الفصل الثالث: اختبار الفرضيات

1-مفهوم اختبار الفرضيات

2-فرضية العدم والفرضية البديلة

3-أخطاء اختبار الفرضيات وأنواعها

1- مفهوم اختبار الفرضيات

تم التطرق في الأبواب السابقة إلى وسائل دراسة معالم المجتمع المجهولة وذلك من خلال إنشاء فترات ثقة لهذه المعالم واستخدامها كمعلومة مساندة لاتخاذ القرارات، حيث يتم استخدام بيانات عينة عشوائية مسحوبة من المجتمع المراد تقدير معالمه لإنشاء فترة الثقة المطلوبة عند مستوى ثقة $(1-\alpha)$. وعليه فان النتيجة المحصلة من خلال فترات الثقة يمكن غالبا صياغتها نصيا بالشكل التالي:

باحتمال $(1-\alpha)$ نحن متأكدون بان فترة الثقة المنشأة سوف تحتوي على القيمة الحقيقية المجهولة لمعلمة المجتمع.

يلاحظ هنا أن فترة الثقة يتم إنشاؤها بالاعتماد على بيانات عينة عشوائية، ليتم استخدام تلك الفترة في عمليات لاستدلال الإحصائي حول القيمة الحقيقية لمعلمة المجتمع. ولكن في الواقع العملي غالبا ما يكون هنالك ادعاء مسبق حول قيمة المعلمة المجهولة. وليس بالضرورة أن يكون الادعاء مرتبط بقيمة محددة حيث يمكن أن يكون الادعاء ذا صيغة رياضية، كان ينص مثلا على أن قيمة المعلمة لا تزيد عن قيمة محددة أو أن تكون اكبر من قيمة محددة. في هذه الحالة يكون الهدف من الاستدلال الإحصائي أكثر تحديدا منه في عملية إنشاء فترة ثقة، حيث يكون منصباً حول البحث في مصداقية الادعاء المطروح وبالتالي الوصول إلى قرار بقبول أو رفض الادعاء.

يطلق على عملية التعامل مع الافتراضات والحكم على مصداقيتها بعملية اختبار الفرضيات. وتوجد علاقة بين كل من إنشاء فترة ثقة واختبار الفرضيات، حيث يمكن القول بان اختبار الفرضيات تعطي معلومة أكثر استخداماً في اتخاذ القرارات من المعلومة المحصلة من إنشاء فترات الثقة. بيد انه يمكن الاعتماد على فترات الثقة في بعض الحالات للوصول إلى نتائج حول صحة فرضية من عدمها.

في عمليات اختبار الفرضيات يكون هنالك ادعاء أو افتراض يراد اختباره، ويتم في البداية افتراض عدم صحة الادعاء ومن ثم استخدام بيانات الدراسة لإثبات العكس، أي إثبات صحة الادعاء. وتلك الآلية تعطي اختبار الفرضيات قوة نابعة من تلافي التحيز وعدم الدقة، حيث أن الضعف في أداء الدراسة وجمع البيانات يصب في مصلحة عكس الادعاء ومن ثم لا يمكن قبول ادعاء إلا إذا كان هنالك مؤشر إحصائي قوي على ذلك. وتحاكي تلك السياسة في التعامل مع الفرضيات آلية التحقيق في القضايا الجنائية، حيث تقوم على قاعدة أساسية فحواها أن المتهم بريئا حتى تثبت إدانته. وعليه فان الادعاء بان المتهم مذنب يوضع جانبا ويتم تبني العكس. وتتمثل قوة تلك الآلية في انه لا يمكن قبول الفرض بان المتهم مذنب إلا في حال كان هنالك أدلة قوية تشير إلى ذلك، أما في حال كون الأدلة ضعيفة أو أن يكون المتهم بريئا فانه لا يتم قبول الادعاء أو بالأحرى لا يتم رفض الافتراض بان المتهم بريء في الأصل. تحتوى تلك الآلية أيضا هدف جوهري يتمثل في تفضيل عدم رفض افتراض بان متهم بريء وهو مذنب على أن يتم رفض الافتراض بأنه بريء ومن ثم أدانته وهو بريء في الأصل.

