بسم الله الرحمان الرحيم

جامعة العربي بن المهيدي أم البواقي

محاضرات في فيزياء 2: الكهرباء والمغناطيسية

دكتورة: صغايري نسيمة

مستوى أولى جذع مشترك رياضيات وإعلام آلي

الفصل الأول: الكهرباء الساكنة

مقدمة

تنقسم الكهرباء الى نوعين: كهرباء ساكنة و كهرباء متحركة

الكهرباء الساكنة هي دراسة الظواهر الناتجة عن الشحنات الكهربائية في حالة السكون

1. الشحنة الكهربائية

تجربة 1: عند مشط الشعر وتقريبه من قصاصات الورق نلاحظ أنها انجذبت بسرعة الى المشط

تجربة 2: عند دلك بالون منفوخ بالصوف وتقريبه من الجدار فانه سيلتصق به لساعات

أثبتت العديد من التجارب أن الاجسام تكتسب عند دلكها خاصية تسمى "الكهرباء" ومن شأن هذه الخاصية توليد تفاعلا يسمى "التأثير الكهربائي"

في الواقع كل الاجسام قابلة للتكهرب سواء بالدلك أو تلامس مع جسم مكهرب أو يوصل بأحد طرفي المولد.

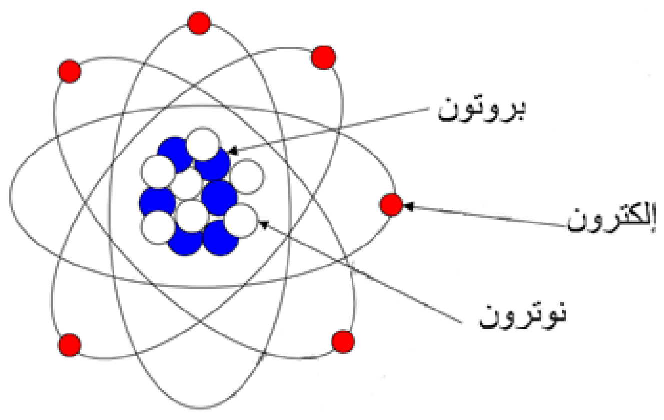
تنتج قوى التأثير الكهربائي عند وجود مقدار فيزيائي مميز للجسيمات يدعى بالشحنة الكهربائية " q " وهي تؤدي دورا مشابها لدور الكتلة في التفاعلات الثقالية، فخاصية الكتلة تمكن جسم ما لو كتلة من جذب الكتل الأخرى والشحنة خاصية للجسم تمكنه من دفع أو جذب أجسام مشحونة أخرى فالشحنات تؤثر على بعضها بقوة كهربائية والكتل تؤثر على بعضها بقوة الجاذبية.

قوة التجاذب الكتلي هي المسؤولة عن حفظ الاجرام السماوية الضخمة في مداراتها حول مراكز حركتها، والقوة الكهربائية أكبر بكثير من قوة التجاذب الكتلي لذلك فان استقرار الذرة يعود الى القوة الكهربائية حيث تكون قوة التجاذب مهملة بالنسبة للقوة الكهربائية.

2. الشحنة الأساسية و تكميم الشحنة الكهربائية

تتكون الذرة من نواة، تطوف حول النواة سحابة مشكلة من الكترونات وقد اصطلح إعطاء شحنة سالبة لإلكترون، اذن هذه الالكترونات تتنافر فيما بينها غبر أنها تبقى متقوقعة حول نواة.

النواة متكونة من بروتونات تحمل شحنات موجبة ونترونات عديمة الشحنة. الالكترونات و البروتونات تحمل نفس الشحنة الكهربائية (هي أصغر شحنات المعروفة للإنسان) و نرمز لها ب "e" و تسمى الشحنة الأساسية و المقدرة ب $1.6\ 10^{-19}$ كولوم (C: Coulomb) و الكولوم هي وحدة الشحنة الكهربائية و هي نسبة الفيزيائي الفرنسي Coulomb



الشكل 1: شكل ذرة

مثال 1: كم الكترون يوجد في كولوم واحد

الحل: لحساب عدد الالكترونات في كولوم واحد نكتب واحد شحنة الالكترون

$$1e = 1.6\,.\,10^{-19}\,C \Rightarrow \quad 1C = \frac{1e}{1.6\,.\,10^{-19}} = 6.25\,.\,10^{18}e$$

أي أن شحن جسم بكولوم واحد يتطلب تجريده من أكثر من ستة مليون مليون مليون الكترون!

لا يمكن لشحنة كهربائية أن تأخذ أي قيمة عددية كانت وبالفعل فإن كل شحنة كهربائية هي مضاعف طبيعي للشحنة الأساسية

$$q = \pm n.e \qquad (n \in N)$$

وهذا يترجم المبدأ الأساسي لتكميم الشحنة الكهربائية

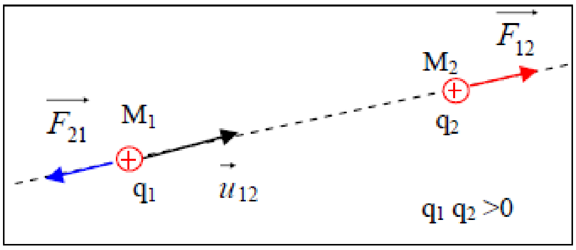
ملاحظات

- لا يؤثر جسم مشحون كالبروتون بقوة كهربائية على جسم غير مشحون كالنيوترون بينما يؤثر عليه بقوة الجاذبية لأن لكل منهما كتلة، لكن لا يؤثر على جسم عديم الكتلة والشحنة كالضوء بأي قوة ويؤثر على الالكترونات بقوة الجذب الكهربائي
- عند نزع عدد من الالكترونات من جسم يصبح موجب الشحنة أما عند إضافة عدد من الالكترونات إليه يصبح سالب الشحنة
- الشحنة النقطية هي تجريد علمي، وهي جسم مشحون أبعاده مهملة بالمقارنة مع المسافات التي تفصله عن باقي المؤثرات وهي تؤدي نفس الدور الذي تؤديه النقطة المادية في الميكانيك
- الاجسام الحاملة للنوع نفسه من الشحنات تتنافر، والاجسام الحاملة لنوعين مختلفين تتجاذب، أما الاجسام التي لا تتبادل التأثير الكهربائي فهي متعادلة كهربائيا

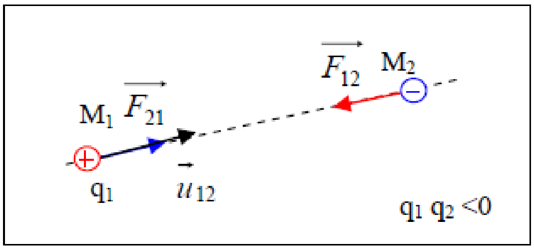
3. قانون كولوم

نتيجة التجارب التي قام بها العالم تشارلز كولوم (Charles Coulomb 1736- 1806) على الشحنات النقطية الساكنة لتحديد خصائص القوة الكهرو ساكنة التي تؤثر بها شحنة q_1 على شحنة ثانية q_2 أو العكس وجد أن:

- ✓ القوة الكهرو ساكنة محمولة على المستقيم الواصل بين الشحنتين
- ✓ تتناسب القوة طردا مع جداء الشحنتين حيث:
  - إذا كانت q_1 و q_2 من إشارة واحدة فالجداء يعطي إشارة موجبة
  - إذا كانت q_1 و q_2 متعاكستين في الإشارة فالجداء يعطي إشارة سالبة
- ✓ تتناسب القوة عكسيا مع مربع البعد بين الشحنتين r^2



الشكل 2: القوة بين شحنتين متماثلين



الشكل3: القوة بين شحنتين متعاكستين

العبارة الرياضية لقانون كولوم هي:

$$\vec{F}_{12} = K.\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}$$

حيث:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}$$

الثابت K يدعى "الثابت الكهربائي" أو "ثابت كولوم"

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9\ N.m^2.C^{-2}$$

ε_0 سماحية الفراغ

$$\varepsilon_0 = 8{,}8542 \times 10^{-12}$$

مثال 2: ما هي قوة التنافر الكولومي بين شحنتين من $1C$ متباعدتين ب $1Km$

الحل:

$$F = K\frac{q^2}{r^2} = 9.10^9 \frac{1}{(10^3)^2} = 9.10^3 N$$

ملاحظات

- تخضع القوى الكهربائية إلى مبدأ التراكب فالقوة الكهربائية $\vec{F}$ المؤثرة على الشحنة q_0 من طرف الشحنات $q_1, q_2, q_3 \dots \dots q_N$ تساوي المجموع الشعاعي لكل القوى (هذا المبدأ لا يصلح إلا في حالات الشحنات الساكنة)

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{i0} = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20} + \cdots \dots \dots \dots . + \vec{F}_{N0}$$

- إن قانون كولوم مشابه لقانون الجذب العام (أو الكوني) بين جسمين كتلتهما m_1 و m_2 وهذا ما نسميه بالتماثل ما بين قوانين الطبيعة

$$\vec{F} = -G\frac{m_1\, m_2}{r^2}\vec{u}$$

4. النواقل والعوازل

تتكون أي مادة من عدد كبير من الشحنات الكهربائية غير أن هذه الشحنات تتكافأ وتنعدم (عدد الالكترونات يساوي عدد البروتونات) في درجة الحرارة العادية تكون الشحنة الكهربائية للمادة معدومة وهذا ما يفسر عدم تكهربنا عند لمس جسم معدني غير موصول بمولد كهربائي.

حين تحصل عملية تكهرب هذا يعني حدوث انتقال شحنات من جسم إلى آخر. في الذرة تطوف الالكترونات حول النواة وفق مدارات متباينة، إذا كانت الطبقة الأخيرة لذرة عنصر كيميائي قريبة من التشبع، فإنها لن تفقد أي إلكترون، إنما تحاول اكتساب إلكترون أو أكثر حتى تتشبع، مثل هذا العنصر يكون عازلا والعكس إذا كانت الطبقة الخارجية بعيدة عن التشبع، فإن العنصر يفقد بسهولة إلكترونا أو أكثر، مثل هذا العنصر يكون ناقلا جيدا.

وعليه فإن الناقل الجيد هو عنصر يحتوي على عدد كبير من الكترونات الحرة (لها حرية الانتقال) وبالمقابل العازل هو العنصر الذي يملك عددا قليلا من الكترونات الحرة، العازل المثالي هو الذي لا يتوفر على أي إلكترون حر.

5. الحقل الكهربائي

تماما كما تؤثر الأرض على المنطقة المحيطة بها بمجال الجاذبية الأرضية حيث يخضع أي جسم قريب من الأرض لقوة الجاذبية فإن أي شحنة تولد في المجال الفضائي من حولها حقلا كهربائيا ينتج عنه قوة كهربائية يخضع لها أي جسم مشحون موجود هناك.

نسمي الحقل الكهرو ساكن $\vec{E}$ النسبة بين القوة الكهروساكنة $\vec{F}$ والشحنة الكهربائية q_0 المتأثرة بالقوة $\vec{F}$ (q_0 صغيرة جدا بحيث لا تؤثر على غيرها)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \qquad (N/_C)$$

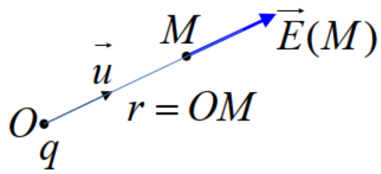
$\vec{F}$ و $\vec{E}$ لهما نفس الحامل، أما الاتجاه في هذه الحالة يتعلق بإشارة q_0

1.5. الحقل الكهروساكن الناتج عن شحنة نقطية

إذا وجدت جسيمة شحنتها q في النقطة O فإنها تولد في كل نقطة M من الفضاء المحيط بها حقلا شعاعيا يسمى الحقل الكهروساكن

$$\vec{E}(M) = \frac{\vec{F}}{q_M} = K\frac{qq_M}{q_M r^2}\vec{u} = K\frac{q}{r^2}\vec{u}$$

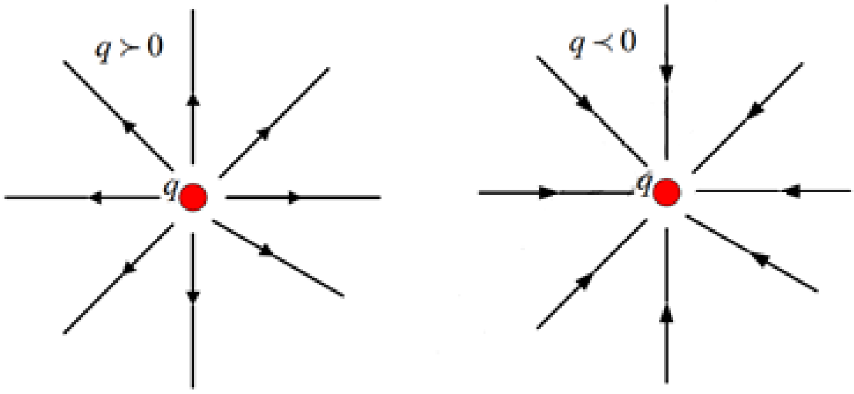
q_M شحنة افتراضية موضوعة في النقطة M (ليس لها أي تأثير قي حساب الحقل الكهربائي) وهي متأثرة بالقوة $\vec{F}$



الشكل 4: الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية

الحقل الكهربائي المتولد عن شحنة نقطية يكون:

- قطريا: حامله يمر من الشحنة
- موجها نحو الخارج إذا كانت $q > 0$
- موجها نحو الداخل إذا كانت $q < 0$
- شدته: $E(M) = K\frac{|q|}{r^2}$



الشكل 5: اتجاه الحقل الكهربائي في حالة شحنة موجبة وشحنة سالبة

مثال 3: ما قيمة واتجاه الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية سالبة مقدارها $Q = 1 \times 10^{-4} C$ عند نقطة تبعد عنها $50cm$ ؟

ما القوة الكهربائية المؤثرة على شحنة صغيرة قيمتها $q = +4\mu C$؟

الحل: الحقل الكهربائي يعطى بالعلاقة التالية:

$$E = K\frac{Q}{r^2} = 9.10^9\frac{1 \times 10^{-4}}{(0.5)^2} = 3.6 \times 10^6 \, {}^{N}\!/_{C}$$

بما أن Q سالبة فإن الحقل الكهربائي يتجه نحوها

أما القوة الكهربائية المؤثرة على شحنة $q = +4\mu C$ في ذلك الموضع فنجدها بكتابة:

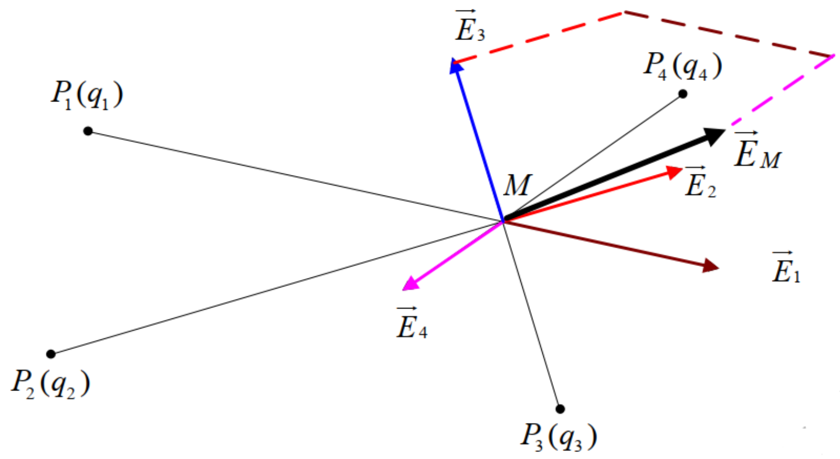
$$E = \frac{F}{q} \Rightarrow \quad F = q.E = 4.10^{-6}(3.6.10^6) = 14.4N$$

وتتجه هذه القوة بنفس اتجاه الحقل الكهربائي، أي نحو Q لأن q موجبة وهذا طبيعي لأن أي شحنتين متعاكستين تتجاذبان

2.5. الحقل الكهروساكن الناتج عن عدة شحنات نقطية

فكما هو الشأن بالنسبة للقوى، فإن مبدأ التراكب صالح كذلك بالنسبة للحقل الكهربائي فمنه إذا كان لدينا n جسيمة شحنتها الكهربائية q_i الواقعة في النقاط p_i الحقل الكهروساكن المتولد عن هذه المجموعة من الشحن في النقطة M هو:

$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{n} K\frac{q_i}{r_i^2}\vec{u}_i$$

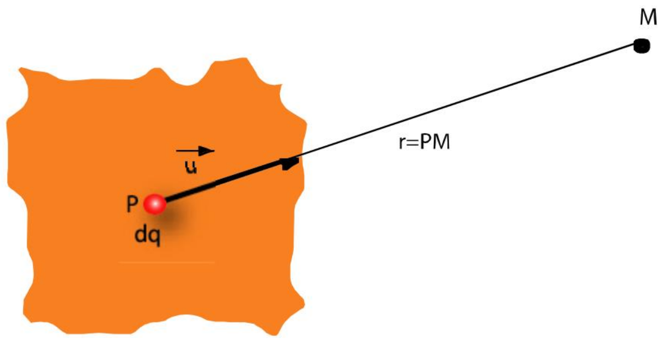


الشكل 6: تراكب الحقول الكهربائية في النقطة M

3.5. الحقل الكهروساكن الناتج عن توزيع مستمر للشحنة

في هذه الحالة نجزئ الشحنة q الموزعة على كافة الجسم إلى عناصر تفاضلية dq ثم نجمع (تكامل) تأثيرها فنحصل:

$$\vec{E}(M) = \int d\vec{E}(M) = K\int \frac{dq}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} = K\int \frac{dq}{r^2}\vec{u}$$



يمكن للشحنة في الجسم أن تتوزع في ثلاثة أشكال:

1. التوزيع الخطي: نعرف الكثافة الخطية λ والتي تمثل كمية الشحنة dq الموضوعة في وحدة الطول dl أي:

$$dq = \lambda\, dl$$

يكتب الحقل في حالة هذا التوزيع:

$$\vec{E}(M) = K\int_L \frac{\lambda\, dl}{r^2}\vec{u}$$

2. التوزيع السطحي: نعرف الكثافة السطحية σ والتي تمثل كمية الشحنة dq الموضوعة في وحدة السطح ds أي

$$dq = \sigma\, dS$$

يكتب الحقل في حالة هذا التوزيع

$$\vec{E}(M) = K\int_S \frac{\sigma\, ds}{r^2}\vec{u}$$

3. التوزيع السطحي: نعرف الكثافة السطحية ρ والتي تمثل كمية الشحنة dq الموضوعة في وحدة الحجم dv أي:

$$dq = \rho\, dv$$

يكتب الحقل في حالة هذا التوزيع

$$\vec{E}(M) = K\int_V \frac{\rho\ dv}{r^2}\vec{u}$$

6. <u>الكمون الكهربائي</u>

يعرف الكمون الكهربائي بأنه الطاقة الكامنة التي تعطى للإلكترون ليتمكن من الحركة ويرمز له بالرمز V ويقاس بوحدة الفولط. نتذكر من دراسة الجاذبية أن جسم كتلته m موجود في مجال الجاذبية يوضع على ارتفاع y من سطح الأرض, تعطى الطاقة الكامنة (طاقة وضع) بالعلاقة:

تعريف: فرق الكمون يساوي العمل الواجب تقديمه لشحنة الواحدة لنقلها من النقطة A إلى النقطة B

1.6. <u>الكمون الكهروساكن الناتج عن شحنة نقطية</u>

نعرف الكمون الكهربائي لشحنة نقطية q بالعلاقة:

$$V = K\frac{q}{r}$$

2.6. ***<u>الكمون الكهروساكن الناتج عن عدة شحنات نقطية</u>***

بما أن V مقدار سلمي فإن الكمون V(M) في النقطة M الناتج عن عدة شحن يعطى بالعبارة السلمية:

$$V(M) = K\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

حيث r_i هي المسافة بين q_i و النقطة M علما أن q_i يمكن أن تكون موجبة أو سالبة و لذا لا بد من أخذها بإشارتها

3.6. **<u>الكمون الكهربائي</u>** ***<u>الناتج عن توزيع مستمر للشحنة</u>***

في مثل هذه الحالة يكفي القيام بعملية تكاملية

$$V(M) = \int dV(M) = K\int \frac{dq}{r}$$

يمكن للشحنة في الجسم أن تتوزع في ثلاثة أشكال:

1. التوزيع الخطي:

$$V(M) = K\int_L \frac{\lambda dl}{r}$$

2. التوزيع السطحي:

$$V(M) = K\int_S \frac{\sigma dl}{r}$$

3. التوزيع الحجمي:

$$V(M) = K\int_V \frac{\rho dl}{r}$$

4.6. سطوح متساوية الكمون

نسمي بالسطح تساوي الكمون كل سطح نجد في كل نقطة منه نفس الكمون نتيجة لذلك فإن العمل اللازم و المبذول من طرف القوة الكهربائية F لتحريك الشحنة الكهربائية من النقطة A إلى النقطة B معدوم

$$W_{AB} = q\int_A^B dV = q(V_B - V_A) = 0$$

لأن $V_A = V_B$

من جهة أخرى يعبر عن هذا العمل بدلالة القوة الكهربائية $\vec{F}$

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}.\overrightarrow{dr} = q\int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dr} = 0 \Rightarrow \vec{E} \perp \overrightarrow{dr} \Rightarrow \vec{F} \perp \overrightarrow{dr}$$

إذن القوة الكهربائية $\vec{F}$ دائما عمودية على الانتقال $\overrightarrow{dr}$ ينتج عن هذا أن خطوط الحقول عمودية على السطوح متساوية الكمون.

