Université Larbi Ben M'hidi — 2ième Année Licence Maths

Faculté des Sciences Exactes — 2020/2021

Département de Mathématiques — Unité : Probabilités (II)

Séries d'exercices No. 1

Exercice 1

On lance 10 fois un dé à jouer et on prend note des résultats successivement obtenus, par exemple 5321144632.

a) Combien y a-t-il de résultats possibles ?
b) Combien y a-t-il de résultats avec 6 nombres pairs et 4 nombres impairs ?
c) Combien y a-t-il de résultats avec 1 un, 2 deux, 3 trois et 4 quatre ?
d) Combien y a-t-il de résultats avec au moins 2 six ?
e) Combien y a-t-il de résultats dont la somme des points vaut 12 ?

Exercice 2

1.Écrire tous les arrangements avec répétition d'ordre 2 des 4 nombres 1, 2, 3 et 4.
2.Écrire tous les arrangements avec répétition d'ordre 3 des 3 nombres 4, 5 et

Exercice 3.

On jette 3 dés A, B, C ayant chacun 6 faces. Les faces sont numérotées de 1 à 6. On s'intéresse aux résultats possibles. Dénombrer :

-Tous les résultats possibles
-Les résultats où les 3 faces amenées sont identiques
-Les 3 faces sont différentes
-Les résultats ne comportant aucun as
-Les résultats comportant au moins un as
-Les résultats comportant exactement 1 as, 2 as

Exercice 4

Un damier comporte 25 cases. Quel est le nombre de façon de placer 5 pions de telle façon qu'il y en ait 1 par lignes et 1 par colonnes.

Exercice 5

Combien de nombres distincts peut-on former avec trois chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ?

1) En supposant que les trois chiffres sont distincts.
2) En supposant que chaque chiffres peut-être répété .
3) Reprendre le problème sachant que l'on utilise seulement les chiffres impairs.

Exercice 6

Un réseau téléphonique départemental comporte des numéros de 6 chiffres. Quelle est la capacité théorique du réseau ? Quel est le nombre de numéros comprenant :

a) 6 chiffres différents.
b)1 chiffre apparaissant 2 fois, les autres une fois.
c)2 chiffres apparaissant 2 fois, les autres une fois.
d)3 chiffres apparaissant 2 fois.
e)2 chiffres apparaissant 3 fois.
f)1 chiffre apparaissant 4 fois, les autres une fois.
g)1 chiffre apparaissant 5 fois.

Exercice 7

Calculer les sommes suivantes

$\sum_{k=1}^{n} kC_n^k$,, $\sum_{k=1}^{n} k^3 C_n^k$, $\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k-1)C_n^k$, $\sum_{k=1}^{n} \sin(kx)C_n^k$, $\sum_{k=1}^{n} \cos(kx)C_n^k$,

Exercice 8

Montrer que $C_{n+m}^k = \sum_{i=0}^{k} C_m^i C_n^{k-i}$;

Exercice 9

E est un ensemble ayant n éléments, on note F = P(E) l'ensemble des parties de E, calculer : S=$\sum_{X\in F} |X|$

Exercice 10

Soit a un élément de E. Déterminer le nombre de sous-ensembles de E de cardinal p :

• qui contiennent a

• qui ne contiennent pas a

En déduire : $C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p$

Exercice 11

1.Montrer que

$C_n^p = C_n^{n-p}$,

2. En déduire que :

$C_n^n = C_n^0$,

3. En déduire que :

$C_{2n}^n = 2C_{2n-1}^n$,$= 2C_{2n-1}^{n-1}$

4. En utilisant les développements de $(1-1)^n$et $(1+1)^n$ calculer :

$\sum\{C_n^p, 0 \leq p \leq n, p\ pair\}$,

$\sum\{C_n^p, 0 \leq p \leq n, p\ impair\}$,

Exercice 12

1. Déterminer le nombre d'applications strictement croissantes de $\{1, \dots, p\}$ dans $\{1, \dots, n\}$

2. Déterminer le nombre d'applications croissantes de $\{1, \dots, p\}$ dans $\{1, \dots, n\}$

3. Déterminer le nombre de solutions de l'équation :

4. Déterminer le nombre de solutions de l'inéquation :$\sum_{i=1}^{n} x_i = p, p \in IN, x_i \in IN$

Exercice 13

A partir d'un groupe de cinq hommes et sept femmes, combien de comités différents composés de deux hommes et trois femmes peut-on former ? Qu'en est-il si deux des hommes s'entendent mal et refusent de siéger ensemble au comité ?

Exercice 14

Dans une banque, chaque client possède un compte bancaire dont le code est composé de trois lettres et cinq chiffres non nécessairement distincts.

1. On suppose que les trois lettres sont distinctes.

Combien de comptes peut-on ouvrir dont le code :

(a) contient un A et un B ?

(b) contient un A et finit par 123?

2. On suppose que les trois lettres ne sont pas nécessairement distinctes.

Combien peut-on ouvrir de comptes dont le code contient au moins deux fois la lettre A ?

3.On suppose que les trois lettres ne sont pas nécessairement distinctes et qu'il est impossible d'utiliser les chiffres 0, 1, 2, 3et 4qui sont réservés à des codes spéciaux.

Combien peut-on ouvrir de comptes dont le code :

(a) finit par 999?

(b) commence par A et finit par 89?