

Série d'exercices No. 2(a)

Exercice 1.

Quelles sont les épreuves de l'expérience suivante : on extrait simultanément, deux boules d'une urne qui contient 3 boules blanches et 2 boules noires ?

Exercice 2.

Une urne contient 3 boules blanches et 2 boules noires. On extrait au hasard deux boules.

i) On considère les événements :

A1 - "obtenir deux boules noires",

A2 - "obtenir au moins une boule blanche",

A3 - "obtenir une seule boule blanche",

A4 - "obtenir une seule boule noire",

A5 - "obtenir deux boules vertes".

Déterminer si chaque événement est d'une part, aléatoire, certain, impossible et, d'autre part, s'il est élémentaire ou composé.

ii) Trouver les réponses du point i), en utilisant les ensembles d'épreuves rattachées aux événements.

Exercice 3.

On considère les événements A1, A2, A3, A4 du problème précédent. Trouver les paires d'événements équivalents, les paires d'événements compatibles, les paires d'événements incompatibles, les paires d'événements contraires, les paires d'événements dont le premier implique le second.

Exercice 4.

Soit $\Omega = \{a, b, c\}$, $A = \{a\}$ et $B = \{b\}$. Énumérer les éléments des événements suivants :

i) A^c ,

ii) B^c ,

iii) $A \cup B$,

iv) $A \cap B$,

v) $A^c \cap B^c$,

vi) $A^c \cap (A \cup B)$.

Exercice 5.

Trouver des expressions plus simples pour désigner les événements :

i) $(A \cup B) \cap (A \cup B^c)$,

ii) $(A \cup B) \cap (A^c \cup B) \cap (A \cup B^c)$,

iii) $(A \cup B) \cap (B \cup C)$.

Exercice 6.

Soit A, B, C trois événements quelconques. Exprimer les événements suivants.

Parmi A, B, C :

1. A seul se produit.
2. A et B se produisent mais non C.
3. Les trois événements se produisent en même temps.
4. Au moins un des événements se produit.
5. Au moins deux des événements se produisent.
6. Un et un seulement se produit.
7. Deux et deux seulement se produisent.
8. Aucun événement ne se produit.

Exercice 7.

Une machine a produit n pièces. Soit A_i l'événement "la i -ième pièce est défectueuse", $i = 1, \dots, n$. Écrire les événements suivants :

- i) "aucune pièce n'est défectueuse".
- ii) "au moins une pièce est défectueuse".
- iii) "une seule pièce est défectueuse".
- iv) "deux pièces sont défectueuses".
- v) "au moins deux pièces sont défectueuses".
- vi) "au plus deux pièces sont défectueuses".

Exercice 8.

Que peut-on dire des événements A et B d'un même espace d'événements si :

- i) $A \setminus B = \Omega$?
- ii) $A \setminus B = \emptyset$?
- iii) $A \cap B = A \cup B$?
- iv) $A \setminus B = A$?
- v) $A \cap B = B$?

Exercice 9.

On considère l'expérience qui consiste à tirer une boule d'une urne contenant 4 boules blanches numérotées 1, 2, 3 et 4, et une boule noire numérotée 5.

1. Décrire l'espace probabilisable relié à cette expérience.
2. Combien d'événements y-a-t-il dans l'espace des événements ?
3. Énumérer les événements élémentaires.
4. Énumérer les implications de l'événement $\{1\}$.

Exercice 10.

On lance un dé deux fois de suite.

i) Préciser les événements suivants :

- A_1 - "on obtient la face 1 suivi d'un nombre pair",
 A_2 - "la somme est 5",
 A_3 - "les deux chiffres obtenus sont égaux".

ii) Que pouvez-vous dire des événements A, B, C tels que :

- A est réalisé quand A_1 et A_2 sont réalisés,
 B est réalisé quand A_2 et A_3 sont réalisés,
 C est réalisé quand A_2 est réalisé et que A_1 ne l'est pas.

Exercice 11.

On écrit au hasard un polynôme, disons $P(x)$, de l'ensemble des polynômes dont les coefficients sont des entiers de l'intervalle $[-10, 20]$. Considérons les événements :

- A_1 - "le polynôme $P(x)$ est divisible par $x - 2$ ",
 A_2 - "le polynôme dérivé $P'(x)$ est divisible par $x - 2$ ",
 A_3 - "la dérivé seconde $P''(x)$ est divisible par $x - 2$ ",
 B - "2 est au moins une racine triple du polynôme $P(x)$ ",
 C - "2 est une racine double pour le polynôme $P(x)$ ".

Exprimer les événements B et C à l'aide des événements A_i , $i = 1, 2, 3$.