7. <u>العلاقة بين الحقل والكمون الكهربائي</u>

لنحسب تجوال الشعاع $\vec{E}$ عبر عنصر الطول $\overrightarrow{dr}$

$$\overrightarrow{E}.\overrightarrow{dr} = K\frac{q}{r^2}\overrightarrow{dr} \qquad (*)$$

وبمفاضلة معادلة الكمون بالنسبة للمتغير r

$$\frac{dV}{dr} = -K\ \frac{q}{r^2} \Rightarrow dV = -K\frac{q}{r^2}dr \qquad (**)$$

بمقارنة العلاقتين $(*)$ و $(**)$ نجد العلاقة :

$$dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dr}$$

تجوال الحقل الكهروساكن على مسار A إلى النقطة B

$$\int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dr} = -\int_A^B dV = V(A) - V(B)$$

<u>ملاحظات</u>

- هذا التجوال محفوظ لا يتعلق بالمسار المتبع
- تجوال الحقل الكهروساكن عبر مسار مغلق معدوم
- باستعمال الكارتيزية في المعادلة نجد:

$$dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dr} = -E_x.dx - E_y.dy - E_z.dz$$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial Y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz$$

بالمقارنة نجد:

$$\begin{cases} E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \end{cases} \quad \Rightarrow \vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$$

<u>مثال</u>

استنتج عبارة شعاع الحقل الكهربائي من عبارة الكمون الكهربائي التالية:

$$V(x,y,z) = 3x^2y + z^2$$

أحسب شدة $\vec{E}$ في النقطة $A(1,2,-1)$

<u>الحل</u>

$$\vec{E} = -\left(6xy\vec{\imath} + 3x^2\vec{\jmath} + 2z\vec{k}\right)$$

أما الشدة في النقطة A

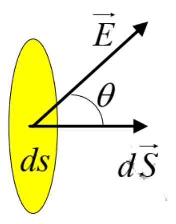
$$\vec{E} = -12\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} - 2\vec{k} \Rightarrow E = \sqrt{12^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{157}\, V/m$$

<u>8. التدفق الكهروساكن (نظرية غوص)</u>

نسمي تدفق الحقل الكهربائي عبر سطح المقدار:

$$\phi = \int \vec{E}.\overrightarrow{dS}$$

$\overrightarrow{dS}$ شعاع السطح العنصري و هو دائما عمودي على السطح و موجه إلى خارج الحجم المحدود بالسطح



الشكل 7: تدفق عبر سطح عنصري

إذا كانت الزاوية بين $\vec{E}$ و $\overrightarrow{dS}$ هي θ فإن :

$$\phi = \int E.dS.\cos\theta$$

وحدة التدفق الكهربائي هي الويبر (Weber Wb)

نظرية غوص:

التدفق لحقل كهربائي و العابر لسطح مغلق يساوي المجموع الجبري للشحنات المتواجدة داخل الحجم المحدود من قبل السطح تقسيم نفاذية الفراغ

$$\phi = \int \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \sum_{i=1}^{n} q_i \frac{1}{\varepsilon_0} = \frac{Q_i}{\varepsilon_0} = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0}$$

الفائدة من هذا القانون أنه يسمح بتسهيل عملية حساب الحقل الكهربائي الناتج عن توزع بسيط للشحنات

تطبيق نظرية غوص

1. الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية

نعتبر الشحنة الموجبة q مركزا لكرة نصف قطرها r ، $\vec{E}$ قطري و مغادر أي $\cos 0 = 1$

$$\phi = \int \vec{E}.\overrightarrow{dS} \Rightarrow \phi = \int E.dS = \frac{q}{\varepsilon_0} = E.S$$

سطح الكرة هو $S = 4\pi r^2$

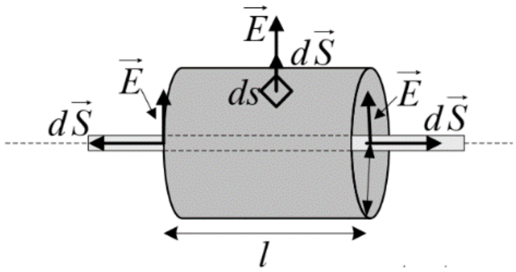
$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 . S} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

2. الحقل الكهربائي الناتج عن سلك مشحون بانتظام ولا متناهي الطول

سطح غوص الملائم لهذه الحالة هو أسطوانة محورها منطبق مع السلك و طولها l .

هناك ثلاث سطوح : سطح قاعدي S_1 , سطح قاعدي S_2 و السطح الجانبي S_3. التدفق عبر كل السطوح المكونة لأسطوانة غوص هي مجموع التدفقات عبر كل سطح أي:

$$\phi = \int_S \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \int_{S_1} \vec{E}.\overrightarrow{dS} + \int_{S_2} \vec{E}.\overrightarrow{dS} + \int_{S_3} \vec{E}.\overrightarrow{dS}$$



الشكل 8: سلك مشحون

على السطحين القاعدين S_1 و S_2 الحقل $\vec{E}$ عمودي على الشعاع $\overrightarrow{dS}$ و لذلك لا يوجد أي تدفق عبر هذين السطحين ($\cos\frac{\pi}{2} = 0$) أما على السطح الجانبي S_3 الأشعة $\overrightarrow{\mathrm{dS}}$ كلها قطرية شأنها شأن $\vec{E}$ ($\cos 0 = 1$) و عليه:

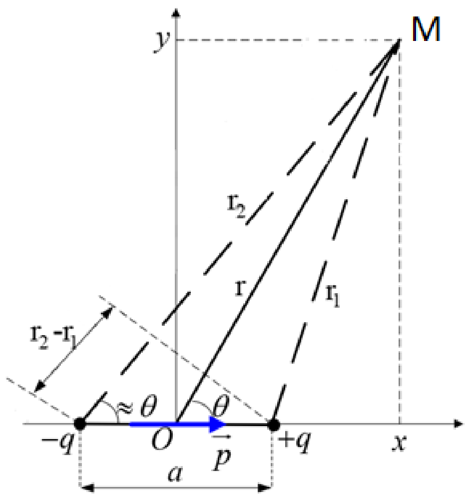
$$\phi = \int_S \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \int_{S_3} \vec{E}.\overrightarrow{dS} = E.S_3 = \frac{Q_i}{\varepsilon_0} = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0}$$

علما أن: $Q_i = \lambda.l$ و $S_3 = 4\pi l r^2$ و منه فإن:

$$E.2.\pi.R.l = \frac{\lambda.l}{\varepsilon_0} \Rightarrow \quad E = \frac{\lambda}{2.\pi.R.\varepsilon_0}$$

9. ثنائي القطب الكهربائي

يتكون ثنائي القطب الكهربائي من شحنتين متساويتين ومتعاكستين في الإشارة ومتباعدتين بمسافة صغيرة جدا



الشكل 9: ثنائي القطب الكهربائي

العزم الكهربائي لثنائي القطب هو شعاع حر $\vec{P}$ يساوي حداء قيمة الشحنة q في شعاع الانتقال $\vec{a}$, موجه من الشحنة الموجبة نحو الشحنة السالبة

$$\vec{P} = q.\vec{a}$$

1.9. الكمون الكهربائي الناتج عن ثنائي القطب الكهربائي

نريد حساب الكمون الكهربائي الناتج عن الشحنتين $+q$ و $-q$ في نقطة M تبعد ب r_1 عن الشحنة $+q$ و ب r_2 عن الشحنة $-q$, البعد a صغيرا جدا أمام المسافتين r_1 و r_2

$$V = \sum V_i \Rightarrow V = K\left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}\right) \Rightarrow V = K.q.\frac{(r_2 - r_1)}{r_2.r_1}$$

بما أن $r \gg a$ فإن $r_1.r_2 \approx r^2$ و $r_2 - r_1 = a\cos\theta$

$$V = K\,\frac{q.a.\cos\theta}{r^2} = K\frac{P.\cos\theta}{r^2}$$

2.9. الحقل الكهربائي الناتج عن ثنائي القطب الكهربائي

يمكن إيجاد $\vec{E}$ *انطلاقا من المعادلة:* $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$

<u>10.أمثلة عن استخدام الكهرباء الساكنة</u>

<u>مثال 1: آلة تصوير الأوراق</u>

تعمل الاشعة الضوئية المنعكسة على الورقة المراد تصويرها على تكوين صورة ذات شحنة موجبة داخل الجهاز تنجذب إليها الحبر المشحون لشحنة سالبة لتطبع هذه الصورة على الورقة بيضاء مشحونة بشحنة موجبة.

<u>مثال 2:</u>

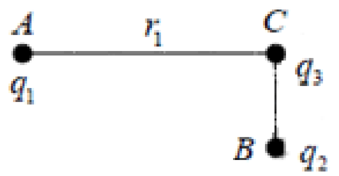
رش المبيدات والأسمدة بالطائرات الزراعية فوق المزارع للتأكد من عدم تطاير الأسمدة أو المبيدات في الهواء، تزود المبيدات أو الأسمدة بشحنة كهربائية سالبة حيث تنجذب الأسمدة أو المبيدات نحو النباتات أو التربة التي تكون محايدة أو ذات شحنة موجبة

سلسلة تمارين 1

تمرين 1

احسب شدة المحصلة المؤثرة على الشحنة q_3 انطلاقا من الشكل 1

$$q_1 = -1,5mC \;\; ; \;\; q_2 = 0,5mC \;\; ; \;\; q_3 = 0,2mC$$
$$r_1 = AC = 1,2m \;\; ; \;\; r_2 = BC = 0,5m$$



تمرين 2

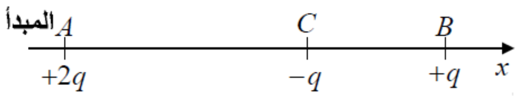
كم تتفوق القوة الكهربائية على قوة الجاذبية? قارن بين القوة الكهربائية و قوة الجاذبية بين الكترون و بروتون في ذرة الهيدروجين علما بان لهما نفس الشحنة e وان المسافة بينهما حوال $0.5 \times 10^{-10}\, m$ و مستخدما المعطيات التالية :

$$e = 1.9 \times 10^{-19}C, \quad m_p = 1.67 \times 10^{-27}Kg, \quad m_e = 9.11 \times 10^{-31}Kg$$

تمرين 3

ليكن توزيع الشحنات من مرتبة الميكروكولوم المبين اسفله $AB = d = 0.2m$ الشحنتان الموضوعتان في A و B ساكنتان بعكس الشحنة الموضوعة في C المتحركة على المستقيم (AB)

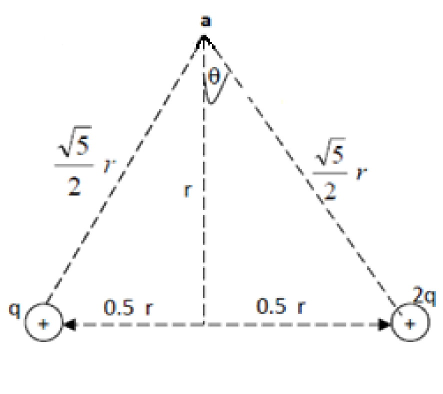
ما هو موضع التوازن للشحنة الموضوعة في C ان وجد ?



تمرين 4

أحسب الحقل الكهربائي و حدد إتجاهه عند النقطة a كما في الشكل التالي, ثم أحسب الحقل إذا كانت

$$q = 5.10^{-6}C \quad , \quad r = 0,3m$$



تمرين 5

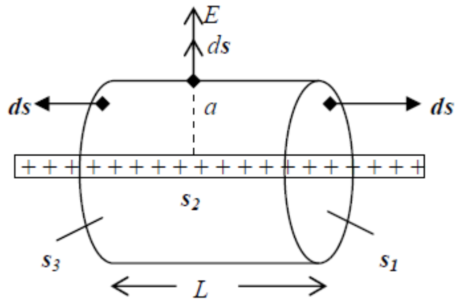
نعتبر شحنتين q و $-2q$ موضوعتين على الترتيب في النقطتين $A(a,0,0)$ و $A'(4a,0,0)$ في الاحداثيات الكارتيزية

1. احسب الكمون الكهربائي في نقطة ما$M(x,y,z)$
2. حدد السطح متساوي الكمون $V=0$
3. بين انه في كل نقطة من هذا السطح يمر الحقل الكهربائي بنقطة ثابتة والتي عليك تعيينها

تمرين 6

يبين الشكل التالي جزءا من سلك عازل طوله غير محدود يحمل شحنة q. موزعة بصورة متجانسة بكثافة خطية λ.

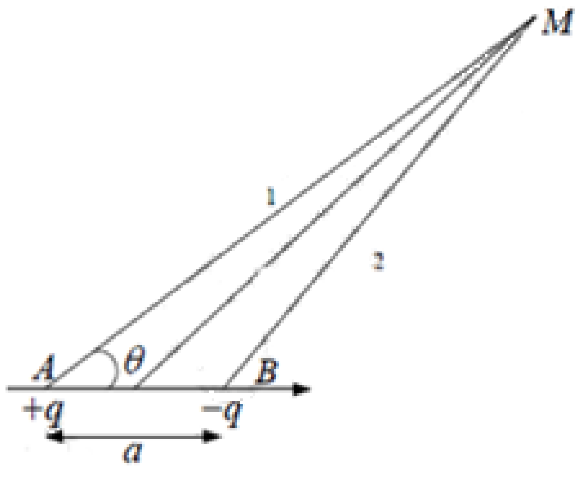
احسب E عند نقطة تبعد aعن الشحنة.



تمرين 7

ليكن ثنائي قطب D عزمه $\vec{p}$ و a المسافة الفاصلة بين شحنتيه $-q$ و $+q$ (الشكل اسفله)

- احسب الحقل والكمون الكهربائيين الناتجين عن ثنائي القطب D عند النقطة M بدلالة p,θ علما ان $a \ll r$



حلول التمارين

تمرين 1

بما أن $q_1.q_3 < 0$ فإن $\vec{F}_{13} < 0$ و هي قوة تجاذب

و بما أن $q_2.q_3 < 0$ فإن $\vec{F}_{23} > 0$ و هي قوة تنافر

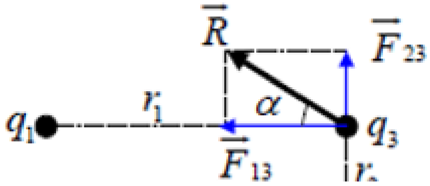
$$\vec{F}_{13} = -K\frac{q_1.q_3}{r_1^2}\vec{u}_1 \Rightarrow F_{13} = 9.10^9\frac{1{,}5.10^{-3}.0{,}2.10^{-3}}{(1{,}2)^2} \Rightarrow F_{13} = 1{,}875.10^3 N$$

$$\vec{F}_{23} = K\frac{q_2.q_3}{r_2^2}\vec{u}_2 \Rightarrow F_{23} = 9.10^9\frac{0{,}5.10^{-3}.0{,}2.10^{-3}}{(0{,}5)^2} \Rightarrow F_{23} = 3{,}6.10^3 N$$

$$R = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} \Rightarrow R = 4{,}06.10^3 N$$

أما الزاوية التي تصنعها المحصلة $\vec{R}$ مع المستقيم AC فتحسب كما يلي:

$$\tan\alpha = \frac{F_{23}}{F_{13}} \qquad ,\tan\alpha = 1.92 \Rightarrow \alpha = 62.49°$$



تمرين2

لحساب القوة الكهربائية و قوة الجاذبية نجد على الترتيب:

$$F_C = \frac{Kq_1q_2}{r^2} = \frac{9\times10^9\times(1{,}6\times10^{-19})^2}{(0.5\times10^{-10})^2} = 92.2\times10^{-9}N$$

$$F_G = \frac{Gm_1m_2}{r^2} = \frac{(6.67\times10^{-11})(9{,}1\times10^{-31})(1{,}67\times10^{-27})}{(0.5\times10^{-10})^2} = 40.5\times10^{-49}N$$

لذلك يكون:

$$\frac{F_G}{F_C} = \frac{40.5\times10^{-49}}{92.2\times10^{-9}} = 0.4\times10^{-40}$$

فقوة الجاذبية بين بروتون و الكترون أصغر ب 10^{40} مرة تقريبا من القوة الكهربائية بينهما!

تمرين 3

الشحنتان الموضوعتان في A و C متعاكستا الإشارة, إذن تتجاذبان. إذا وضعنا $AC = x$ فإن شدة قوة الجذب تساوي:

$$F_{AC} = 9.10^9 \frac{|2q||-q|}{x^2} \Rightarrow F_{AC} = 9.10^9 \frac{2q^2}{x^2}$$

الشحنتان الموضوعتان في B و C متعاكستا الإشارة, إذن تتجاذبان. وبما ان $BC = d - x$ فإن شدة قوة الجذب تساوي:

$$F_{BC} = 9.10^9 \frac{|q||-q|}{(d-x)^2} \Rightarrow F_{BC} = 9.10^9 \frac{q^2}{(d-x)^2}$$

الشحنة الموضوعة في C, الخاضعة للقوتين الكهربائيتين لا يمكنها أن تتوازن إلا إذا كانت القوتان متعاكستين مباشرة. لا يتحقق هذا إلا إذا وقعت C بين A و B و عليه:

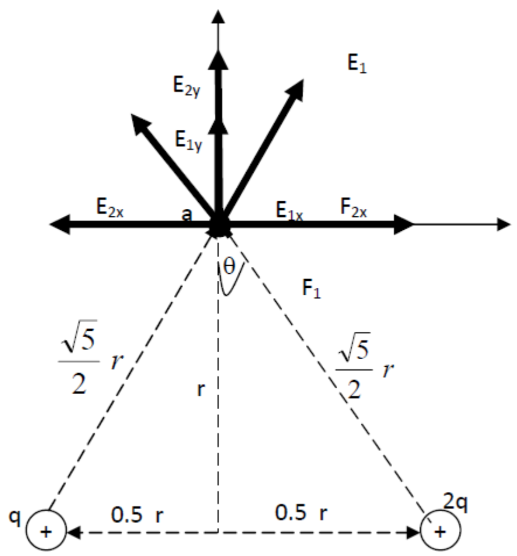
$$F_{AC} = F_{BC} \Rightarrow 9.10^9 \frac{2q^2}{x^2} = 9.10^9 \frac{q^2}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2}$$

$$\left.\begin{array}{c} \dfrac{2}{x^2} = \dfrac{1}{(d-x)^2} \\ d = 0.2 \end{array}\right| \Rightarrow x^2 - 0.8x + 0.08 = 0 \Rightarrow x = AC = 0.117m$$

تمرين 4

$$E_1 = K \frac{q}{\left(\frac{\sqrt{5}}{2} r\right)^2} = K \frac{4q}{5r^2}$$

$$E_2 = K \frac{2q}{\left(\frac{\sqrt{5}}{2} r\right)^2} = K \frac{8q}{5r^2}$$



و بتحليل هذين الحقلين على محوري x و y كما هو مبين في الشكل السابق فإن

$$E_{1x} = E_1 \ \sin\theta \, E_{1y} = E_1 \cos\theta$$

$$E_{2x} = E_2 \sin\theta E_{2y} = E_2 \cos\theta$$

من الشكل السابق يتضح أن محور x يحمل حقلين متعاكسين أحدهما E_{1x} و الثاني E_{2x} و لكن E_{2x} أكبر من E_{1x} و ذلك لأن E_{2x} ناتج من شحنة أكبر من الشحنة المسببة للحقلE_{1x}. و بذلك تكون المحصلة مع إتجاه E_{2x}

$$E_x = E_{2x} - E_{1x} = (E_2 - E_1)\sin\theta$$

$$= \left(K\frac{8q}{5r^2} - K\frac{4q}{5r^2}\right)\frac{0.5r}{\frac{\sqrt{5}}{2}r} = \left(K\frac{4q}{5r^2}\right)\frac{1}{\sqrt{5}} = K\frac{4q}{(5)^{\frac{3}{2}}.r^2}$$

و أيضا يتضح من الشكل السابق أن محور y يحمل مجالين E_{1y} و E_{2y} و لهما نفس الاتجاه و لذلك

$$E_y = E_{2y} + E_{1y} = (E_2 + E_1)\cos\theta$$

$$= \left(K\frac{8q}{5r^2} + K\frac{4q}{5r^2}\right)\frac{r}{\frac{\sqrt{5}}{2}r}$$

$$= \left(K\frac{12q}{5r^2}\right)\frac{2}{\sqrt{5}} = \left(K\frac{24q}{5^{\frac{3}{2}}.r^2}\right)$$

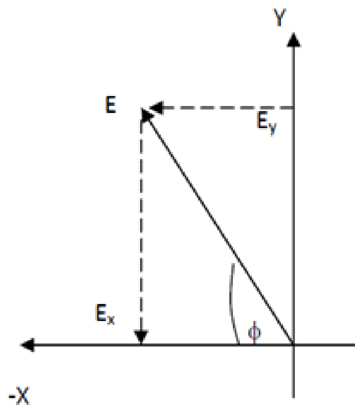
$$E^2 = E_x^2 + E_y^2 = 592.K^2\frac{q^2}{5^3.r^4} = 10.88 \times 10^5\ N/C$$

أما الاتجاه فيعطى من المعادلة التالية:

$$\tan\emptyset = \frac{E_y}{E_x} = \frac{24}{4} = 6$$

$$\Rightarrow \emptyset = 80.54°$$

و تقع بين محور y و محور $-x$



تمرين 5

1. لحساب الكمون الكهربائي نستعمل العبارة السلمية:

$$V = K\frac{q}{d}$$

بعد وضع النقطتين على المعلم كما هو مبين على الشكل نحسب البعدين d و d' للنقطة M عن الشحنتين:

$$d = \sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2}; \qquad d' = \sqrt{(x-4a)^2 + y^2 + z^2}$$

الكمون الناتج في النقطة $M(x,y,z)$ هو إذن:

$$V_M = Kq\left(\frac{1}{d} - \frac{2}{d'}\right)$$

$$V_M = Kq\left(\frac{1}{\sqrt{(x-a)^2+y^2+z^2}} - \frac{2}{\sqrt{(x-4a)^2+y^2+z^2}}\right)$$

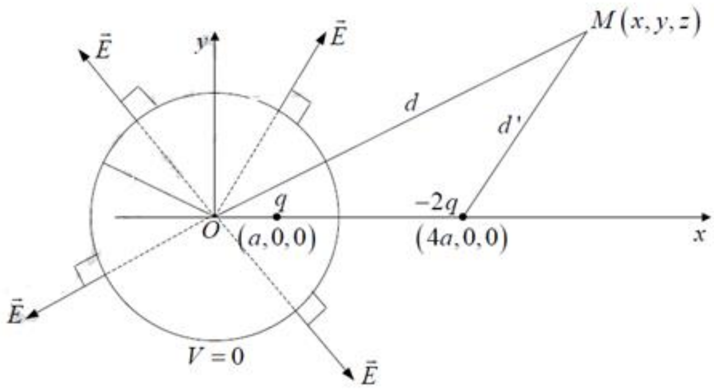
2. سطح تساوي الكمون:

$$V(x,y,z) = 0 \Rightarrow Kq\left(\frac{1}{d} - \frac{2}{d'}\right) = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{(x-a)^2+y^2+z^2}} - \frac{2}{\sqrt{(x-4a)^2+y^2+z^2}} = 0 \Rightarrow x^2+y^2+z^2 = 4a^2$$

