم القياسي لكل ثلاثي من ثلاثيات السلسلة الزمنية والمقدر عدد هذه الثلاثيات بـ 12 ثلاثي، كما يلي:

$$I_s = (Y_i / \hat{Y}_i)*100$$

والآن سنعطي مثالين عن كل سنة حول كيفية حساب الأرقام لكل الثلاثيات لمكونة للسلسلة الزمنية، وهذه الأرقام المحسوبة هي الواردة في العمود ما قبل الأخير في الجدول أعلاه:

$I_{S2015 \text{ الثلاثي الأول}}$ = **(480/493,08)*100 = 97,35%**

$I_{S2015 \text{ الثلاثي الثالث}}$ = **(500/514,23)*100 = 97,23%**

$I_{S2016 \text{ الثلاثي الثاني}}$ = **(545/545,96)*100 = 99,82%**

$I_{S2016 \text{ الثلاثي الرابع}}$ = **(600/567,12)*100 = 105,8%**

$I_{S2017 \text{ الثلاثي الأول}}$ = **(515/577,69)*100 = 89,15%**

$I_{S2017 \text{ الثلاثي الرابع}}$ = **(620/609,42)*100 = 101,74%**

وقد تمكننا من حساب متوسط الرقم القياسي لكل ثلاثي والنتائج موضحة في العمود الأخير في الجدول أعلاه عن طريق توظيف العلاقة التالية:

$I_S = (I_{S2015\ \text{الثلاثي الأول}} + I_{S2016\ \text{الثلاثي الأول}} + I_{S2017\ \text{الثلاثي الأول}})/3 = (97,35+98,99+89,15)/3 = 95,16$

$I_S = (I_{S2015\ \text{الثلاثي الثاني}} + I_{S\ 2016\ \text{الثلاثي الثاني}} + I_{S2017\ \text{الثلاثي الثاني}})/3 = (101,26 +99,82+103,69)/3 = 101,74$

$I_S = (I_{S2015\ \text{الثلاثي الثالث}} + I_{S2016\ \text{الثلاثي الثالث}} + I_{S2017\ \text{الثلاثي الثالث}})/3 = (97,23 +93,43+101,03)/3 = 97,23$

$I_S = (I_{S2015\ \text{الثلاثي الرابع}} + I_{S2016\ \text{الثلاثي الرابع}} + I_{S2017\ \text{الثلاثي الرابع}})/3 = (110,52+105,8+101,74)/3 = 106,02$

للقيام بتقدير مبيعات الثلاثيات الأربعة لسنة 2018م، نقوم بالتعويض في معادلة الاتجاه العام، وبعد ذلك نقوم بتعديل التقدير باستخدام متوسط الرقم القياسي الموسمي لكل ثلاثي، ونعلم أن رقم الثلاثي الأول لسنة 2018م في السلسلة الزمنية هو الرقم 13 والثاني هو 14 والثالث هو 15 والرابع هو 16، أي نكمل السلسلة الزمنية التي توقفت في الثلاثي الربع لسنة 2017 ورقمه 12:

$$\hat{Y}_i = \hat{a}+\hat{b}X_i$$

$\hat{Y}_{2018\ \text{الثلاثي الأول}} = 482,5 + (10,5769*13) = 620$

$\hat{Y}_{2018\ \text{الثلاثي الثاني}} = 482,5 + (10,5769*14) = 630,58$

$\hat{Y}_{2018\ \text{الثلاثي الثالث}} = 482,5 + (10,5769*15) = 641,15$

$\hat{Y}_{2018\ \text{الثلاثي الرابع}} = 482,5 + (10,5769*16) = 651,73$

نقوم الآن بتعديل القيم المقدرة لكل ثلاثي باستخدام متوسط الرقم القياسي الموسمي لكل ثلاثي، كما يلي:

$\hat{Y}_{2018\ \text{الثلاثي الأول}} = 620*0,9516= 589,99$

$\hat{Y}_{2018\ \text{الثلاثي الثاني}} = 630,58*1,0174= 641,55$

$\hat{Y}_{2018\ \text{الثلاثي الثالث}} = 641,15*0,9723= 623,41$

$\hat{Y}_{2018\ \text{الثلاثي الرابع}} = 651,73*1,0602= 690,96$