يتبين لنا أن السطح متساوي الكمون $V = 0$ هو كرة نصف قطرها $r = 2a$

3. الحقل الكهربائي عمودي على السطح المتساوي اكمون. مهما كانت النقطة التي يمر منها الحقل فإنه عمودي على سطح الكرة و بالتالي فإنه يمر لا محالة بالمركز O لهذه الكرة



تمرين 7

الكمون الكهربائي الناتج في النقطة M :

$$V_M = V_A + V_B = Kq\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \Rightarrow V_M = Kq\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right)$$

$$\left.\begin{array}{c} a \ll r \Rightarrow r_1 \approx r_2 \approx r \\ r_2 - r_1 = a\cos\theta \\ P = qa \end{array}\right| \Rightarrow V_M = K\frac{P}{r^2}\cos\theta$$

للحقل في القاعدة القطبية $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ مركبتان: $\vec{E} = \vec{E}_r + \vec{E}_\theta$. انطلاقا من القانون $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$ يمكن تعيين المركبتين القطبيتين:

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow E_r = K\frac{2P\cos\theta}{r^3}$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} \Rightarrow E_\theta = K\frac{P\,sin\,\theta}{r^3}$$

و منه فان الحقل يساوي:

$$\vec{E} = K\frac{P}{r^3}(2\cos\theta.\ \vec{u}_r + \sin\theta.\vec{u}_\theta)$$

$$E = K\ \frac{P}{r^3}(4\,cos^2\theta + sin^2\theta)^{1/2} \Rightarrow E = K\frac{P}{r^3}(3\,cos^2\theta + 1)^{1/2}$$

الفصل الثاني: النواقل المتزنة

1.تعريف النواقل المتزنة

الناقل الكهربائي هو كل جسم يمكن لحاملات الشحنة أن تنتقل بداخله بحرية. و نقول عن ناقل أنه في حالة توازن كهروساكن إذا كانت كل الشحنات المتواجدة بداخله ساكنة (محصلة القوى الكهروساكنة المطبقة على كل شحنة q هي معدومة)

2. خواص النواقل المتزن

إذا كان الناقل في حالة توازن إذن

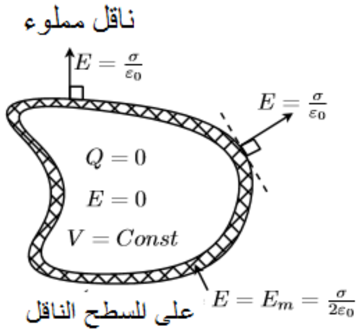
- ***داخل الناقل المتزن***

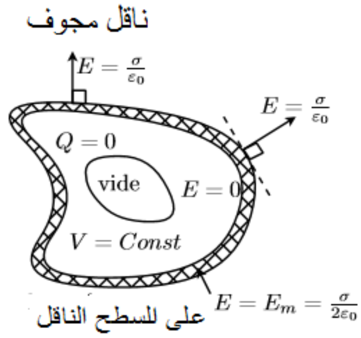
بما أن الشحنات داخل الناقل المتزن ساكنة فهي لا تخضع لأية قوة و هذا يعني أن الحقل الكهروساكن داخل الناقل المتزن معدومة $\vec{F} = Q\vec{E} = \vec{0} \;\; \Rightarrow \;\; \vec{E} = \vec{0}$

الشحنة Q_{int} داخل الناقل المتزن معدومة و الكمون ثابت في كل نقطة

$$\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} V = -\int \vec{E}\,\overrightarrow{dl} = C \\ \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \displaystyle\int_{S_G} \vec{E}\,\overrightarrow{ds} = \vec{0} \end{cases}$$

حيث S_G يمكن أن يكون أي سطح داخل الناقل





- ***على سطح الناقل المتزن***

يتم توزيع شحنة الناقل Q على السطح لأنه لا يمكن أن تكون في الداخل. الشحنات الكهربائية المتحركة تتراكم على السطح حتى يصبح الحقل الذي تنتجه مساويا للحقل الخارجي المطبق على هذا السطح مما يؤدي إلى حالة توازن.

يشكل الناقل حجما لتساوي الكمون و السطح الخارجي للناقل هو سطح تساوي الكمون . يتعامد شعاع الحقل الكهربائي مع سطح الناقل المتوازن.

ملاحظة:

الخواص السابقة للناقل تبقى صحيحة من أجل ناقل مجوف. الحقل معدوم في الناقل و في التجويف الذي يشكل حجم تساوي الكمون. و يتم توزيع شحنة الناقل Q على السطح

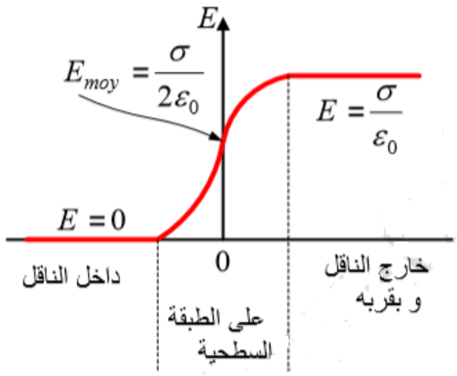
3. نظرية كولوم

بجوار ناقل متوازن، الحقل عمودي على سطح الناقل و عبارة شدته هي

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

حيث σ تمثل الكثافة السطحية للناقل

تعطي هذه العبارة قيمة الحقل الكهربائي في نقطة مجاورة للسطح و بخارج الناقل ،بينما الحقل في الداخل معدوم أما على السطح فإن الحقل يأخذ قيمة متوسطة E_{moy}



الشكل: تغير الحقل الكهربائي عند عبور سطح الناقل

4. الضغط الكهروساكن

الشحنات الموجودة على سطح الناقل تكون خاضعة لقوى التنافر الشحنات الأخرى.

لنحسب القوة المطبقة في وحدة السطح، و هو ما يسمى بالضغط الكهروساكن. بما أن الضغط يتم في الطبقة السطحية لذلك نستعمل الحقل المتوسط

$$P = \frac{dF}{ds} = \frac{\sigma ds E_{moy}}{ds} = \sigma E_{moy} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} (Pa)$$

5. السعة الذاتية لناقل معزول

الشحنة للناقل المعزول في حالة اتزان كهروساكن متناسبة مع كمونه V أي:

$$C = \frac{q}{V}$$

الثابت C: يدعى سعة الناقل. وحدة السعة في النظام الدولي هي الفاراد يرمز لها ب F

مثال: حساب السعة الذاتية لكرة ناقلة و معزولة

لتكن كرة ناقلة نصف قطرها R مشحونة بشحنة q أي

$$V = \frac{Kq}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

نلاحظ أن سعة الناقل C لا تعتمد على الخصائص الهندسية للناقل وهي قيمة موجبة دائما

6. الطاقة الداخلية لناقل مشحون و معزول

لتكن q شحنة الناقل و V كمونه و C سعته في حالة الاتزان

يمكن تعريف الطاقة الداخلية لناقل مشحون و معزول ب:

- تساوي العمل اللازم بذله لشحن الناقل،
- تساوي عمل القوى الكهروساكنة أثناء تفريغ الناقل

- أو، يمثل مجموع الفرق في الطاقة الكامنة E_P التي تخضع لها جميع الشحنات خلال شحن الناقل

لدينا ابتداء من الطاقة الكامنة العنصرية:

$$\begin{matrix} dE_P = Vdq \\ q = C\,V; \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \left. \begin{matrix} E_P = \int_0^Q V\,dq \\ V = \frac{q}{C} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \quad E_P = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

وبالتالي يتبع ذلك

$$E_P = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}qV \qquad \text{(هذه الطاقة موجبة دائما)}$$

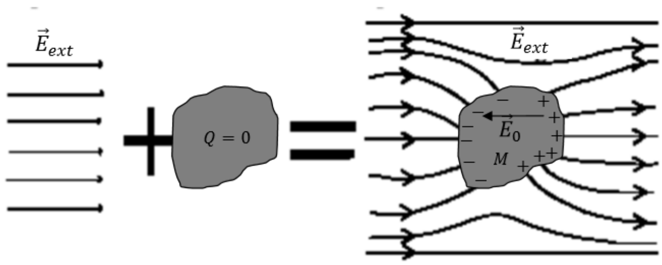
ملاحظات

- عند شحن ناقل بواسطة مولد قوته المحركة الكهربائية V ثابتة فان المولد يعطي طاقة مقدارها $W = \int_0^Q Vdq = qV$ من اجل شحنة q. نصف هذه الطاقة تعطى للناقل لشحنه و النصف المتبقي تحول الى طاقة حرارية اثناء عملية نقل الشحنات من المولد الى الناقل (فعل جول)
- عند تفريغ ناقل مشحون بوصله بالأرض بواسطة خيط ناقل فان هذه الطاقة الداخلية (الطاقة الكامنة E_P) تظهر على شكل طاقة حرارية (فعل جول)

7. ظاهرة التأثير بين النواقل

ما الذي يحدث عندما نضع ناقلا معتدلا كهربائيا في حقل كهروساكن منتظم؟

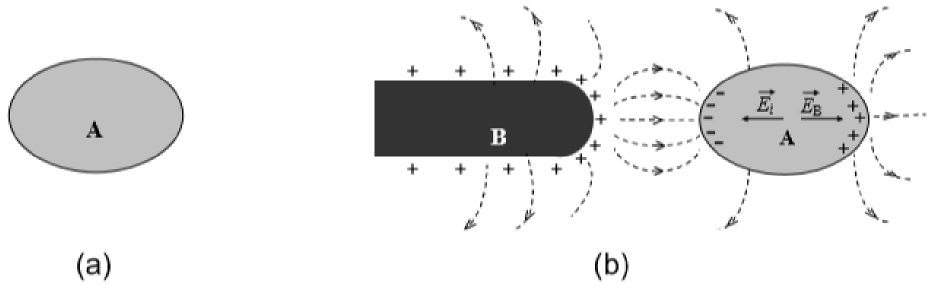
بما ان الشحنات حرة في حركتها ستشهد انتقالا للشحنات الموجبة في جهة $\vec{E}$, و الشحنات السالبة في الجهة المعاكسة. يحدث استقطاب للناقل (اي ظهور قطب موجب, و قطب سالب). ويتزايد نقل الالكترونات حتى يصل الى حالة التوازن وهو في حالة استقطاب, اي الحقل الداخلي في النقطة M معدوم.



1.7 التأثير الجزئي

نعتبر ناقلا A معتدلا كهربائيا (غير مشحون, أنظر الشكل a). نضع A بجوار ناقل مشحون B بشحنة موجبة. الناقل B يولد في كل نقطة من الفضاء المحيط به, و خاصة داخل الناقل A حقلا كهربائيا $\vec{E}_B$.

يجبر الحقل $\vec{E}_B$ الإلكترونات الحرة للناقل A من الانتقال نحو الوجه الموالي لناقل B فتشحن هذه المنطقة سلبا $-Q_A$. بسبب هجرة الإلكترونات للوجه المعاكس يشحن هذا الأخير إيجابا $+Q_A$ (أنظر الشكل b).



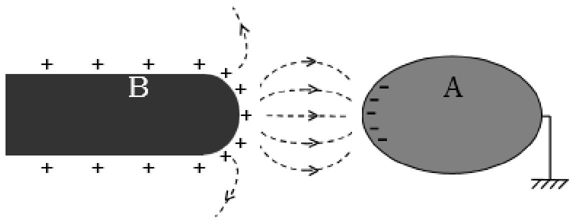
(a) (b)

الشحنات $-Q_A$ و $+Q_A$ تنتج بدورها حقلا معاكسا $\vec{E}_i$ للحقل $\vec{E}_B$. تتوقف هجرة الإلكترونات عندما يصبح: $\vec{E}_B + \vec{E}_i = \vec{0}$ فتصبح للناقل A كل خصائص الناقل المتزن حيث:

- الحقل داخل الناقل معدوما
- سطحه متساوي الكمون
- الشحنات متوزعة على سطح الناقل و حصل هنا تكهرب بالتأثير. الشحنة الكلية للناقل A تبقى معدومة, كلما هناك أننا فرقنا بين الشحنتين المتساويتين و المتعاكستين في الاشارة $-Q_A$ و $+Q_A$.
- $|Q_B| > |Q_A|$: هذا يعني أن كل خطوط الحقل المنبعثة من الناقل B لا تصل إلى الناقل A و هذا ما يميز التأثير الجزئي.

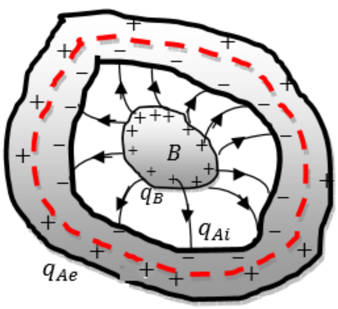
ملاحظة

إذا تم وصل الناقل A السابق بالأرض (كمون يساوي الصفر) ، حيث تصبح الأرض و الناقل جسما واحدا فتتسرب الشحنات الموجبة إلى الأرض, و يبقى كمون الناقل معدوم ولا يخرج منه أي خط أما الشحنات السالبة فتبقى مكانها لا تتسرب إلى الأرض بفعل التأثير من طرف الناقل B .



2.7.التأثير الكلي

الناقلان A و B في حالة تأثير كلي عندما يحيط الناقل A المتأثر كليا بالناقل B المشحون بQ_B (المؤثر). كل خطوط الحقل التي تخرج من B تصل إلى A . يتبين لنا أنه داخل الناقل A الحقل $E = 0$ و أن السطح الداخلي لـA يحمل شحنة كهربائية تساوي و تعاكس في الإشارة الشحنة.



$$Q_B = -Q_A$$

- إذا كان A معزولا و متعادلا من البداية, فإنه حسب مبدأ انحفاظ الشحنة للناقل A فإنه : $Q_{Ai} + Q_{Ae} = 0$
  يستوجب على السطح الخارجي لـA أن يحمل شحنة:
  $Q_{Ae} = -Q_{Ai} = Q_B$
- إذا كان A معزولا و مشحونا بQ_0 من البداية, فإنه حسب مبدأ إنحفاظ الشد للناقل A فإنه : $Q_{Ae} + Q_{Ai} = Q_0 \quad \Rightarrow Q_{Ae} = Q_0 + Q_B$

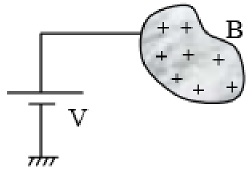
8. المكثفات

يستخدم الانسان اجهزة مختلفة لتخزين الطاقة الكهربائية لاستخدامها لاحقا (للأجهزة الكهربائية و الالكترونية). و من أشهر أجهزة التخزين الكهربائي المكثفة

. تعريف مكثفة

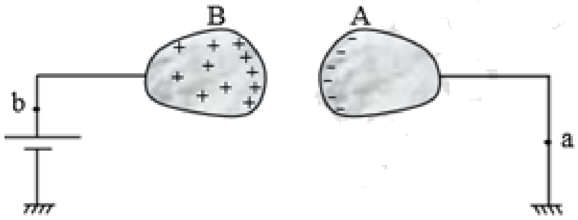
ليكن الناقل B سعته C و ذي الكمون ثابت ($V > 0$ مثلا). يحمل شحنة مقدارها:

$$Q = C\,V$$

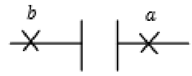


دعنا نقرب من B ناقل A ذي كمون ثابت (صفر على سبيل المثال).

B يؤثر على A الذي سيشهد ظهور الشحنات السالبة عليه. هذه الشحنات السالبة بدورها تؤثر على الناقل B الذي سوف يحمل شحنات أكثر مما لو كان منفردا. و منه يمكننا القول أنه قد حصل تكثيف للناقل و ازدادت سعته (لم يكن هناك ، بشكل صحيح إنشاء شحنات على B ، فقد كان المولد هو الذي كفل بنقلها.)

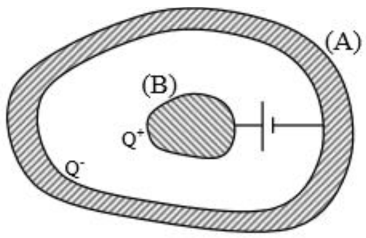


تشكل المجموعة المكونة من الناقلين A و B ما يسمى بالمكثفة و يرمز لها ب:



يمكن تحقيق مثل هذا التكثيف باستخدام ناقلين A و B في حالة تأثيرمتبادل كلي، حيث Q_A و Q_B متساويان في القيمة و مختلفان في الإشارة.

$|Q_A| = |Q_B| = Q$ هي شحنة المكثفة



إذا كان V فرق الكمون بين الناقلين $V = V_B - V_A$ يمكن أن نثبت :

$$C = \frac{Q}{V}$$

C :هي سعة المكثفة و تعتمد على الخصائص الهندسية للناقلين و طبيعة الوسط الموجود بينهما و تزداد كلما إقترب الناقلان من بعضهما

2.8. كيفية حساب سعة المكثفة

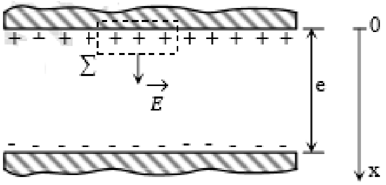
طريقة

1. حساب الحقل الكهربائي في كل نقطة داخل المكثفة (نستعمل نظرية غوص مثلا)
2. استنتاج فرق الكمون بين الناقلين (نستعمل $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$)
3. إيجاد النسبة: $C = \frac{Q}{V}$

أمثلة

❖ **المكثفة المستوية**

تتشكل من مستويين ناقلين يفصل بينهما عازل



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = cste \quad \text{(نظرية غوص)}$$

$$dV = -\vec{E}\,\overrightarrow{dl} = -Edx \Rightarrow V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}e \qquad \left(\sigma = \frac{Q}{S}\right)$$

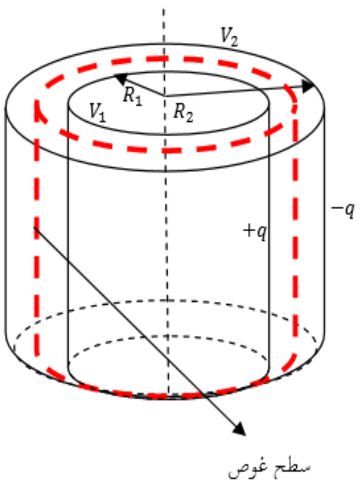
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$$

حيث: S سطح المكثفة المستوية و e البعد بين السطحين

❖ **المكثفة الأسطوانية**

تتشكل المكثفة الأسطوانية من أسطوانتين ناقلين لهما نفس المحور يفصل بينهما عازل و ذات أنصاف أقطار على التوالي R_1 و R_2 و h ارتفاعها.

نحسب الحقل الكهربائي بين لبوسي المكثفة بتطبيق نظرية غوص في المنطقة حيث $R_1 < r < R_2$, نختار سطح غوص أسطوانة نصف قطرها r:



$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi rh}\frac{1}{r}\int_S \vec{E}.\overrightarrow{ds} = E2\pi rh = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

الحقل الكهربائي يتعلق بـr , وله مركبة على $\vec{u}_r$, و منه فرق الكمون بين طرفي المكثفة:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \Rightarrow E = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -Edr$$

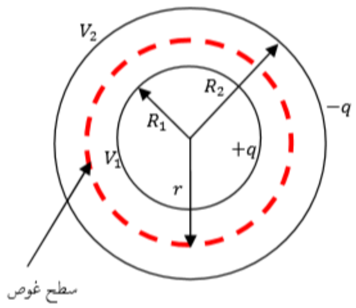
$$\int_{V_1}^{V_2} dV = -\int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{\varepsilon_0 2\pi h}\frac{1}{r}dr$$

$$V_2 - V_1 = -\frac{q}{\varepsilon_0 2\pi h}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$V = V_1 - V_2 = \frac{q}{\varepsilon_0 \pi h}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

و منه السعة: $$C = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_0 2\pi h}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

❖ **المكثفة الكروية**



تتكون المكثفة الكروية من كرتين لهما نفس المركز يفصل بينهما عازل,

و ذات أنصاف أقطار على التوالي R_1 و R_2.

نحسب الحقل الكهربائي بين لبوسي المكثفة بتطبيق نظرية غوص في المنطقة

حيث $R_1 < r < R_2$, نختار سطح غوص كرة نصف قطرها r:

$$\int_s \vec{E}.\overrightarrow{ds} = E4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi}\frac{1}{r^2}$$

الحقل الكهربائي يتعلق بr , وله مركبة على $\vec{u}_r$, و منه فرق الكمون بين طرفي المكثفة:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \Rightarrow E = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -Edr$$

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = -\int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi}\frac{1}{r^2}dr$$

$$V_2 - V_1 = -\frac{q}{\varepsilon_0 4\pi}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

$$V = V_1 - V_2 = \frac{q}{\varepsilon_0 \pi 4}\left(\frac{R_2 - R_1}{R_2 R_1}\right)$$

و منه السعة: $$C = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_0 4\pi R_2 \ {}_1}{R_2 - R_1}$$

ملاحظات

- سعة المكثفة بكل أنواعها تتعلق فقط بالشكل الهندسي للبوسين و الوسط, الذي يعتبر في حالتنا الفراغ المعطى بε_0 .

- للحصول على مكثفة ذات سعة كبيرة فإن المعاملات الهندسية التي نهتم بها هي سطح اللبوسين الذي يجب أن يكون كبيرا كفاية, و المسافة بين اللبوسين يجب أن تكون صغيرة جدا بالنسبة لأبعاد السطح.

- في الحقيقة, بالنسبة للمكثفة المستوية الناقلان ليسا في تأثير كلي, و بما أن المسافة الفاصلة بين لبوسي المكثفة صغيرة مقارنة بسطح اللبوسين, في هذه الحالة يمكن اعتبار أن التأثير كلي.

3.8. جمع المكثفات

جمع المكثفات على التفرع

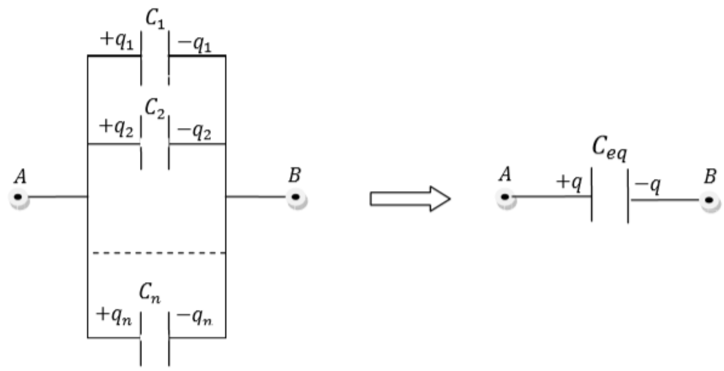
كل المكثفات تخضع لنفس فرق الكمون V. وتحمل كل مكثفة سعتها C_i شحنة q_i.

المكثفة المكافئة تحمل شحنة:

$$q = q_1 + q_2 + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots . q_n$$
$$q = C_1 V + C_2 V + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots . C_n V$$
$$q = V \sum_{i=1}^{n} C_i = V C_{éq}$$

السعة المكافئة للمكثفة المكافئة: $C_{éq} = \sum_{i=1}^{n} C_i$

فائدة الربط على التوازي هو الحصول على مكثفة ذات سعة كبيرة جدا



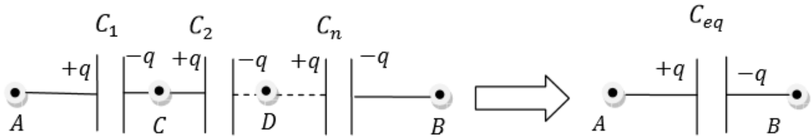
جمع المكثفات على التسلسل

كل المكثفات لها نفس الشحنة q. فرق الكمون بين طرفي كل المجموعة يساوي مجموع فروق الكمونات.

$$V_A - V_B = (V_A - V_C) + (V_C - V_D) \ldots \ldots \ldots \ldots .. = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \cdots \ldots \ldots \ldots . \frac{q}{C_n} = \frac{q}{C_{éq}}$$

السعة المكافئة للمكثفة المكافئة: $\frac{1}{C_{éq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$

فائدة الربط على التسلسل: يستعمل هذا التركيب عندما يكون فرق الكمون كبيرا جدا و لا يمكن لمكثفة واحدة تحمله.



4.8.الطاقة الكهربائية للمكثفة

يتم حساب الطاقة الكهربائية للمكثفة بنفس الطريقة كما في حالة النواقل إذن:

$$W = E_P = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}qV$$

V:التوتر المطبق بين لبوسي المكثفة

سلسلة تمارين 2

تمرين1

نعتبر كرة معدنية نصف قطرها R و شحنتها الكلية Q

1- في حالة التوازن كيف تتوزع الشحنات في الناقل ؟

2- استنتج عبارة الكثافة السطحية للشحنة σ

3- كم يساوي الحقل الكهربائي داخل الناقل ؟

4- بتطبيق نظرية كولوم تحقق ان قيمة الحقل في نقطة مجاورة لسطح الناقل هي $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}$

5- باستعمال نظرية غوص بين ان شدة الحقل الكهربائي المتولد على البعد r $(r\geq R)$ من مركز الناقل هي $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}$

تمرين 2

كرة نصف قطرها R و تحمل شحنة Q اذا كانت σ هي الكثافة السطحية لشحنة الكرة

1-احسب سعة الكرة بدلالة $\varepsilon_0; R; \pi$

2- اوجد العلاقة الحرفية بين الطاقة الداخلية و الضغط الكهرو ساكن ؟

3- نفرغ هذه الكرة بتوصيلها بالأرض بواسطة سلك معدني كيف تصبح الطاقة المختزنة سابقا ؟

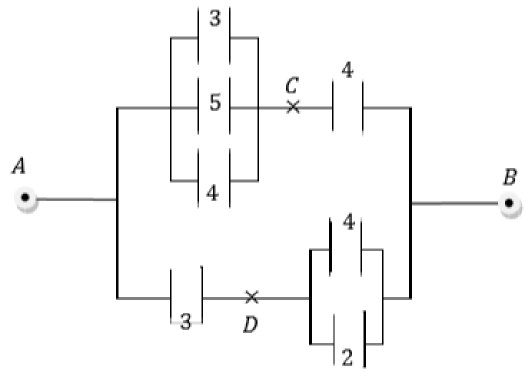
4- نفترض انه تم شحن هذه الكرة بواسطة منبع قوته المحركة الكهربائية E ثابتة ماهي الطاقة التي قدمها المنبع للكرة ؟ هل نجدها كلية على شكل طاقة كامنة ؟ اذا كان الجواب لا اين اختفى الفرق ؟

تمرين 3

يمثل الشكل 1 شبكة من المكثفات مربوطة على التسلسل و التفرع السعات المرفقة للمكثفات محسوبة ب

1-احسب المكثفة المكافئة بين النقطتين A و B

2- اذا كانت شحنة هده المكثفة تساوي 120μC احسب فرق الكمون بين النقطتين A و B



تمرين 4

نعتبر مكثفتين ذاتي سعتي C_0 و $2C_0$ على التوالي مشحونتين و معزولتين الواحدة على الاخرى الاولى مشحونة تحت فرق كمون V_0 و الثانية $3V_0$

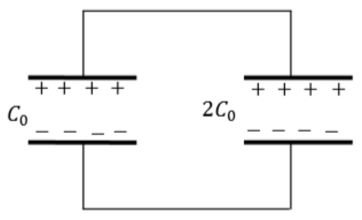
1-احسب الطاقة الكهربائية الكلية المخزنة في المكثفتين pi

2- نوصل المكثفتين مثل الشكل 2

1-2احسب الشحنة المحمولة على كل مكثفة عند التوازن الكهرو ساكن '

2-2احسب الطاقة الكلية النهائية E_{pf} للمكثفتين قارنها ب E_{pi} ؟

3-2وصل اللبوسين للمكثفتين بالأرض ماذا يحدث ؟ اشرح ؟



تمرين 5

يتم وضع كرة ناقلة A نصف قطرها $R_A = 1cm$ في وسط كرة ناقلة و مجوفة B نصف قطرها الداخلي $R_1 = 2cm$ و نصف قطرها الخارجي $R_2 = 3cm$

مولد G يضمن كمون ثابت $V_0 = 10^3 V$ لكل من الكرتين A و B و ذلك بتوصيلهما بمبدل كهربائي K_1 (أنظر الشكل 3)

في البداية الناقلين A و B محايدان، القاطعة K_2 تسمح بوصل الناقل B بالأرض

1. يوصل المولد بالناقل B(K_1 في الموضع 1 و K_2 مفتوحة)

a. مثل توزيع الشحنات التي تظهر على الناقلين A وB

b. أحسب الشحنة Q_A و Q_B المحمولة من طرف الكرتين A وB

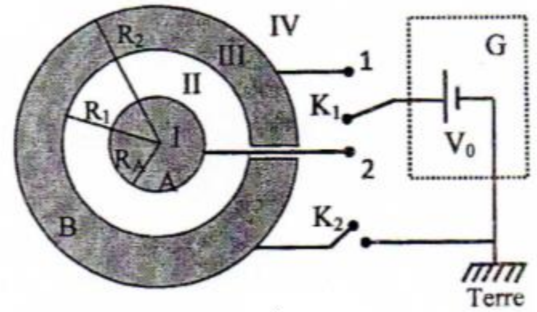
2. المبدل الكهربائي $_1$ في الموضع 2، و هذا يعني الكرة A موصولة بالمولد، الكرة B موصولة بالأرض (K_2 مغلقة)

a. مثل توزيع الشحنات التي تظهر على الناقلين A وB في هذه الحالة

b. أكتب عبارة الحقل و الكمون في المناطق II، I؛ III و IV من الفضاء

c. أحسب الشحنة $_A$ و Q_B المحمولة من طرف الكرتين A و B في هذه الحالة

d. الناقلين A و B يشكلان مكثفة كروية، أكتب عبارة سعتها الكهربائية. كم ستكون هذه السعة إذا كانت R_A قريبة جدا من R_1 أي $R_A \approx R_1$ و $R_1 - R_A = e$



حلول تمارين السلسلة 2

تمرين 1

1-في حالة التوازن الشحنة داخل الناقل معدومة و بتموضع على سطح الناقل اي على سطح الكرة

2-استنتاج عبارة الكثافة السطحية

$$\left.\begin{aligned}\sigma &= \frac{Q}{S}\\ S &= 4\pi R^2\end{aligned}\right\} \Rightarrow \sigma = \frac{Q}{4\pi R^2} \quad (C/m^2)$$

3- الحقل الكهرو ساكن داخل الناقل المتزن معدوم

4- حسب نظرية كولوم

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2} \qquad (N/C)$$

5- بتطبيق نظرية غوص نعتبر سطح كروي مغلق ذو نصف قطر r اذن تدفق الحقل الكهربائي عبر سطح هو

$$\Phi = E.S = E4\pi r^2$$

اذن شدة الحقل الكهرو ساكن المتولد على البعد r من مركز الناقل هي

$$E4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q}{r^2} \qquad (V/m)$$

تمرين 2

1-سعة الكرة لدينا

$$V = K\frac{q}{R} \quad \text{و} \quad C = \frac{q}{V}$$

اذن $C = 4\pi\varepsilon_0 R$

2-العلاقة الحرفية بين الطاقة الداخلية و الضغط

$$q = C\,V \Rightarrow \quad E_p = \frac{1}{2}CV^2 \quad \dots\dots\dots\dots (1)$$

الكمون يساوي $\begin{cases} V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R} \\ q = \sigma 4\pi R^2 \end{cases} \Rightarrow \quad V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}R$

بتعويض 2 في 1 نجد $\begin{cases} C = 4\pi\varepsilon_0 R \\ V^2 = \frac{\sigma^2}{\varepsilon_0^2}R^2 \end{cases} \Rightarrow \quad E_p = \frac{1}{2}4\pi\varepsilon_0 R\frac{\sigma^2}{\varepsilon_0^2}R^2$

بما أن $P_e = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$

إذن $E_p = 4\pi\varepsilon_0 P_e R^3$

3. عند تفريغ الكرة المشحونة بوصلها بالأرض بواسطة سلك معدني فإن هذه الطاقة الداخلية المختزنة على شكل طاقة حرارية (فعل جول)

4. عند شحن الكرة بواسطة مولد قوته المحركة ثابتة E، فإن لمولد يعطى طاقة مقدارها $E_p = qV = CV^2$ *،
وتساوي ضعف الطاقة المختزنة أخيرا في الكرة و الضعف المتبقي تحول إلى طاقة حراية أثناء عملية نقل الشحنات من
المولد إلى الكرة*

<u>تمرين 3</u>

1. المكثفات الثلاثة بين النقطتين A و C موجودة على التفرع، فالسعة المكافئة لها C_{eq1}

$$C_{eq1} = 3 + 5 + 4 = 12\mu F$$

المكثفة بين النقطتين C و B والمكثفة ذات السعة C_{eq1} موجودتان على التسلسل، وتكافئان مكثفة ذات السعة C_{eq2}

$$C_{eq2} = \left(\frac{1}{C_{eq1}} + \frac{1}{4}\right)^{-1} = 3\mu F$$

المكثفتان بين النقطتين D وB على التفرع، و تكافئان مكثفة ذات سعة C_{eq3}

$$C_{eq3} = 4 + 2 = 6\mu F$$

المكثفة بين النقطتين A و D والمكثفة ذات السعة C_{eq3} موجودتان على التسلسل، وتكافئان مكثفة ذات السعة C_{eq4}

$$C_{eq4} = \left(\frac{1}{C_{eq3}} + \frac{1}{3}\right)^{-1} = 2\mu F$$

المكثفة الكلية المكافئة C_{eq} بين النقطتين A و B

$$C_{eq} = C_{eq2} + C_{eq4} = 5\mu F$$

2. فرق الكمون بين النقطتين A و B

$$V_A - V_B = \frac{q}{C_{eq}} = \frac{120}{5} = 24V$$

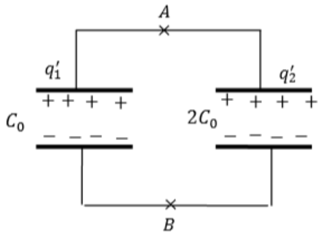
<u>تمرين 4</u>

1. الطاقة E_{pi} المختزنة في المكثفتين قبل التوصيل

$$E_{pi} = \frac{1}{2}C_0V_0^2 + \frac{1}{2}(2C_0)(3V_0)^2 = \frac{19}{2}C_0V_0^2$$

2. عند التوصيل تصبح المكثفتان مكثفة واحدة فيحدث إعادة توزيع الشحنات الموجبة و السالبة بين لبوسي المكثفة حتى تصل إلى كمون متساو، أي فرق الكمون بين طرفي المكثفتين متساو $(V_A - V_B)$

1.2. الشحنات النهائية على المكثفات $q_1^{"}$ و$q_2^{"}$



$$q_1' = C_0(V_A - V_B) \quad \text{.......................}(1)$$

$$q_2' = 2C_0(V_A - V_B) \quad \text{......................}(2)$$

من مبدأ إنحفاظ الشحنة لنظام معزول قبل التوصيل و بعده نجد:

$$q_1' + q_2' = q_1 + q_2 \quad \text{.............................}(3)$$

حيث q_1 و q_2 الشحنتان المحمولتان على المكثفتين ذاتي السعتين C_0 و $2C_0$ على التوالي قبل وصل لبوسي المكثفتين.

$$(4)q_1 = C_0V_0 \quad ....$$

$$(5)q_2 = (2C_0)(3V_0) = 6C_0V_0 \quad ....$$

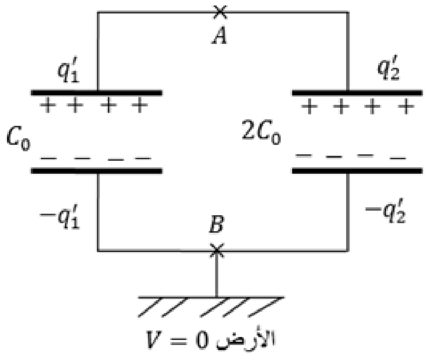
باستعمال المعادلات (1) إلى (5) نجد:

$$q_1' = \frac{7}{3}C_0V_0 \qquad\qquad q_2' = \frac{14}{3}C_0V_0$$

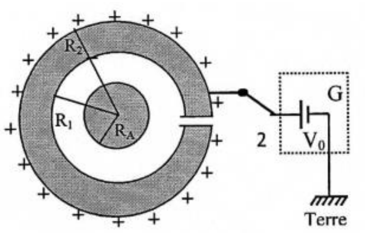
$$E_{pf} = \frac{1}{2}\frac{q_1'^2}{C_0} + \frac{1}{2}\frac{q_2'^2}{2C_0} = \frac{294}{36}C_0V_0^2 = \frac{49}{6}C_0V_0^2$$

الطاقة E_{pi} أكبر من E_{pf} , إعادة توزيع الشحنات على لبوسي المكثفتين بعد التوصيل (انتقال الشحنات) يرافقه ضياع في الطاقة الداخلية على شكل حرارة.

3.عندما نقوم بتوصيل اللبوسين السالبين للمكثفتين بالأرض لا يحدث أي شيء. في الواقع, الشحن الكهربائية موزعة بحيث يكون كمون اللبوسين المرتبطين نفسه. اللبوسان السالبان يشكلان مع الأرض ناقلا واحدا كمونه $V_B = 0$. لا تتسرب الشحنات $-q_1'$ و $-q_2'$ إلى الأرض لأنها مرتبطة بتأثير الشحنات الموجبة لذلك الطاقة الداخلية للمكثفتين تبقى ثابتة.



تمرين 5



1.يوصل المولد بالناقل B) K_1 في الموضع 1 و K_2 مفتوحة

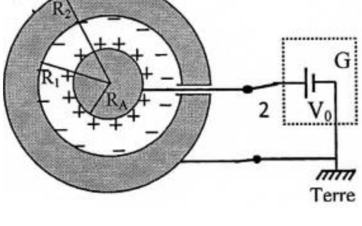
$Q_A = 0C$ السطح الداخلي للناقل B في حالة تأثير كلي مع الناقل A إذن 0C

$$V_B = V_0 = \frac{Q_{Be}}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_{Be}} \quad \Rightarrow Q_B = Q_{Be} = 4\pi\varepsilon_0 R_2 V_0$$

تطبيق عددي $Q_B = 3.33nC$: الشحنة الكهربائية $Q_B > 0$ موزعة بانتظام على السطح الخارجي للناقل B

2. المبدل الكهربائي K_1 في الموضع 2، و هذا يعني الكرة A موصولة بالمولد، الكرة B موصولة بالأرض (K_2 مغلقة) $Q_A > 0C$

و لأن الناقل A في تأثير كلي مع الناقل B إذن: $Q_{Bi} = -Q_A$



b. عبارة الحقل و الكمون في المناطق I، II؛ III و IV من الفضاء

- من أجل $r < R_A$ نجد: $E_I = 0$ و $V_I = V_A = V_0$
- من أجل $R_A < r < R_1$ نجد: $E_{II} = \frac{Q_A}{4\varepsilon_0 r^2}$ و $V_{II} = \frac{Q_A}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_A}\right) + V_0$
- من أجل $R_1 < r < R_2$ نجد: $E_I = 0$ و $V_{III} = V_B = 0\,Volt$
- من أجل $r > R_2$ نجد: $E_{IV} = 0$ و $V_{IV} = V_B = 0\,Volt$

c. من أجل $r = R_1$ نجد: $V_B - V_A = \frac{Q_A}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_A}\right)$ و $V_B = 0Volt$

و منه $Q_A = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_A}{R_1 - R_A} V_0$ و $Q_B = Q_{Bi} = -Q_A$ تطبيق عددي $Q_A = -Q_B = 2.22nC$:

d. عبارة سعة المكثفة C المشكلة من الناقلين الكرويين A و B

$V_A - V_B = \frac{Q_A}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_1}\right) = \frac{Q_A}{C}$ إذن سعة المكثفة $C = 4\varepsilon_0 \frac{R_1 R_A}{R_1 - R_A}$

من أجل $R_1 - R_A = e$ نجد: $C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R^2}{e}$ بحيث $R_1 \approx R_A = R$ و منه: $C = \varepsilon_0 \frac{S}{e}$

<u>**الفصل الثالث: الكهرباء المتحركة**</u>

اقتصرنا في الفصلين السابقين على دراسة الشحنات الساكنة أو ما يسمى بالكهرباء الساكنة, في هذا الفصل سنضيف حالة الشحنات المتحركة و هو ما يسمى بالكهرباء المتحركة.

<u>I.التيار الكهربائي و المقاومات</u>

<u>1.التيار الكهربائي</u>

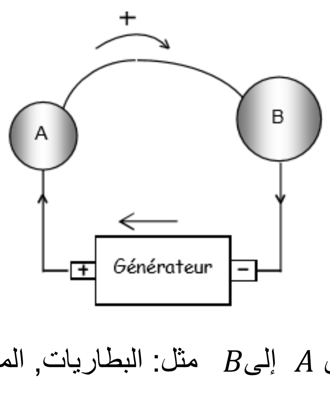
<u>1.1.تعريف</u>

لدينا الناقلان A و B في حالة توازن كهروساكن يحملان الشحنتان Q_A و Q_B و كمونهما على الترتيب V_A و V_B حيث على سبيل المثال $V_A > V_B$.

عند توصيل هذين الناقلين بسلك ناقل, يكون في البداية بينهما فرق في الكمون, يولد حقلا كهربائيا محدثا انتقالا للشحنات من الناقل A إلى الناقل B , فيظهر تيار كهربائي مؤقت ينتهي بمجرد وصول الناقلين إلى حالة التوازن الكهروساكن (تساوي الكمونيين) يسمى بالتيار اللحظي.

شكل 1

يمكن إطالة الحالة السابقة للتيار, أي الحصول على تيار مستمر بفضل استخدام مولد الجهد و هو جهاز يحافظ على فرق كمون ثابت بين طرفيه (يفرض حالة عدم توازن دائمة).



مولد الجهد لا يخلق الشحنات بل يقوم بنقلها من A إلىB مثل: البطاريات, المولدات الكهربائية.

ومنه يمكن تعريف التيار الكهربائي :

التيار الكهربائي هو انتقال جماعي و منظم لحاملات الشحنة (إلكترونات أو شوارد). قد يحدث هذا السيل من الشحنات في الفراغ (حزمة إلكترونات في أنبوب مهبطي....) أو في المادة الناقلة (الإلكترونات في المعادن أو الشوارد في المحاليل المائية...). يظهر تيار كهربائي في الناقل عندما يوجد فرق في الكمون بين طرفي هذا الأخير.

2.1. شدة التيار الكهربائي

1.2.1.الشدة المتوسطة

الشدة المتوسطة للتيار الكهربائي هي كمية الكهرباء (الشحنة) التي تجتاز مقطعا من الناقل خلال واحدة الزمن

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

2.2.1.الشدة اللحظية

هي مشتق الشحنة الكهربائية بالنسبة للزمن

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

وحدة التيار في النظام الدولي هي أمبير (Ampère A) : $A = C/s$

الأمبير (1A) هي شدة التيار المكافئة لشحنة قدرها 1 كولوم تمر خلال سطح في 1 ثانية

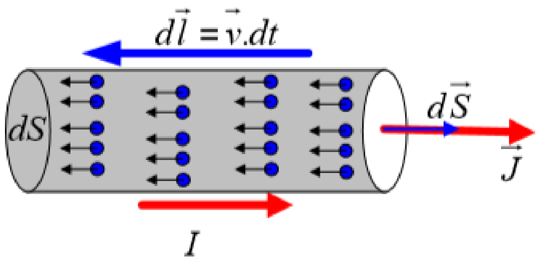
3.1.إتجاه التيار الكهربائي

هناك العديد من الظواهر الفيزيائية التي تثبت مرور التيار الكهربائي مثل فعل جول الحراري, انحراف الإبرة الممغنطة.

برهنت معظم هذه التجارب على أن للتيار الكهربائي اتجاها, و قد اصطلح على أنه نتيجة لحركة الشحنات الموجبة من القطب السالب إلى القطب الموجب داخل المولد, و من القطب الموجب إلى القطب السالب خارج المولد.

4.1. كثافة التيار الكهربائي

نعتبر ناقلا مقطعه $\overrightarrow{ds}$, ليكن n عدد الشحنات q المتحركة و المحصورة داخل واحدة الحجم و تتحرك بسرعة ثابتة $\vec{v}$



تتقدم الشحنات خلال المدة الوجيزة dt بمسافة: $\overrightarrow{dl} = \vec{v}dt$

خلال نفس المدة dt , الشحنة dQ المحصورة داخل حجم عنصري dV من الناقل هي:

$$dQ = n.q.dV$$

و بما أن : $dV = \overrightarrow{dl}.\overrightarrow{dS}$

فإن: $dQ = n.q.\vec{v}.dt.\overrightarrow{dS}$

و منه: كثافة التيار الكهربائي هي المقدار الشعاعي $\vec{J}$ المساوي للشحنة المارة خلال واحدة الزمن عبر واحدة السطح

$$\vec{J} = n.q.\vec{v}$$

و ثمة فإن: $dQ = \vec{J}.dt.\overrightarrow{dS}$

إذا كان $\overrightarrow{\quad}$ يمثل شعاع السطح للمقطع العرضي للناقل, و المنطبق على الشعاع $\vec{J}$ فإن شدة التيار الكهربائي هي المقدار السلمي

$$I = \frac{dQ}{dt} = \int_S \vec{J}.\overrightarrow{dS}$$

$$I = \vec{J}.\vec{S} \qquad \Rightarrow I = n.q.v.S$$

<u>مثال</u>

مادة من الفضة كتلتها الحجمية تساوي $10.5\ g/Cm^3$ الكتلة المولية الجزيئية لها تساوي $107.9\ g/mol$, ذات مقطع دائري منتظم نصف قطره $0.05\ cm$ فإذا كانت هذه المادة يجتازها تيارا منتظما قدره $1\ A$.

أحسب كثافة التيار الكهربائي و سرعة الشحنات المتحركة داخل الموصل مع افتراض أن ذرة الفضة تعطي إلكترونا واحدا طليقا (حرا).

<u>حل</u>

كثافة التيار :

$$J = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{1}{\pi(0.05)^2} = 127.4\ A/cm^2 = 1.274\ 10^6\ A/m^2$$

لدينا: $V = \frac{M}{\rho_a}$

عدد الذرات في وحدة الحجم هي:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N.\rho_a}{M}$$

حيث : ρ_a الكتلة الحجمية للفضة, M الكتلة المولية الجزيئة و N عدد أفوقادرو

$$n = \frac{6.03\ 10^{23} \times 10.5}{107.9} = 5.86 \times 10^{22}$$

و حيث إن كل ذرة تعطي إلكترونا حرا واحدا فإن عدد الالكترونات لوحدة الحجوم تساوي:

$$n = 5.86 \times 10^{22}\ electrons/cm^3 = 5.86 \times 10^{28}\ electrons/m^3$$

سرعة تحرك الالكترونات :

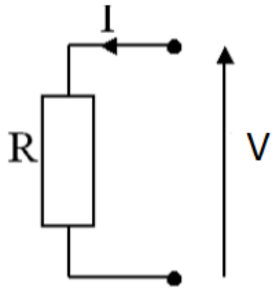
$$J = n.q.v \ \Rightarrow\ v = \frac{J}{n.q} = \frac{1.274 \times\ 10^6}{5.86 \times 10^{28} \times 1.602\ \times 10^{-19}} = 1,357 \times 10^{-4}\ m/s$$

<u>2.قانون أوم</u>

السهولة التي تتدفق بها الشحنات بين قطبين تتعلق بالطريقة التي يربط بها هذين القطبين. إذا وصلناهما بسلك توصيل, فإن الشحنات لا تواجه أي صعوبات تذكر للانتقال, أما إذا وصلناهما بعازل, فإن كل انتقال للشحنات يصبح صعبا جدا, إن لم يكن مستحيلا هذه الخاصية التي تميز المادة, بالسماح أو بمنع الشحنات الكهربائية من المرور, تسمى ب مقاومة المادة المذكورة. تقاس المقاومة ب الأوم (Ω).

في حين تكون مقاومة المعادن ضعيفة, فإن مقاومة العوازل كبيرة جدا و لا متناهية. توجد عناصر صغيرة تسمى مقاومات يمكن لمقاومتها أن تتراوح بين بضع أومات إلى ملايين الأومات.

بالنسبة لناقل معدني, تحت درجة حرارة ثابتة, فإن النسبة بين فرق الكمون (التوتر) بين طرفيه, و شدة التيار الكهربائي I الذي يجتازه, ثابتة و تساوي مقاومة الناقل



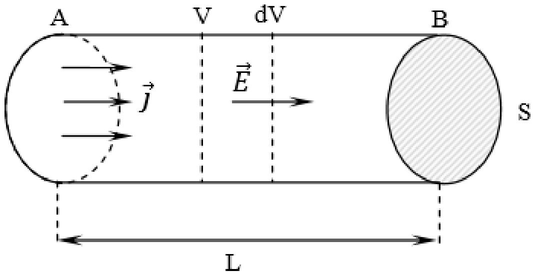
$$R = \frac{V}{I} = Cte$$

هذه العبارة بين شدة التيار و التوتر و المقاومة تعرف ب قانون أوم.

قانون أوم يظهر أنه من أجل فرق في الكمون محدد, يمكن وضع عدد من المقاومات

الدارة و هذا للحد من شدة التيار الكهربائي الذي يعبر الجهاز المغذي كهربائيا.

نأخذ على سبيل المثال ناقل معدني أسطواني طوله $= L$ و مساحة مقطعه S موضوع في حقل كهربائي $\vec{E}$



يعطى فرق الكمون الكهربائي بين نقطتين:

$$V = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}.\vec{dl}$$

بما أن الناقل سلكا مقطعه S , فإن الحقل الكهربائي منتظم على طول السلك, أي:

$$V = E.L; \qquad I = J.S$$

فيكون لدينا:
$$V = R.I = E.L \quad \Rightarrow R.J.S = E.L$$

نحصل على عبارة جديدة لكثافة التيار بدلالة الحقل الكهربائي:

$$J = \left[\frac{L}{R.S}\right] E = \sigma.E$$

$$\vec{J} = \sigma.\vec{E}$$

و هي طريقة ثانية لكتابة قانون أوم, حيث: $\sigma = \frac{L}{R.S}$

و هكذا يمكن كتابة عبارة مقاومة ناقل على الشكل:

$$R = \frac{L}{\sigma.S} = \rho\frac{L}{S}$$

يدعى الثابت σ بالناقلية الكهربائية. وحدته في النظام الدولي $\Omega^{-1}m^{-1}$, و نميز الوسط عادة بالمقاومية, ويرمز لها بρ , و هي مقلوب الناقلية: $\rho = \frac{1}{\sigma}$

وحدة المقاومية في النظام الدولي:Ωm. تمتلك كل المواد الأومية مقاومة تعتمد على خواص المادة و درجة الحرارة.

نطبق علاقة أوم لحساب مقاومة ناقل أومي متجانس:

$$J = \sigma . E = \frac{E}{\rho} = \frac{I}{S} \Rightarrow I = \frac{E.S}{\rho}; \qquad R = \frac{V}{I} = \frac{\rho . V}{E.S}$$

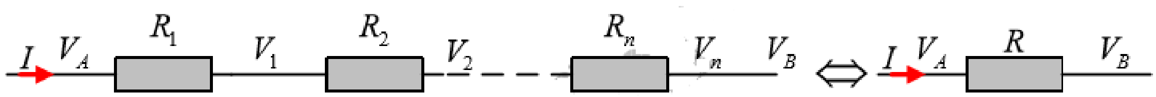
3. ربط النواقل الأومية (المقاومات)

نمثل المقاومة بأحد الرسمين:

نميز حالتين لربط المقاومات:

1.3. الربط على التسلسل

يسري في المقاومات التيار نفسه و فرق الكمون هو مجموع فروق الكمونات



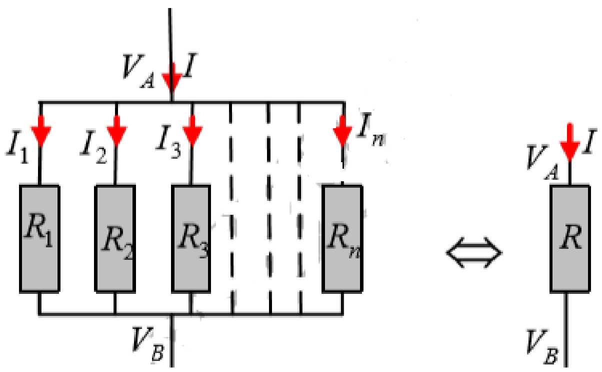
$$V_A - V_B = V_1 + V_2 + \cdots V_n = R_1 I + R_2 I + \cdots R_n I = R_{éq} I$$

المقاومة المكافئة:

$$R_{éq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

1.3. الربط على التفرع

كل المقاومات لها فرق الكمون نفسه: $V = V_A - V_B$



المقاومة المكافئة تحمل تيارا:

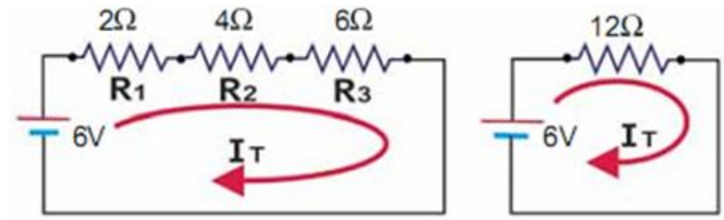
$$I = I_1 + I_2 + \cdots + I_n = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \cdots + \frac{V}{R_n} = V \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} = \frac{V}{R_{éq}}$$

المقاومة المكافئة:

$$\frac{1}{R_{éq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

مثال

وصلت ثلاث مقاومات على التوالي بين قطبي بطارية جهدها $V = 6V$
أحسب مقاومة المقاومة المكافئة و التيار الكلي؟



الحل

مقاومة المقاومة

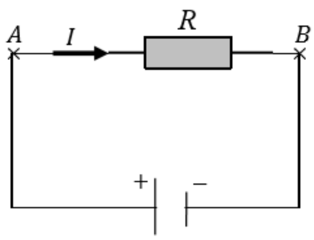
$$R_{éq} = 2 + 4 + 6 = 12\Omega$$

التيار الكلي

$$I = \frac{V}{R_{éq}} = \frac{6}{12} = 0.5A$$

4. فعل جول

ليكن تيار كهربائي I يعبر مقاومة موصولة تحت فرق كمون ثابت, عندما يسري هذا التيار لمدة زمنية t , فإن مقدار $q = I.t$ من الشحنة يكون قد تجول عبر هذه الدارة من خلال المولد,



و يرافق ذلك تجول طاقة بين A و B (عمل منجز من قبل الشحنة)._

$$W = q.V = q(V_A - V_B) = I.t(V_A - V_B)$$

لدينا بين A وB ناقل مقاومته فيكون:

$$V_A - V_B = R\,I \quad \Rightarrow \quad W = R\,I^2 t$$

يوافق استطاعة (عمل منجز خلال واحدة الزمن):

$$P = \frac{dW}{dt} = RI^2 \quad (Watt \text{ واط})$$

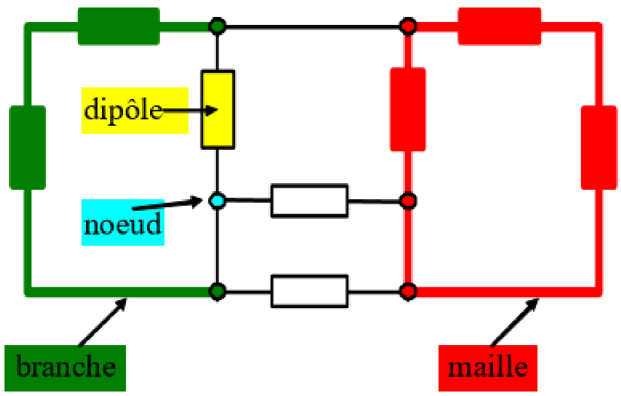
تبين التجربة أن هذه الطاقة تظهر على شكل حرارة ضائعة في المادة الناقلة إلى الخارج و يدعى هذا الإصدار بفعل جول.

تبدد الطاقة على شكل حرارة يوحي لنا بتماثل بين المقاومة الكهربائية و قوى الاحتكاك الميكانيكي. كل احتكاك يؤدي إلى ضياع في الطاقة الميكانيكية الذي نجده على شكل حرارة (طاقة حرارية), بينما في المقاومة الكهربائية, احتكاك الالكترونات داخل المادة يؤدي بالمثل إلى تبدد الطاقة الكهربائية على شكل طاقة حرارية. هنا تتجلى لنا فائدة النواقل الفائقة الناقلية, أي المواد ذات المقاومة المعدومة التي تسمح لنا بنقل التيار الكهربائي بدون أي ضياع للطاقة.

II.الشبكات الكهربائية

1.عناصر الدارة الكهربائية

تتكون الدارة الكهربائية من مجموعة عناصر تسمى ثنائيات القطب موصلة فيما بينها بأسلاك ناقلة فتشكل بنية مغلقة.



- العقدة (nœud) هي نقطة من الدارة حيث تصل ثلاث أسلاك أو أكثر
- الفرع (branche) هو جزء من الدارة محصور بين عقدتين
- العروة (maille) هي مجموعة فروع تشكل حلقة مغلقة
- ثنائي القطب (dipôle) ينحصر في دارة كهربائية بواسطة قطبين يدخل التيار من أحدهما و يخرج من الثاني, يتميز ثنائي القطب بالاستجابة لفرق الكمون بين طرفيه.
- ثنائي القطب الخامل (dipôle passif) يستهلك الطاقة الكهربائية
- ثنائي القطب النشط (dipôle actif) ينتج تيارا كهربائيا
- أسلاك التوصيل (Fils de jonction) نهمل مقاوماتها أمام مقاومات ثنائيات القطب أخرى
- الشبكة (Réseau) هي مجموعة من الدارات الكهربائية

ملاحظة

في الدراسة العملية لثنائيات القطب يستعمل مصطلحين:

مصطلح المولد: التوتر و التيار الكهربائي موجهان إيجابا و في نفس الجهة

مصطلح الآخذة (عنصر استقبال): التوتر و التيار الكهربائي موجهان إيجابا و في اتجاهين متعاكسين

2. دور المولد: القوة المحركة الكهربائية

يجب على المولد أن يكون قادرا على بذل عمل كهربائي على الشحنات لتمريرها من خلاله من القطب ذي الكمون المنخفض إلى القطب ذي الكمون العالي.

يمكن تعريف القوة المحركة الكهربائية هي فرق الكمون المعطى من طرف المولد (وحدتها فولط) سنرمز لها في الشبكات ب e لأن القوة المحركة الكهربائية لمنبع كهربائي هي العمل المبذول على واحدة الشحنة لنقلها خلال دارة مغلقة فإذا كان dW هو العمل المبذول لتمرير شحنة مقدارها dq خلال الفترة الزمنية الصغيرة dt في الدارة فإن القوة المحركة الكهربائية e يكون:

$$e = \frac{dW}{dq}$$

بما أن الاستطاعة هي العمل المبذول خلال واحدة الزمن فإن:

$$P = \frac{dW}{dt} \Rightarrow P = e.\frac{dq}{dt} = e.I$$

نعرف من جهة أخرى أن

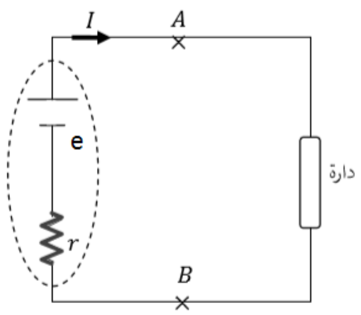
$$V = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dl} = e$$

في حالة دارة مغلقة, الاستطاعة الكلية المقدمة بين A و A من قبل قوة كولوم تساوي

$$P = V.I = I\int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dl} = I(V_A - V_B) = 0$$

و هذا يعني أن الحقل الكهروساكن لا يضمن استمراريه تيار كهربائي في دارة مغلقة إذن يجب على قوة أخرى غير القوة الكهروساكنة من تمكين حاملات الشحنة صعود الكمون و التغلب عليه. للحصول على تيار كهربائي متواصل في دارة مغلقة لا بد من تغذية الدارة بطاقة تنتجها المولدات الكهربائية.

يمثل المولد بدارة مكافئة تتكون من قوة محركة كهربائية e موصلة على التسلسل مع مقاومة r تسمى المقاومة الداخلية للمولد.



عندما نوصل بين طرفي هذا المولد دارة خارجية , فإن تيارا يمر في الدارة. يمكن التعبير عن التعبير عن موازنة الطاقة بمفهوم الاستطاعة :e

- الاستطاعة المقدمة من طرف المولد: $P = e.I$
- الاستطاعة المستهلكة في الدارة الخارجية: $P = (V_A - V_B).I$
- الاستطاعة المستهلكة في المولد: $P = r.I^2$

إذن : $e.I = I(V_A - V_B) + r.I^2$

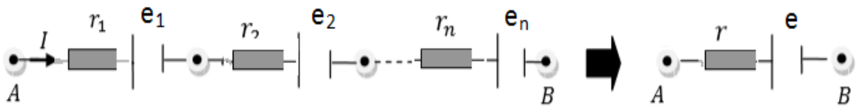
الجهد (الكمون) المستعمل من طرفي المولد: $V_A - V_B = e - rI$

نعرف مردود المولد على أنه النسبة بين الاستطاعة المستعملة في الدارة الخارجية و الاستطاعة الكهربائية المقدمة من طرف المولد, أي:

$$Rendement = \frac{(V_A - V_B)I}{e.I} = \frac{(V_A - V_B)}{e} \leq 1$$

ملاحظات

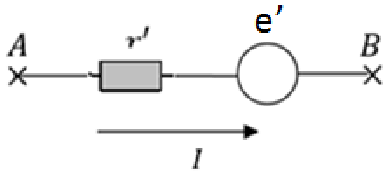
- يكون المولد أكثر فعالية (المردود يقترب من 1) عندما يكون فرق الكمون بين طرفي مقاومته الداخلية صغيرا جدا أو مهملة أمام قوته المحركة الكهربائية
- نقول عن مولدين أنهما على التسلسل إذا مر فيهما التيار نفسه و كان القطب الموجب لأحدهما موصولا بالقطب للأخر



$$e = \sum_{i=1}^{n} e_i \qquad ; \qquad r = \sum_{i=1}^{n} r_i$$

3. القوة المحركة الكهربائية العكسية

عنصر الاستقبال هو جهاز هدفه تحويل الطاقة الكهربائية إلى شكل آخر للطاقة مثل المحركات. يمثل عنصر الاستقبال بدارة مكافئة, تتكون من قوة مضادة للقوة المحركة الكهربائية وحدتها الفولط, نرمز لها بe' موصولة على التسلسل مع مقاومته الداخلية r "



- الاستطاعة المستقبلة في عنصر الاستقبال على شكل كهربائي: $P = I(\quad_{A} - V_B)$
- الاستطاعة المحولة: $P = e'.I$
- الاستطاعة المستهلكة على شكل حراري: $P = r'.I^2$

باستعمال موازنة الاستطاعة:

$$(V_A - V_B)I = e'I + r'I^2$$

$$(V_A - V_B) = e' + r'I$$

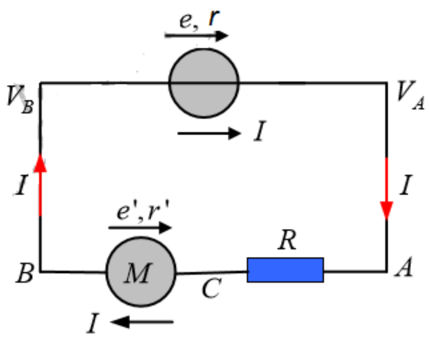
مردود جهاز الاستقبال يساوي النسبة بين الاستطاعة المستعملة التي يقدمها عنصر الاستقبال إلى الاستطاعة المستهلكة من طرفه:

$$Rendement = \frac{e'.I}{(V_A - V_B)I} = \frac{e'}{(V_A - V_B)} \leq 1$$

III.القوانين المسيرة للدارات الكهربائية

1.معادلة الدارة الكهربائية

لتكن الدارة الممثلة على الشكل التالي المتكونة من مولد قوته المحركة الكهربائية e و مقاومته الداخلية r , مقاومة خارجية R , و محرك قوته المحركة الكهربائية العكسية e' و مقاومته الداخلية r' (عنصر استقبال هدفه تحويل الطاقة الكهربائية إلى شكل آخر للطاقة الميكانيكية).



المولد ينتج استطاعة كهربائية: $P = e.I$

المقاومة الخارجية يحول الطاقة الكهربائية إلى طاقة حرارية مقدارها: RI^2

المقاومة الداخلية للمولد هي بدورها تستهلك استطاعة مقداره: rI^2

المحرك $(e' < e)$ يستهلك استطاعة $e'I$ التي يحولها إلى طاقة ميكانيكية و مقاومته الداخلية تستهلك استطاعة تساوي $r'I^2$

حسب قانون إنحفاظ الطاقة فإن الطاقة المنتجة تساوي الطاقة المستهلكة:

$$eI = e'I + RI^2 + rI^2 + r'I^2$$

إذن شدة التيار الذي يجتاز الدارة:

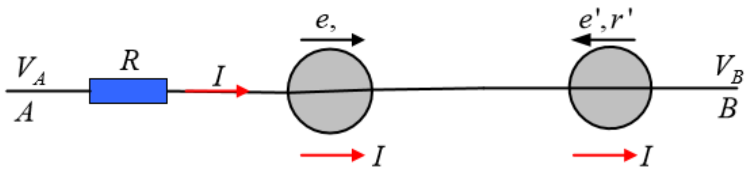
$$I = \frac{e - e'}{R + r + r'}$$

في الحالة العامة إذا رمزنا ب r للمقاومات الداخلية و ب R للمقاومات الخارجية فإن شدة التيار الكهربائي في دارة كهربائية تساوي المجموع الجبري للقوى المحركة الكهربائية مقسومة على مجموع المقاومات, تسمى هذه العلاقة بمعادلة الدارة الكهربائية:

$$I = \frac{\sum e}{\sum r + \sum R}$$

2. فرق الكمون بين نقطتين من دارة (قانون أوم المعمم)

يمثل الشكل جزءا من دارة كهربائية يجتازها تيار شدته I , يزود هذا الجزء AB باستطاعة $P = V.I$, حيث V فرق الكمون بين النقطتين A و B .



نرمز إلى المقاومة الكلية للجزء (نواقل أومية, مقاومات داخلية للمولدات أو آخذات....) ب: $R = \sum R_i$

نرمز إلى المجموع الجبري لكل القوى المحركة الكهربائية و القوى المحركة الكهربائية العكسية ب: $e = \sum e_i$

حسب قانون إنحفاظ الطاقة فإن الاستطاعة المنتجة تساوي الاستطاعة المستهلكة:

$$V.I + \left(\sum e_i\right) I = \left(\sum R_i\right) I^2$$

في الأخير نحصل على ما يسمى بالقانون أوم المعمم:

$$V = (V_A - V_B) = \left(\sum R_i\right) I - \sum e_i$$

ملاحظة

إذا كانت النقطة A منطبقة على النقطة B (دارة مغلقة) فإن:

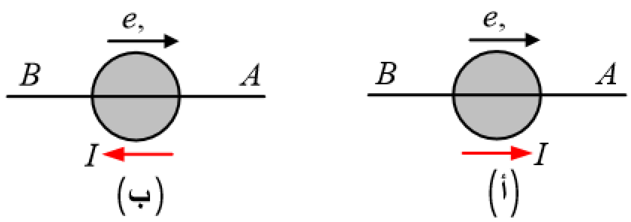
$$\left(\sum R_i\right) I - \sum e_i = 0$$

3. فرق الكمون بين طرفي مولد التوتر

يمثل الشكل التالي مولدا للتوتر باحتمالين:

أ. اتجاه التيار باتجاه القوة المحركة الكهربائية, أي أن التيار يخرج من القطب الموجب للمولد

ب. اتجاه التيار بعكس اتجاه القوة المحركة الكهربائية, أي أن التيار يخرج من القطب السالب للمولد



نستخدم على الجزء من الدارة العلاقة العامة:

$$V_{AB} = \sum R_i I - \sum e_i$$

فرضا نختار الاتجاه موجب من نحو B

الشكل (أ : e و I معاكستان للاتجاه المختار, إذن هما سالبتان

$$V_{AB} = \sum R_i I - \sum e_i = -rI - (-e)$$

هذه العبارة تمثل فرق الكمون بين طرفي المولد: $V_{AB} = e - rI$

الشكل (ب): e تعاكس الاتجاه الموجب المختار, إذن هي سالبة بينما يوافق الاتجاه الموجب المختار فهو موجب

$$V_{AB} = \sum R_i I - \sum e_i = rI - (-e)$$

$$V_{AB} = e + rI$$

هذه العبارة الاخيرة تناسب أيضا فرق الكمون بين طرفي عنصر استقبال (آخذة) حيث e هي قوتها المحركة الكهربائية العكسية لأن المولد الذي يدخل من قطبه الموجب يسلك سلوك آخذة.

مثال

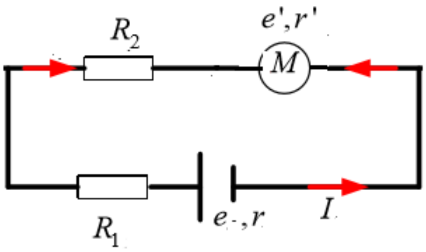
دارة كهربائية مكونة من الاجهزة التالية المربوطة مع بعضها على التسلسل:

- مولد قوته المحركة الكهربائية $e = 250$ و مقاومته الداخلية $r = 1\Omega$.
- محرك قوته المحركة الكهربائية العكسية $e' = 50V$ و مقاومته الداخلية $r' = 4\Omega$.
- مقاومتان $R_1 = 15\Omega$ و $R_2 = 10\Omega$

1. ما هي الشدة التي يجريها المولد؟

الحل

بتطبيق أوم على الدارة لدينا:



$$\left(\sum R_i + \sum r_i\right) I - \sum e_i = 0$$

$$I = \frac{\sum e}{\sum r + \sum R} = \frac{e - e'}{r + r' + R_1 + R_2} = \frac{200}{30} = 6.66A$$

4. قانون كيرشوف

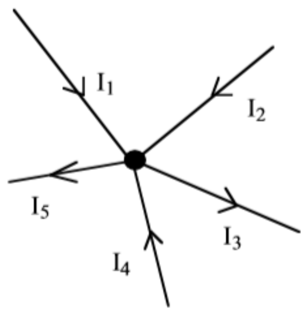
1.4. قانون كيرشوف الاول (قانون العقد)

و هو يمثل قانون انحفاظ الشحنة الكهربائية في العقدة حيث أن في عقدة من دارة كهربائية مجموع شدات التيارات الداخلة يساوي مجموع شدات التيارات الخارجة:

$$\sum I_{entrants} = \sum I_{sortants}$$

مثال

$$I_1 + I_2 + I_4 = I_3 + I_5$$



هذا يعني أن الشحنات لا تتراكم, و تتسرب عند عقدة من الشبكة أي ،أنها تخضع لقانون إنحفاظ الشحنة.

2.4. قانون كيرشوف الثاني (قانون العروات)

و هو يمثل قانون انحفاظ الطاقة, حيث أن التغيير الكلي للكمون على مسار عروة يساوي الصفر أي في عروة k من دارة كهربائية, المجموع الجبري لحاصل جداء المقاومة في التيار يساوي المجموع الجبري للقوى المحركة الكهربائية:

$$\sum_{k=1}^{n} e_k = \sum_{k=1}^{n} R_k I_k$$

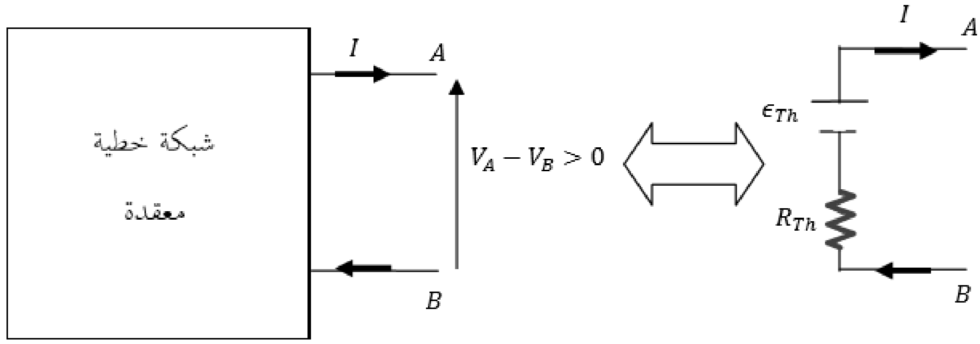
هذا القانون مطابق لقانون فرق الكمون بين نقطتين من دارة إذا كانت منطبقة على النقطة فإن:

$$\left(\sum R\right) I - \sum e = 0$$

- نطبق قانون كيرشوف الاول (قانون العقد), إذا كان لدينا n عقدة سنحصل على $(n-1)$ معادلة
- نطبق قانون كيرشوف الثاني (قانون العروات) إذا كان لدينا b فرعا فإن عدد معادلات العروات $m = b - (n-1)$
- أفصل الشبكة إلى مكوناتها من العروات المستقلة, أي لها على الأقل فرع غير مشترك مع عروة أخرى, و أطبق قانون الثاني لكيرشوف.

5. نظرية تيفنا

كل شبكة خطية محصورة بين طرفين A و B مهما كانت معقدة تكافؤ مولدا وحيدا قوته المحركة الكهربائية E_{th} و مقاومته الداخلية R_{th}



بحيث:

1. E_{th} هي فرق الكمون المقاس بين الطرفين A و B عندما يكون التوصيل بين A و B محذوف (دارة مفتوحة)
2. R_{th} هي المقاومة المكافئة بين الطرفين A و B مع حذف التوصيل بين A B و ايضا كل مصادر الكمون و التيار

سلسلة تمارين 3

تمرين 1

سلك أسطواني متجانس من النحاسمقطعه$2.5mm^2$ يجتازه تيار شدته $10A$

1. أحسب سرعة إنتقال الالكترونات داخل سلك النحاس مع العلم أن الكتلة المولية الجزيئية للنحاس تساوي $M = 63.6\, g/mol$, كتلته الحجمية $\rho = 8.8 \times 10^3\, Kg/m^3$ و أن عدد أفوقادرو $N = 6{,}02.10^{23}$ بافتراض أن كل ذرة من نحاس تحرر الكترونين.
2. حدد الحقل الكهربائي داخل السلك علما ان الناقلية الكهربائيةللنحاس هي$5.88.10^7 \Omega^{-1} m^{-1}$.

تمرين 2

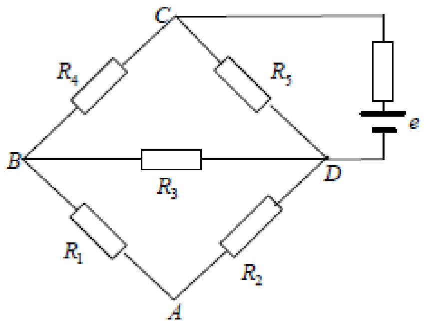
لمولد الشكل اسفله قوة محركة كهربائية مقدارها $e = 9V$ و مقاومة داخلية $r = 0.5\Omega$.

1.احسب الشدة في كل مقاومة.

2.ما هي الاستطاعة المنتجة من قبل المولد

3. ما هو فرق الكمون بين A و C

$R_1 = R_4 = 1\Omega,\quad R_2 = 2\Omega,\quad R_3 = R_5 = 6\Omega$



تمرين 3

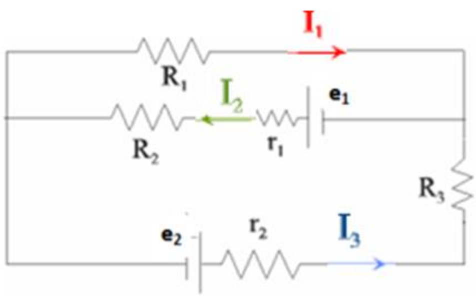
وصلت سخانة كهربائية بمصدر كهربائي فكان التيار المار بها $5A$ فإذا كانت مقاومتها20Ω فاحسب القدرة الكهربائية (الاستطاعة), و بعد مضي نصف شهر من التوصيل, أحسب الطاقة الكهربائية و كمية الحرارة و ما تكاليف هذه الحرارة إذا علمت ان سعر الكليوواط ساعي هو: 2.5 دج.

تمرين 4

باستعمال قانوني كيرشوف اوجدشدة التيار في كل فرع من الشبكة التالية

$e_1 = 9V;\ e_2 = 4.5V;\ r_1 = 0.5\Omega;\ r_2 = 0.5\Omega;$

$R_1 = 10\Omega;\ R_2 = 20\Omega\ et\ R_3 = 30\Omega$

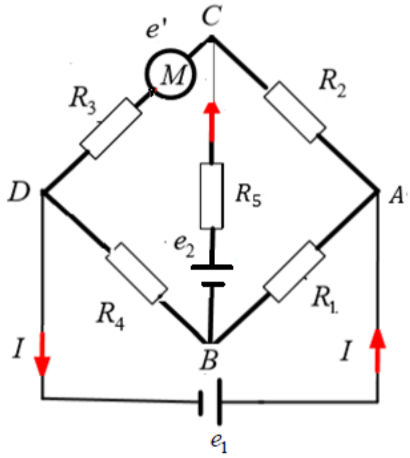


تمرين 5

اوجد شدة التيار في كل فرع من الشبكة التالية، مع علم أن المقاومات الداخلية للمولدات و المحرك M مهملة.

$$R_1 = R_2 = 20\Omega,\ R_3 = R_4 = 10\Omega;\ R_4 = 60\Omega\,, R_5 = 15\Omega$$

$$e_1 = 50V;\quad e_2 = 30V;\quad e' = 5V$$

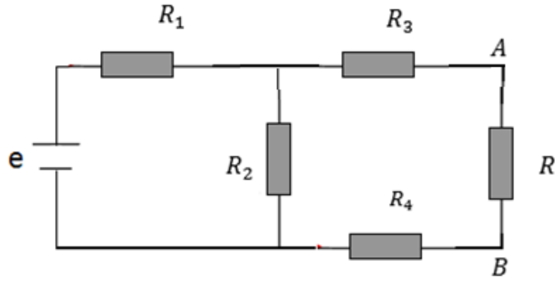


تمرين 6

نحقق التركيب المبين على الشكل في الاسفل. تعطى:

$e = 15V;\ \ R_1 = 6\Omega;\ R_2 = R_3 = 3\Omega,\quad R_4 = 10\Omega;\ \ R = 5\Omega$

1. عين العنصرين E_{Th} و R_{Th} لنموذج تيفنا المكافئ
2. أستنتج شدة التيار الكهربائي الذي يغذي المقاومة R و كذا فرق الكمون بين طرفيها



حلول تمارين سلسلة 3

تمرين 1

1.سرعة إنتقال الالكترونات داخل سلك النحاس

كثافة التيار :

$$J = \frac{I}{S} = 4 \times 10^6\ A/m^2$$

لدينا: $V = \frac{M}{\rho_{cu}}$

عدد الذرات في وحدة الحجم هي: $n = \frac{N}{V} = \frac{N.\rho_a}{M}$

حيث : ρ_{cu} الكتلة الحجمية للفضة, M الكتلة المولية الجزيئة و N عدد أفوقادرو

$$n = \frac{6.03\ 10^{23} \times 8.8 \times 10^3}{63.6 \times 10^{-3}} = 0.83 \times 10^{29}\ atoms/m^3$$

و حيث إن كل ذرة تعطي إلكترونين طليقين فإن عدد الالكترونات لوحدة الحجوم تساوي:

$$n = 0.83 \times 10^{29} \times 2 = 1.66 \times 10^{29}\ electrons/m^3$$

إذن سرعة تحرك الالكترونات :

$$J = n.q.v \ \Rightarrow\ v = \frac{J}{n.q} = \frac{4 \times\ 10^6}{1.66 \times 10^{29} \times 2 \times 1.602\ \times 10^{-19}} = 0.75 \times 10^{-4}\ m/s$$

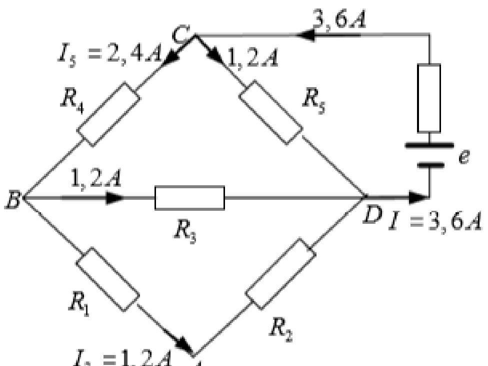
2.الحقل الكهربائي

$$E = \frac{J}{\sigma} = \frac{4 \times\ 10^6}{5.77 \times 10^7} \approx 7 \times 10^{-2}\ V/m$$

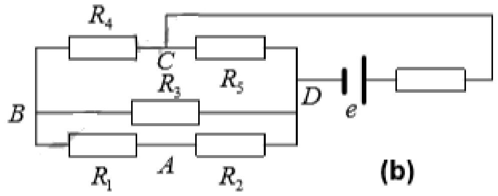
تمرين 2

1. حساب الشدة في كل مقاومة:

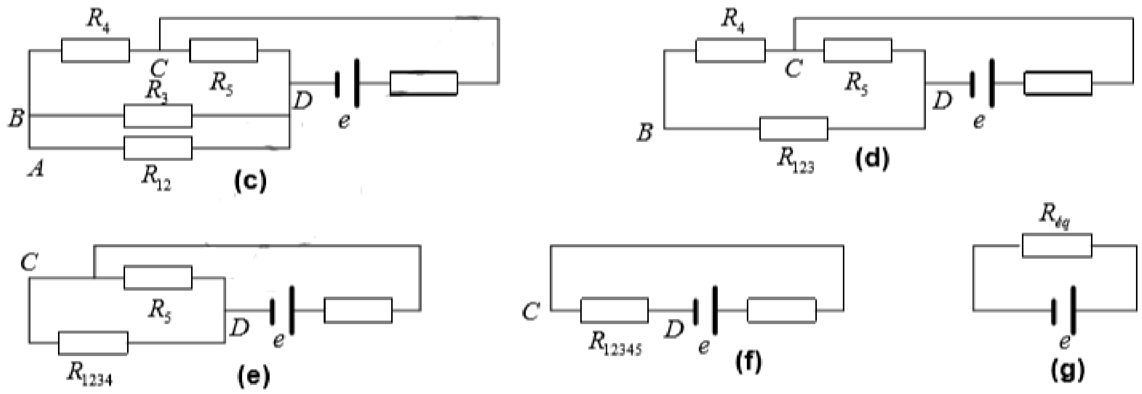
كل الاشكال الممثلة في الاسفل مكافئة للشكل المعطى في التمرين.



(a)



(b)



من الشكل (b): $R_{12} = R_1 + R_2 \rightarrow R_{12} = 3\Omega$

من الشكل (c): $\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{123} = \frac{R_{12}R_3}{R_{12}+R_3} \rightarrow R_{123} = 2\Omega$

من الشكل (d): $R_{1234} = R_{123} + R_4 \rightarrow R_{1234} = 3\Omega$

من الشكل (e): $\frac{1}{R_{12345}} = \frac{1}{R_{1234}} + \frac{1}{R_5} \Rightarrow R_{12345} = \frac{R_{1234}R_5}{R_{1234}+R_5} \rightarrow R_{12345} = 2\Omega$

من الشكل (f): $R_{eq} = R_{12345} + r \rightarrow R_{éq} = 2.5\Omega$

من الشكل (g): $I = \frac{e}{R_{éq}} \rightarrow I = 3.6A$

انطلاقا من هذه النتيجة و من الشكل (g) المناسب لها و مرورا بالاشكال من (f) و حتى (a) بالترتيب نحصل على مختلف الشدات في كل فرع من فروع الدارة:

في الشكل (f): $I = 3.6A$

في الشكل (e): $V_{CD} = R_5 I_5 = -rI + e \Rightarrow I_5 = \frac{-rI+e}{R_5} = \frac{-0.5\times3.6+9}{6} \rightarrow I_5 = 1.2A$

أما عبر المقاومة R_{1234} أي عبر R_{123} و R_4 فالشدة هي: $I_4 = I - I_5 \rightarrow I_4 = 2,4A$

في الشكل (c): الشدة عبر R_{12} تساوي عبر R_3 بما أن المقاومتين متساويتان: $I_3 = \frac{2.4}{2} \rightarrow I_3 = 1.2A$

2. الاستطاعة المنتجة من قبل المولد:

$$P = R_{eq} I^2 = eI \rightarrow P = 32.4W$$

3. فرق الكمون بين A و C

$$V_{AC} = R_2 I_3 + rI - e = (1\times 1,2) + (o,5\times 3,6 - 9) \rightarrow V_{AC} = -4,8V$$

<u>تمرين 3</u>

الاستطاعة الكهربائية:

$$P = RI^2 = 20\times 5^2 = 500W$$

أما الطاقة الكهربائية فتحسب من المعادلة:

$$E = P.t = 500\times 15\times 24\times 60\times 60 = 6.48\times 10^8 J$$

كمية الحرارة :

$$Q = \frac{6.48\times 10^8}{4.186} = 1.55\times 10^8\ Cal$$

تكلفة بالدينار جزائري:

$$Cost = 6.48 \times 10^8 \times \frac{1KW.h}{10^3 \times 60 \times 60} \times \frac{2.5}{KW.h} = 450\ Da$$

<u>تمرين 4</u>

في الشبكة لدينا: 2عقد و 3 فروع

حسب قانون الاول لكيرشوف: عدد معادلات التيار هي $n - 1 = 1$

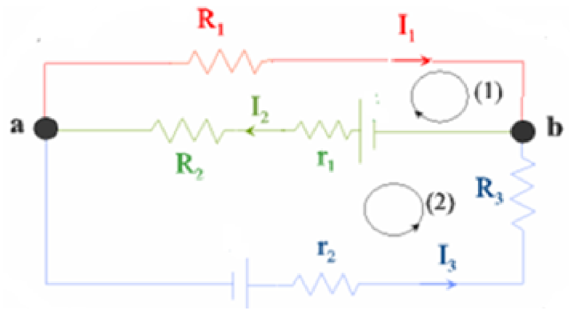
$$\sum I_s = \sum I_e$$

اذن:

العقدة a : $I_2 = I_1 + I_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$

او

العقدة b: $I_1 + I_3 = I_2$



حسب قانون الثاني ليكرشوف: $m = b - (n-1) = 3 - (2-1) = 2$

اذن لدينا 2 معادلات عروات

$$\sum_{i=1}^{n} R_i I_i = \sum_{i=1}^{n} e_i$$

العروة 1

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 + r_1 I_2 = e_1$$

$$R_1 I_1 + (R_2 + r_1) I_2 = e_1$$

$$10 I_1 + 20.5 I_2 = 9 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

العروة 2:

$$R_2 I_2 + r_1 I_2 + r_2 I_3 + R_3 I_3 = e_1 + e_2$$

$$(R_2 + r_1) I_2 + (R_3 + r_2) I_3 = e_1 + e_2$$

من المعادلة (1) نستخرج قيمة I_3 بدلالة I_1 و I_2 و نعوضها في معادلة العروة (2) فنجد:

$$(R_2 + r_1) I_2 + (R_3 + r_2)(I_2 - I_1) = e_1 + e_2$$

$$-(R_3 + r_2) I_1 + (R_2 + r_1 + R_3 + r_2) I_2 = e_1 + e_2$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3) -30.5I_1 + 51I_2 = 13.5$$

اذن لدينا جملة معادلتين يمكن حلها بطريقة المصفوفات

$$\begin{cases} 10I_1 + 20.5I_2 = 9 \\ -30.5I_1 + 51I_2 = 13.5 \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 9 & 20.5 \\ 13.5 & 51 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & 20.5 \\ -30.5 & 51 \end{vmatrix}} = 0.16A$$

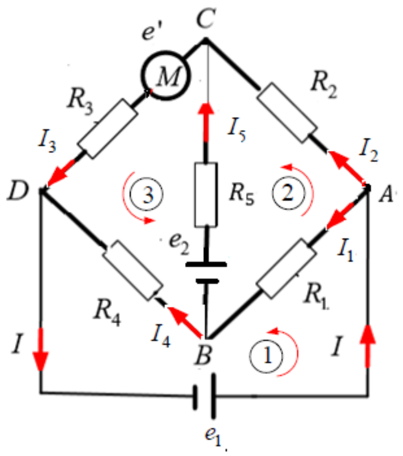
$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 9 \\ 30.5 & 13.5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & 20.5 \\ -30.5 & 51 \end{vmatrix}} = 0.36A$$

$$I_3 = I_2 - I_1 = 0.2A$$

<u>تمرين 5</u>

في الشبكة لدينا: 4عقد و 6 فروع

حسب قانون الاول لكيرشوف: عدد معادلات التيار هى $n - 1 = 3$



$$\sum I_s = \sum I_e$$

اذن:

العقدة A : $I = I_1 + I_2$

العقدة B : $I_1 = I_4 + I_5$

العقدة C : $I_3 = I_2 + I_5$

العقدة D : $I = I_3 + I_4$

حسب قانون الثاني ليكرشوف:3 $6 - (4 - 1) = 3$

اذن لدينا 3 معادلات عروات

$$\sum_{i=1}^{n} R_i I_i = \sum_{i=1}^{n} e_i$$

العروة 1: $e_1 = R_1I_1 + R_4I_4$

العروة 2: $-e_2 = -R_1I_1 + R_2I_2 - R_5I_5$

العروة 3: $e_2 - e' = R_3I_3 - R_4I_4 + R_5I_5$

$$\begin{cases} e_1 = R_1I_1 + R_4I_4 \\ -e_2 = -R_1I_1 + R_2I_2 - R_5I_5 \\ e_2 - e' = R_3I_3 - R_4I_4 + R_5I_5 \end{cases}$$

من المعادلات التيار نستخرج قيم I و I_4 و I_5 بدلالة I_1 و I_2 و I_3 نعوضها في معادلات العروات فنجد:

$$\begin{cases} e_1 = R_1 I_1 + R_4(R_1 + R_2 - I_3) \\ -\ e_2 = -R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_5(I_3 - I_2) \\ e_2 - e' = R_3 I_3 - R_4 I_4 + R_5(I_3 - I_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} e_1 = (R_1 + R_4) I_1 + R_4 I_2 - R_4 I_3 \\ -\ e_2 = -R_1 I_1 + (R_2 + R_5) I_2 - R_5 I_3 \\ e_2 - e' = -R_4 I_1 + I_2(-R_5 - R_4) + (R_3 + R_4) I_3 \end{cases}$$

اذن لدينا جملة معادلات يمكن حلها بطريقة المصفوفات

$$\begin{cases} 30I_1 + 10I_2 - 10I_3 = 50 \\ -20I_1 + 35I_2 - 15I_3 = -30 \\ -10I_1 - 25I_2 + 35I_3 = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3I_1 + I_2 - I_3 = 5 \\ -2I_1 + 3.5I_2 - 1.5I_3 = -3 \\ -I_1 - 2.5I_2 + 3.5I_3 = 2.5 \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 1 & -1 \\ -3 & 3,5 & -1,5 \\ 2,5 & -2,5 & 3,5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -2 & 3,5 & -1,5 \\ -1 & -2,5 & 3,5 \end{vmatrix}} = 2.833A$$

طريقة حساب مصفوفة 3×3 :

$$I_1 = \frac{5\begin{vmatrix} 3.5 & -1,5 \\ -2,5 & 3,5 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} -3 & -1,5 \\ 2,5 & 3,5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -3 & 3,5 \\ 2,5 & -2,5 \end{vmatrix}}{3\begin{vmatrix} 3,5 & -1,5 \\ -2,5 & 3,5 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} -2 & -1,5 \\ -1 & 3,5 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} -2 & 3,5 \\ -1 & -2,5 \end{vmatrix}}$$

$$I_1 = \frac{5\big(3,5 \times 3,5 - (-2,5) \times (-1,5)\big) - \big((-3)3,5 - 2,5(-1,5)\big) - \big((-3) \times (-2,5) - 2,5 \times 3,5\big)}{3\big(3,5 \times 3,5 - (-2,5) \times (-3,5)\big) - \big(-2 \times 3,5 - (-1) \times (-1,5)\big) - \big(-2(-2,5) - (-1)3,5\big)}$$

$$I_1 = \frac{72,25}{25,5} = 2,833A$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 5 & -1 \\ -2 & -3 & -1,5 \\ -1 & 2,5 & 3,5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -2 & 3,5 & -1,5 \\ -1 & -2,5 & 3,5 \end{vmatrix}} = 1,186A$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 & 5 \\ -2 & 3,5 & -3 \\ -1 & -2,5 & 2,5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -2 & 3,5 & -1,5 \\ -1 & -2,5 & 3,5 \end{vmatrix}} = 2.127A$$

$$I = I_1 + I_2 = 4{,}019A$$

$$I_4 = I_1 + I_2 - I_3 = 1{,}892A$$

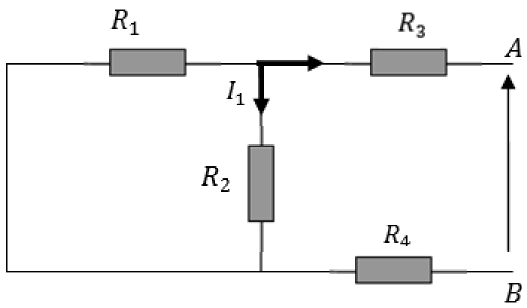
$$I_5 = I_3 - I_2 = 0{,}941A$$

تمرين 6

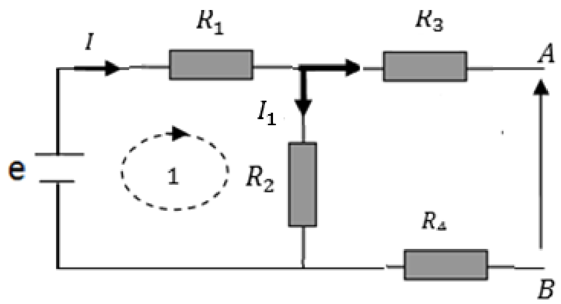
نطفئ منابع التوتر و نحسب المقاومة المكافئة R_{th} , بحذف الفرع AB :

$$R_{th} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_4$$

$$R_{th} = 3 + \frac{18}{9} + 10 = 15\Omega$$



E_{th}هي فرق الكمون المقاس بين الطرفين A و B عندما يكون التوصيل بين A و B محذوف (دارة مفتوحة)



الدارة مفتوحة بين طرفين A وB أي

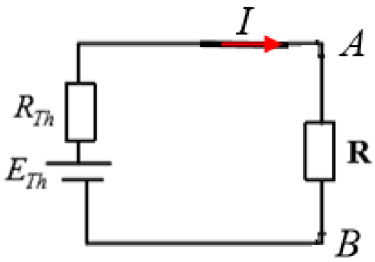
$$I_2 = 0I = I_2 \quad ;$$

$$E_{th} = V_A - V_B = R_2 I$$

و من جهة ثانية بتطبيق قانون الثاني لكيرشوف على العروة 1:

$$(R_1 + R_2)I - e = 0 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{e}{R_1 + R_2}$$

و منه



$$E_{th} = \frac{R_2.e}{R_1 + R_2}$$

$$E_{th} = \frac{45}{9} = 5V$$

لحساب شدة التيار I , نعتبر مولد تيفنا المكافئ مغذيا الفرع AB

$$V_{AB} = RI = E_{th} - R_{th}I \;\; \Rightarrow I = \frac{E_{th}}{R + R_{th}}$$

تعويض و نجد عبارة الشدة:

$$I = \frac{5}{20} = 0.25A$$

تعيين فرق الكمون بين النقطتين A و B :

$$V_{AB} = RI = 5 \times 0.25 = 1.25V$$

الفصل الرابع: المغناطيسية الساكنة

مقدمة

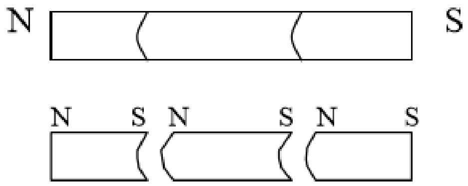
إن الظاهرة المغناطيسية اكتشفت منذ أمد بعيد حيث اكتشف علماء الاغريق الحجر المغناطيسي أو ما يسمى بالمغناطيس الطبيعي في مدينة مغنيسيا في آسيا صغرى والذي كان يتميز بجذب القطع الصغيرة من الحديد الصلب إليه. ترجع دراسة الظاهرة المغناطيسية بصورة تجريبية إلى العالم أرستد Œrsted سنة 1820 حيث لاحظ أن مرور تيار كهربائي في سلك على مقربة من إبرة ممغنطة يجعلها تنحرف, مما يدل على أن هناك قوى مغناطيسية ناتجة عن التيار الكهربائي. أثبتت هذه التجربة أن سلكا يعبره تيار كهربائي يكتسب خصائص مغناطيسية مماثلة لتلك التي يتميز بها مغناطيس طبيعي. وأول دراسة للخواص المغناطيسية للمواد تمت بدلك قضيب من الحديد بقطعة من المغناطيس الطبيعي حيث اكتسب القضيب الخاصية المغناطيسية وسمي المغناطيس في هذه الحالة بالمغناطيس الصناعي الدائم.

اقتصرنا في الفصول السابقة على دراسة الشحنات الكهربائية الساكنة والشحنات الكهربائية المتحركة. أما الفصل الاخير فسنتطرق إلى المغناطيسية الساكنة. المغناطيسية الساكنة، هي دراسة الحقول المغناطيسية في الحالة المستقرة، وهي الحالة التي يكون فيها الحقل المغناطيسي مستقلاً عن الزمن؛ أي الحالة التي تكون فيها قيمته وجهته في نقطة معينة ثابتتين، ولا تتعلقان إلا بموضع تلك النقطة.

1. خواص المغناطيس

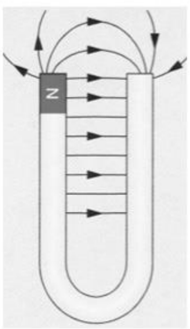
بشكل عام تتمتع المغانط الدائمة بمجموعة خواص نلخصها بما يلي:

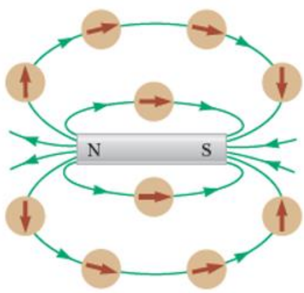
- يبقى لكل مغناطيس, مهما بالغنا في تجزئته قطبان الاول شمالي N (يتجه نحو القطب الشمالي للأرض) و آخر جنوبي S (يتجه نحو القطب الجنوبي للأرض)



- القطبان المتماثلان يتنافران والقطبان المختلفان يتجاذبان
- خطوط الحقل المغناطيسي خطوط مغلقة, و هي موجهة بحيث تخرج من القطب N و تدخل عبر S

نتمكن من مشاهدة أهداب أو خطوط الحقل بنشر برادة الحديد حول المغناطيس, نلاحظ خطوطا تشبه خطوط الحقل لثنائي القطب الكهربائي.





2. الحقل المغناطيسي

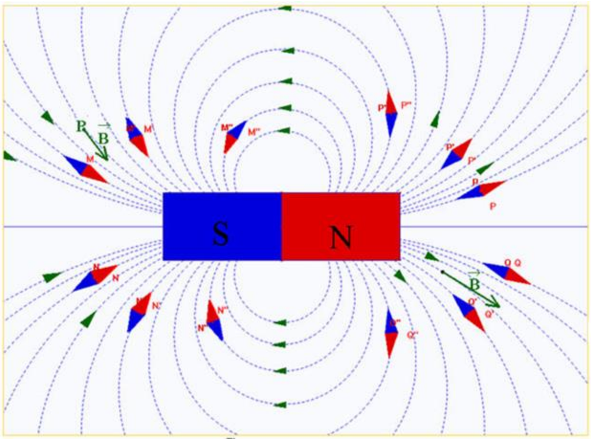
ينشأ الحقل المغناطيسي عن مغناطيس أو تيار كهربائي أو عن شحنات متحركة ، ويكون مستقراً في جوار المغناطيس الدائم

أو التيار الكهربائي المستمر الذي يجري في ناقل، ويدعى بالحقل المغناطيسي الساكن. ويؤثر هذا الحقل المغناطيسي بقوى مغناطيسية في شحنات كهربائية متحركة ونواقل تجري فيها تيارات كهربائية، مثلما يؤثر الحقل الكهربائي الساكن في الشحنات الكهربائية.

إن الفضاء المحيط بالمغناطيس يتميز بحقل يدعى الحقل المغناطيسي يرمز له ب $\vec{B}$, اتجاهه هو الذي تؤشر عليه البوصلة, و هو مماسي في أي نقطة لخطوط الحقل المغناطيسي.

إن للحقل المغناطيسي شدة و حامل و جهة، حيث خصائصه في نقطةM من الفضاء هي:

- نقطة التطبيق: هي النقطة المعتبرة M .
- الحامل: هو حامل الإبرة المغناطيسية الموضوعة في تلك النقطة .
- الجهة: من جنوب الإبرة نحو شمالها .
- الشدة : تقاس بوحدة تسلا Tesla رمزها $T = Ns/Cm$



إذا أثرت عدة حقول مغناطيسية على شحنة كهربائية في حالة حركة أو على إبرة ممغنطة فإن الحقل المغناطيسي المكافئ $\vec{B}$ يساوي المجموع الشعاعي لكافة الحقول المؤثرة (مبدأ تراكب صالح):

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \cdots \dots \dots \dots + \vec{B}_n$$

3. القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة كهربائية متحركة (قانون لورنتز)

في نهاية القرن التاسع عشر، أعطى الفيزيائي الهولندي هندريك لورنتز عبارة القوة $\vec{F}$ المطبقة على شحنة نقطية كهربائية q متحركة بسرعة $\vec{v}$ داخل حقل كهربائي $\vec{E}$ وحقل مغناطيسي$\vec{B}$ معا

$$\vec{F} = \vec{F}_C + \vec{F}_m = q\vec{E} + q.\vec{v}\wedge\vec{B} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\wedge\vec{B}\right)$$

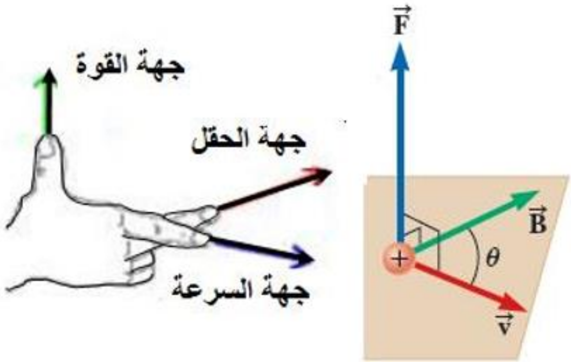
في حالة وجود حقل مغناطيسي فقط حيث $\vec{E} = \vec{0}$, فإن قوة لورنتز تصبح,(أنظر للشكل مقابل):

$$\vec{F} = \vec{F}_m = q\left(\vec{v}\wedge\vec{B}\right)$$

حيث تعطى طويلة القوة في هذه الحالة:

$$F = qvB\sin(\vec{v},\vec{B}) = qvB\sin\theta$$

- القوة المغناطيسية $\overrightarrow{F_m}$ متعامدة في آن واحد مع شعاع السرعة و شعاع المغناطيسي.
- لتعيين الاتجاه نطبق قاعدة اليد اليمنى.
- تبلغ القوة المغناطيسية قيمتها العظمى عند $\theta = \frac{\pi}{2}$, أي $F_m = qvB$



مثال

احسب F_m القوة المغناطيسية المؤثرة على بروتون شحنته $q = +e = 1.6\times10^{-19}C$ عند دخوله حقل مغناطيسي منتظم شدته $B = 2\,T$ بسرعة $v = 5\times10^{6}m/s$ و ذلك من أجل زاوية $\widehat{(\vec{v};\vec{B})} = \theta = \frac{\pi}{6}rad$.

بفرض أن كتلة البروتون $m_e = 1.67\times10^{-27}Kg$, احسب قوة الجاذبية الارضية F_g المؤثرة عليه علما أن تسارع الجاذبية الارضية $g = 9{,}8\,m/s^2$ و قارنها مع القوة المغناطيسية.

الاجابة

نطبق العلاقة:

$$F_m = q.v.B\sin\theta = 1.6\times10^{-19}\times5\times10^{6}\times\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 8\times10^{-13}\,N$$

نحسب قوة الجاذبية الارضية F_g

$$F_g = m_e.g = 1.67\times10^{-27}\times9.8 \approx 16.4\times10^{-27}N$$

نقارن القوتين :

$$\frac{F_m}{F_g} = \frac{8\times10^{-13}}{16.4\times10^{-27}} \approx 0.5\times10^{14} \Rightarrow F_m \gg F_g$$

نستنتج أن قوة الثقل F_g مهملة بالمقارنة مع القوة المغناطيسية F_m

4. القوة المغناطيسية المؤثرة على تيار كهربائي

1.4قانون لابلاص

ليكن سلك ناقل، يجتازه تيار كهربائي I، في مجال مغناطيسي $\vec{B}$, فإن كل حجم عنصري dV للناقل طوله $\overrightarrow{dl}$ و مقطعه S

كل شحنة تخضع لقوة مغناطيسية مقدارها: $q.\vec{v}\wedge\vec{B}$
و منه n شحن تخضع للقوة مغناطيسية

$$\vec{f} = nq\vec{v}\wedge\vec{B}$$

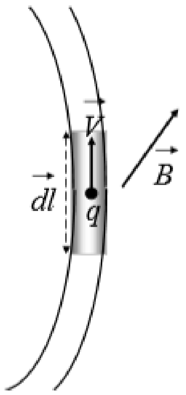
نعلم أن كثافة التيار:

$$\vec{J} = nq\vec{v}$$

$$\vec{f} = nq\vec{v}\wedge\vec{B} = \vec{J}\wedge\vec{B}$$

و شدة التيار تساوي:

$$\vec{I} = S.\vec{J} = nqS\vec{v}$$



القوة الكلية المؤثرة على عنصر الطول:

$$\overrightarrow{dF} = \vec{f}.dV = \vec{f}.S.dl = S.dl.\vec{J}\wedge\vec{B} = I\overrightarrow{dl}\wedge\vec{B}$$

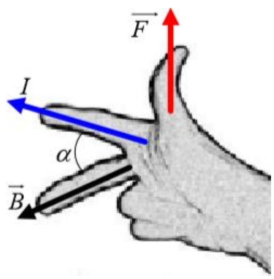
إذن القوة الكلية:

$$\vec{F} = I.\int_{\text{لوطلقان}} \overrightarrow{dl}\wedge\vec{B}$$

هذه القوة متعامدة على المستوى الذي يشكله المجال مغناطيسي $\vec{B}$ و عنصر $\overrightarrow{dl}$ من السلك

إذا كانت α الزاوية بين الناقل المستقيم و شعاع الحقل المغناطيسي فإن:

$$F = B.I.l.\sin\alpha$$



هذه العبارة هي قانون لا بلاص.

للحصول على الحامل و الاتجاه نستعمل قاعدة اليد اليمنى, يشير الابهام إلى اتجاه

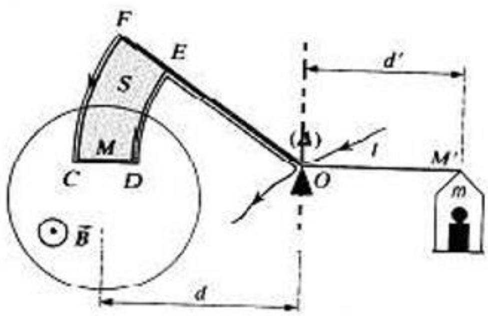
و منحى التيار الكهربائي , و نمدد السبابة وفق منحى $\vec{B}$, في هذه الحالة

تشير الوسطى إلى $\vec{F}$ بعد تسريحها عموديا على المستوي المحدد من طرف الموصل و B .

<u>2.4. تطبيق (ميزان كوتون)</u>

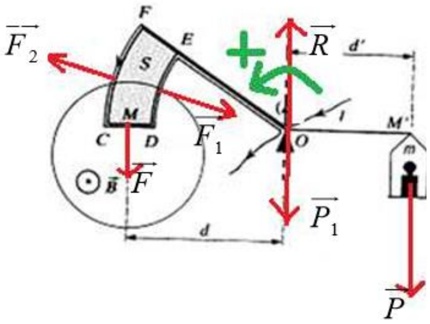
قبل وجود التسلامتر , كان ميزان كوتون يلعب دوره حيث كان يستعمل لقياس شدة الحقل المغناطيسي. يتكون هذا الميزان من ساقين. على طرف الأول, نعلق كفة يمكن أن نضع بها كتلا. الساق الثانية محاطة بسلك ناقل, جزء مستقيم من هذا الناقل CD وضع عموديا على الحقل المغناطيسي المنتظم المراد قياس شدته. عندما لا يمر أي تيار بالسلك الناقل $(I = 0)$ و لا تكون أي كتلة على الكفة, يكون الميزان في حالة توازن

عندما نمرر تيارا كهربائيا في الناقل الامي وفي منحى ملائم, يختل التوازن تحت تأثير قوة لا بلاص. نعيد التوازن بإضافة كتل معلومة وزنها على الكفة و نضبط شدة التيار الكهربائي في الناقل.



1. مثل اتجاه الثقل $\vec{P}$ للكتل و قوة لا بلاص $\vec{F}$ المطبقة على الجزء المستقيم ذي الطول $CD = l$. أعط عبارة عزم كل منهما بالنسبة للمحور Δ .
2. بين أن عزم كل من قوى لا بلاص المطبقة على الضلعين ED و FD منعدم.
3. علما أن $l = 3\ cm$, $d = 10\ cm$ و $d' = 3\ cm$ و $g = 9{,}8\ m/s^2$, يعاد التوازن بوضع كتلة $m = 10\ g$ على الكفة و ضبط التيار على القيمة $I = 6{,}8\ A$. أحسب قيمة شدة الحقل المغناطيسي B.

الإجابة



1. عبارة عزم الثقل $\vec{P}$:

$$M_\Delta(\vec{P}) = -mgd'$$

عبارة عزم قوة لا بلاص المطبقة على الجزء المستقيم CD :

$$\vec{F} = I\overrightarrow{CD} \wedge \vec{B} \Rightarrow F = I.CD.B$$

$$M_\Delta(\vec{F}) = +I.CD.B \times \left(d - \frac{CD}{2}\right)$$

2. $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ تمثلان على التوالي قوى لا بلاص المطبقتين على الضلعين الدائريين ED و FC .

اتجاه كل منهما يتقاطع مع محور الدوران بالنقطة O. نستنتج أن $M_\Delta(\vec{F_1}) = M_\Delta(\vec{F_2}) = 0$

3. عندما يكون الميزان في حالة توازن, مجموع عزوم القوى المطبقة عليه بالنسبة للمحور Δ منعدم:

$$\sum M_\Delta(\vec{F}) = 0$$

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{F}) + M_\Delta(\vec{F_1}) + M_\Delta(\vec{F_2}) + M_\Delta(\vec{P_1}) + M_\Delta(\vec{R}) = 0$$

حيث $\vec{P_1}$ ثقل الميزان في غياب الكتلة m

اتجاه كل من $\vec{P_1}$ و $\vec{R}$ يتقاطع مع المحور Δ إذن

$$M_\Delta(\vec{P_1}) + M_\Delta(\vec{R}) = 0$$

نستنتج:

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{F}) = 0 \Rightarrow -mgd' + I.CD.B\left(d - \frac{CD}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow B = \frac{mgd'}{I.CD\left(d - \frac{CD}{2}\right)}$$

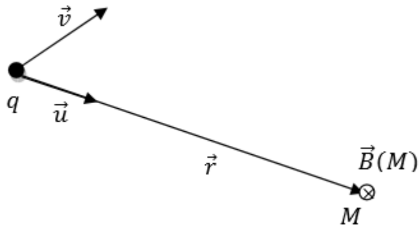
تطبيق عددي:

$$B = \frac{10.10^{-3} \times 9.8 \times 10.10^{-2}}{6.8 \times 1.5.10^{-2} \times (10 - 1.5)10^{-2}} \Rightarrow B = 1.1T$$

5. الحقل المغناطيسي الناتج عن مجموعة من الشحنات النقطية المتحركة

الحقل المغناطيسي الناتج عن شحنة نقطية q تتحرك بسرعة $\vec{v}$ في النقطة

M يعطى بالعلاقة التالية:



$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{u}}{r^2}$$

حيث الثابت μ_0 النفاذية المغناطيسية في الفراغ

يساوي: $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\, T.m.A^{-1}$

ليكن لدينا N شحنة نقطية q_i تتحرك بسرعة $\vec{v}_i$, بتطبيق مبدأ التراكب, يكون الـ نتيجة لهذه الشحن هو المجموع الشعاعي للحقول:

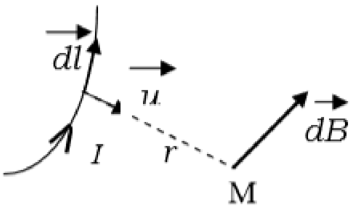
$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i\vec{v}_i\times\vec{u}_i}{r_i^2}$$

6. الحقل المغناطيسي الناتج عن تيار كهربائي

1.6 قانون بايوت و سافارت

في عام 1820 وضع بايوت و سافارت قانونا لا يجاد شدة الحقل المغناطيسي عند نقطة ما في محيط ناقل يحمل تيارا مستمر.

ليكن لدينا عنصر طول من الدارة dl متميز بالمتجه $\vec{dl}$, يولد هذا العنصر في نقطة M حقلا مغناطيسيا عنصريا $\vec{dB}$ يعطى بقانون بايوت و سافارت:

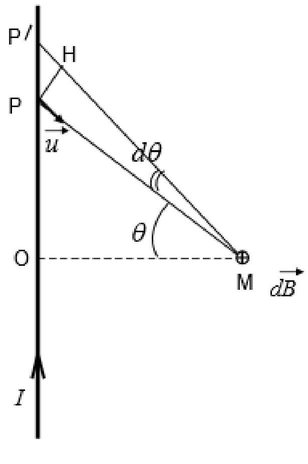


$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\times\vec{u}}{r^2}$$

و يعطى الحقل الكلي $\vec{B}$ في النقطة M الناشئ عن كل الدارة:

$$\vec{B}(M) = \int d\vec{B}\,(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{Id\vec{l}\times\vec{u}}{r^2}$$

2.6. الحقل المغناطيسي الناتج عن تيار مستقيم لا متناهي الطول



يمثل الشكل المقابل سلكا لا متناهي الطول, يجتازه تيار كهربائي شدته I .

نريد تعيين عبارة الحقل المغناطيسي الناتج عن كل السلك في النقطة M الواقعة على المحور Oy.

الحقل المغناطيسي $d\vec{B}$, الناتج عن الجزء العنصري $PP' = dl$ للسلك في النقطة M يعطى بالعبارة:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\wedge\vec{u}}{r^2}$$

حيث: $r = PM$

هذا الحقل متعامد في النقطة M على المستوى الذي يشكله $\vec{u}$ وعنصر $\vec{dl}$ من السلك. اتجاهه يعطى بقاعدة اليد اليمنى , أما شدته فهي:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\cos\theta}{r^2}$$

من خلال الشكل لدينا:

$$r = \frac{a}{\cos\theta}; \qquad PH = r\,d\theta$$

$$\Rightarrow dl = \frac{r\,d\theta}{\cos\theta}$$

إذن:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a}\cos\theta\,d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0\,I}{4\pi\,a}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2}\cos\theta\,d\theta \quad \Rightarrow B = \frac{\mu_0\,I}{2\pi\,a}$$

سلسلة تمارين 4

تمرين 1

يدخل بروتون شحنته $q=+e=1.6\times10^{-19}C$ حقل تحريض مغناطيسي منتظم مقدربالتسلا معطى وفق العلاقة $\vec{B}=0\vec{\imath}+0\vec{\jmath}+2\vec{k}$ وبسرعة مقدرة ب m/s وفق العلاقة: $\vec{v}=10^{6}\left(0\vec{\imath}+\vec{\jmath}+0\vec{k}\right)$

1 . أوجد شدة و اتجاه القوة المغناطيسية.

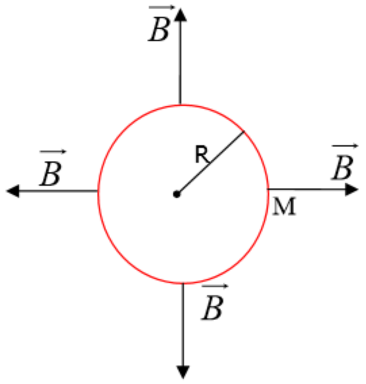
2. أوجد شدة و اتجاه الحقل الكهربائي $\vec{E}$ الواجب تطبيقه على البروتون كي لا يحيد عن مساره

تمرين 2

في اللحظة التي نتخذها كمبدأ للأزمنة, توجد جسيمة كتلتها m و شحنتها q في سكون في نقطة نأخذها كمبدأ للفضاءات.
ننشئ في هذه اللحظة حقلا مغناطيسيا ثابتا $\vec{B}=B\vec{u}_z$ و حقلا كهربائيا $\vec{E}=E\vec{u}_y$

1.أكتب المعادلات التفاضلية المسيرة لحركة الجسيمة. نضع $\omega=\frac{q}{m}B$

2.أوجد المعادلات الزمنية للمسار. نضع $A=\frac{E}{B\omega}$



تمرين 3

تتكون وشيعة مكبر صوت إلكتروديناميكي من $N=200$ لفة دائرية نصف $R=5mm$, و توجد في حقل كهربائي منتظم و عمودي على السلك الناقل ا في كل نقاطها و شدته $B=650mT$.
الوشيعة يمر بها تيار كهربائي شدته $I=246mA$.

1.مثل في النقطة M متجهة قوة لا بلاص الجزيئية المطبقة على جزء من الدار طوله dl صغير جدا بحيث يمكن اعتباره مستقيما و مركزه النقطة M .

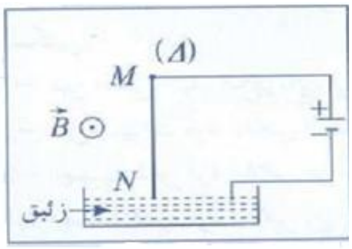
2.حدد اتجاه و منحى متجهة قوة لا بلاص الكلية$\vec{F}$ المطبقة على الوشيعة.

3.أحسب الطول الكلي للناقل المكون للوشيعة

4.أعطى قياس شدة قوة لا بلاص المطبقة على الوشيعة القيمة: $F=1N$. بين أن شدة هذه القوة هي نفس شدة قوة لا بلاص المطبقة على السلك الناقل لو كان مستيقيما و في نفس الشروط

تمرين 4

نعتبر ناقلا مستقيما MN متجانسا كتلته m و طوله l يمكنه الدوران حول محور (Δ) يمر من طرفه M, طرفه الآخر مغمور في حوض للزئبق الذي يلعب دور ناقل (انظر الشكل) عندما نغلق الدارة يمر تيار كهربائي شدته I . نغمر التركيب في حقل مغناطيسي منتظم $\vec{B}$أفقي عمودي على الناقل MN .



1. فسر كيفيا ماذا يحدث عندما يكون:
- $I=0$ و $B\neq0$
- $I\neq0$ و $B=0$
- $I\neq0$ و $B\neq0$

2. نمرر تيارا شدته $I=6A$ فتنحرف الساق بزاوية α

1.2. حدد مميزات قوة لابلاص

2.2.بدراستك توازن الناقل MN, عين زاوية الانحراف α

3.2. ماذا يحدث عندما نعكس قطبي المولد؟

نعطي: $l=10cm$ و $g=10\,m/s^2$ و $B=20mT$ و $m=8g$

تمرين 5

سلكان طويلان و متوازيان يمر بكل منهما تيار كهربائي قيمته I فإذا كانت المسافة بينهما $2a$.
ماهو اتجاه و عبارة الحقل المغناطيسي B في منتصف المسافة بينهما في الحالات التالية:

a. للتيارن الاتجاه نفسه.

b. التياران متعاكسان في الاتجاه.

c. السلكان متعامدان

d. السلكان متعامدان و قيمة التيارين مختلفتان I_1 و I_2

حلول التمارين

تمرين 1

.1. شدة و اتجاه القوة المغناطيسية:

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^6 \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 3.2 \times 10^{-13}\vec{\imath}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_m| = 3,2 \times 10^{-13} N$$

نستنتج أن $\vec{F}_m$ منطبقة على المحور $\overrightarrow{Ox}$ و بجهته

2.كي لا يحيد البروتون عن مساره يجب تطبيق قوة كهربائية مساوية للقوة المغناطيسية و معاكسة لها بالاتجاه

$$\vec{F}_C = q\vec{E} = -\vec{F}_m = -q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \Rightarrow \vec{E} = -\vec{v} \wedge \vec{B} = -2\vec{\imath}$$

$$\Rightarrow |\vec{E}| = 2\, V/m$$

تمرين 2

1. المعادلات التفاضلية المسيرة لحركة الجسيمة

. الجسيمة خاضعة لثلقها و قوة لورنتز. غير $R(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$نختار كمعلم لدراسة حركة الجسيمة
أننا نهمل تأثير الثقل أمام القوة الكهرومغناطيسية. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\vec{F} = m\vec{a} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right) \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$

لدينا المقادير الشعاعية:

$$\vec{a}\begin{cases} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{cases} ,\quad \vec{v}\begin{cases} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{cases} ,\quad \vec{B}\begin{cases} 0 \\ 0 \\ B \end{cases} ,\quad \vec{E}\begin{cases} 0 \\ E \\ 0 \end{cases}$$

يكتب التسارع إذن:

$$\vec{a}\begin{cases} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{cases} = \frac{q}{m}\left[\vec{E}\begin{cases} 0 \\ E \\ 0 \end{cases} + \vec{v}\begin{cases} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{cases} \wedge \vec{B}\begin{cases} 0 \\ 0 \\ B \end{cases}\right] \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{cases} = \begin{cases} \frac{q}{m}B\dot{y} \\ \frac{q}{m}E - \frac{q}{m}B\dot{x} \\ 0 \end{cases}$$

بوضع $\omega = \frac{q}{m}B$, نحصل على جملة المعادلات التفاضلية التالية التي تحكم حركة الجسيمة:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \omega\dot{y} \rightarrow (1) \\ \ddot{y} = \frac{q}{m}E - \omega\dot{x} \rightarrow (2) \\ \ddot{z} = 0 \rightarrow (3) \end{cases}$$

2.المعادلات الزمنية للمسار

نظرا للشروط الابتدائية فإن المعادلة (3) تؤدي إلى $z = 0$. تتم الحركة إذن في المستوي xOy. تكامل المعادلة (1) يعطي:

$$\dot{x} = \omega y + \dot{x}(0)$$

و بما أن المركبة الابتدائية للسرعة معدومة ($x(0) = 0$) نحصل على:

$$\dot{x} = \omega y$$

بتعويض هذه النتيجة الأخيرة في المعادلة (2) نحصل على المعادلة التفاضلية التالية:

$$\ddot{y} + \omega^2 y = \frac{q}{m}E$$

حل هذه المعادلة هو:

$$y = \frac{q}{m\omega^2}E + C\cos\omega t + D\sin\omega t = \frac{q}{m\omega.\omega}E + C\cos\omega t + D\sin\omega t$$

بما أن:

$$\omega = \frac{q}{m}B \Rightarrow B = \frac{m\omega}{q}$$

فإن:

$$\frac{q}{m\omega.\omega}E = \frac{E}{B\omega} = A$$

و عليه يمكن كتابة حل المعادلة التفاضلية السابقة على الشكل:

$$y = A + C\cos\omega t + D\sin\omega t$$

C و D ثابتا التفاضل و الواجب تحديدهما انطلاقا من الشروط الابتدائية. و بالفعل:

$$y(0) = A + C = 0 \Rightarrow C = -A$$

$$\dot{y}(0) = D\omega = 0 \Rightarrow D = 0$$

و في النهاية نحصل على:

$$y = A(1 - \cos\omega t)$$

و بما أن $\dot{x} = \omega y$ يصبح لدينا $\dot{x} = A\omega(1 - \cos\omega t)$

تكامل هذه المعادلة الأخيرة ، آخذين بعين الاعتبار الشروط الإبتدائية $x(0) = 0$ ، يعطينا:

$$x = A(\omega t - \sin\omega t)$$

<u>تمرين 3</u>

1. عبارة متجهة قوة لا بلاص الجزيئية $\overrightarrow{dF}$ المطبقة على جزء من طوله dl صغير جدا:

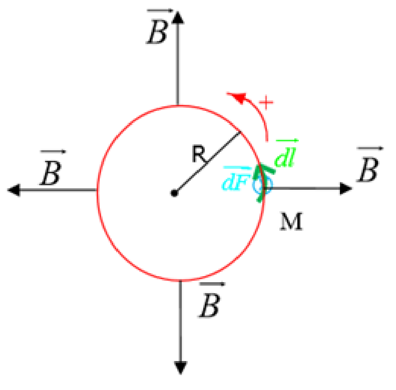
$$\overrightarrow{dF} = I.\overrightarrow{dl} \wedge \vec{B}$$

2. اتجاه و منحى القوة $\vec{F}$ هو نفس منحى القوى الجزيئية

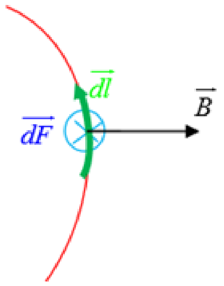
$$\vec{F} = \sum \overrightarrow{dF}$$

الاتجاه: عمودي على مستوى الوشيعة.

3. الطول الكلي للناقل المكون للوشيعة: $L = 2\pi RN$



.4



$$\vec{F} = \sum \vec{dF} \Rightarrow \vec{F} = \sum (I\vec{dl} \wedge \vec{B}) = I \sum (\vec{dl} \wedge \vec{B})$$
$$\Rightarrow \vec{F} = I(\sum \vec{dl}) \wedge \vec{B}$$
$$\sum \vec{dl} = \vec{L} \Rightarrow \vec{F} = I\,\vec{L} \wedge \vec{B}$$
$$L = 2\pi RN \Rightarrow F = I.L.B = 2\pi RN.I.B$$

-

تطبيق عددي:

$$F = 2\pi \times 5.10^{-3} \times 200 \times 246.10^{-3} \times 650.10^{-3} = 1N$$

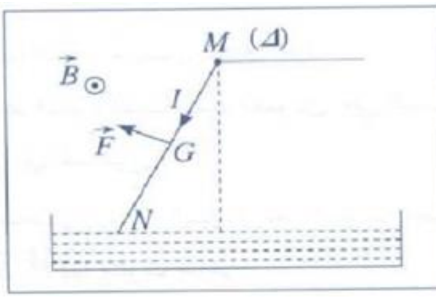
تمرين 4

1.تفسير كيفي:

في وجود حقل مغناطيسي, عندما يمر تيار كهربائي في ناقل, تظهر قوة لابلاص حيث:

$$\vec{F} = I\vec{dl} \wedge \vec{B}$$

- بالنسبة ل $I = 0$ و $B \neq O$ أو $I \neq 0$ و $B = O$ فإن: $F = 0$ إذن الناقل MN يبقى ساكنا.
- بالنسبة ل $I \neq 0$ و $B \neq O$ فإن: $F \neq 0$ و بالتالي ينحرف الناقل MN .

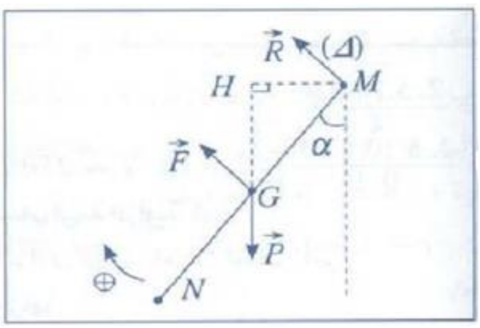


1.2. مميزات قوة لابلاص :
- نقطة التأثير: G منتصف الناقل MN
- الحامل: المستقيم العمودي على $\vec{B}$ و على MN و المار من G .
- الاتجاه: يحدد باستعال قاعدة اليد اليمنى (انظر الشكل)
- الشدة:

$$F = I.l.B = 6 \times 0.1 \times 20 \times 10^{-3} = 1{,}2 \times 10^{-2} N$$

2.2.دراسة توازن الناقل MN :

$$\sum M_\Delta(\vec{F}) = 0$$
$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{P}) = 0$$
$$-P.MH + 0 + F.MG = 0$$
$$-mg\frac{l}{2}\sin\alpha + F.\frac{l}{2} = 0$$



$$mg\sin\alpha = F \Rightarrow \sin\alpha = \frac{F}{mg}$$

$$\sin\alpha = \frac{1.2 \times 10^{-2}}{8 \times 10^{-3} \times 10} = 0.15$$
$$\alpha \approx 8.6°$$

تمرين 5

حسب مبدأ التراكب لدينا :

$$B_T = B_1 + B_2$$

حيث B_1 و B_2 الحقل المغناطيسي الناتج عن مرور التيارين I_1 و I_2 في السلكين كل على حده.

ففي الحالات الثلاث الاولى a و b و c يكون $B_1 = B_2 = B$ لأن النقطة التي يراد حساب الحقل المغناطيسي عندها تقع في منتصف المسافة بين السلكين و كذلك $I_1 = I_2 = I$. و منه فإن قيمة B عند هذه النقطة لأي من السلكين هي:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{a}$$

و يمكن تحديد اتجاه الحقل المغناطيسي باستخدام قاعدة اليد المنى.

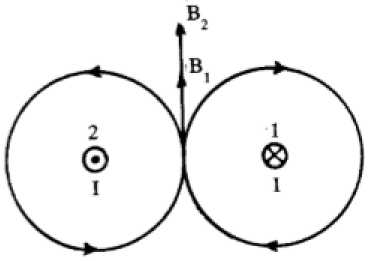
a. الحقلين B_1 و B_2 متعاكسان في الاتجاه, شكل (أ) , و متساويان في المقدار أي أن :

$$B_T = B - B = 0$$

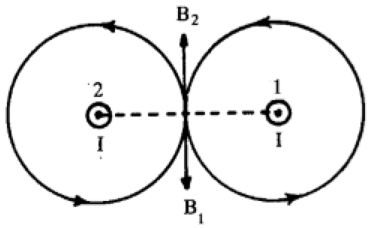
b. نتيجة لتعاكس التيارين فإن الحقل المغناطيسي للسلكين لهما الاتجاه نفسه, شكل (ب), و لهما أيضا القيمة نفسها:

$$B_T = B_1 + B_2$$

$$B_T = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} + \frac{\mu_0 I}{2\pi a} = \frac{\mu_0 I}{\pi a}$$



شكل (ب)



شكل (أ)

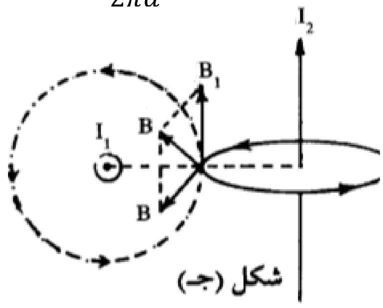
c. الحقلان B_1 و B_2 متعامدان, شكل (ج), و متساويان في المقدار B_1 أي B_2 أن:

$$B_T = (B_1^2 + B_2^2)^{1/2} = \sqrt{2}B = \sqrt{2}\frac{\mu_O I}{2\pi a}$$

d. الحقلان B_1 و B_2 متعامدان, شكل (ج), و غير متساويين في المقدار أي أن:

$$B_T = (B_1^2 + B_2^2)^{1/2} = \left[\left(\frac{\mu_O I}{2\pi a}\right)^2 + \left(\frac{\mu_O I}{2\pi a}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi a}[I_1^2 + I_2^2]^{1/2}$$



شكل (جـ)