في عملية اختبار الفرضيات تمثل العينة العشوائية والبيانات المستخلصة منها دور الأدلة المستخدمة لإثبات إدانة المتهم في القضايا الجنائية. لذا فانه يمكن استخدام بيانات

عينة عشوائية وبياناتها لإثبات صحة ادعاء من عدمه. وبالطبع يتم قبول الادعاء في حال كون الأدلة المتمثلة في العينة العشوائية وبياناتها تشير بقوة إلى صحة الادعاء، أما إذا كانت البيانات لا تدعم الادعاء بقوة أو أن يكون الادعاء غير صحيح في الأصل فإننا لا نرفض الافتراض بان الادعاء غير صحيح.

2- فرضية العدم والفرضية البديلة

في عمليات الاستدلال الإحصائي يتم وضع رموز تمثل الادعاء وعكس الادعاء. فبالنسبة للفرض الذي ينص على عدم وجود ظاهرة ومن ثم عدم صحة الادعاء يتم استخدام الرمز H_o ويطلق عليها فرضية العدم دلالة على عدم وجود أدلة قوية تساند الادعاء المطروح. يتم في المقابل استخدام الرمز H_1 للدلالة على الفرض المغاير للفرض العدمي. وبالطبع عند إجراء اختبار لفرضية باستخدام الطرق المطلوبة فان الادعاء يقع دوما في الفرضية البديلة. وبمعنى آخر يمكن القول بان الادعاء الجيد والقابل للاختبار إحصائيا يجب أن يكون في الفرضية البديلة لا في فرضية العدم، وذلك تجنبا للتحيز وتجنبا لنتائج قد يكون سببها غياب المعلومة وضعف العينة المسحوبة لإجراء الاختبار.

تتطلب عملية اختبار الفرضيات أن يكون الادعاء المرغوب في اختباره عبارة عن جملة كاملة تحتمل الصواب والخطأ. كذلك يفترض أن يكون الادعاء متعلق بقيمة معلمة محددة كمتوسط متغير مستمر أو نسبة حدوث حدث معين. وبهدف الحصول على ادعاء جيد يتطلب الأمر أن يكون الادعاء متعلق بإحدى حالات ثلاث هي:

- أن تكون قيمة معلمة المجتمع اقل من قيمة محددة
- أن تكون قيمة معلمة المجتمع أكثر من قيمة محددة
- أن تكون قيمة معلمة المجتمع مختلفة عن قيمة محددة

وبالطبع يتم صياغة الفرضية المقابلة للادعاء بالصياغة المغايرة لجملة الادعاء لتقع في فرضية العدم، حيث لا تخرج عن إحدى ثلاث صياغات تقابل الصياغات السابقة على التوالي،

- قيمة معلمة المجتمع لا تقل من قيمة محددة
- أن تكون قيمة معلمة المجتمع لا تزيد عن قيمة محددة
- أن تكون قيمة معلمة المجتمع لا تختلف عن قيمة محددة

افترض انه يرغب في إجراء اختبارات لثلاث معالم مجهولة القيم هي γ و η و ϕ، وان تلك الاختبارات مرتبطة بادعاءات مستقلة هي

- الادعاء الأول: قيمة معلمة المجتمع المجهولة γ اقل من 65
- الادعاء الثاني: قيمة معلمة المجتمع المجهولة η أكثر من 88
- الادعاء الثالث: قيمة معلمة المجتمع المجهولة ϕ لا تساوى 0.25

حيث يمكن صياغة الادعاءات الثلاث السابقة رياضيا كالتالي:

- الادعاء الأول: $\gamma < 65$
- الادعاء الثاني: $\eta > 88$
- الادعاء الثالث: $\phi \neq 0.25$

وبما أن الادعاءات الثلاثة السابقة لا تحتوي في مضمونها على افتراض قيم مساوية لقيمة المعلمة فانه يمكن اعتبارها ادعاءات جيدة. وعليه فان عكس تلك الادعاءات يمثل فرضيات العدم للاختبارات لها. وبحكم أسلوب اختبار الفرضيات يتم كتابة فرضية العدم أولا، ثم يليها كتابة الفرضية البديلة. وبتطبيق تلك السياسة فان فرضيات العدم والفرضية البديلة يتم كتابتها بالشكل الرياضي للادعاءات الثالث كالتالي:

الادعاء الأول:

$$H_o : \gamma \geq 65$$
$$H_1 : \gamma < 65$$

الادعاء الثاني:

$$H_o : \eta \leq 88$$
$$H_1 : \eta > 88$$

الادعاء الثالث:

$$H_o : \phi = 65$$
$$H_1 : \phi \neq 65$$

لاحظ هنا أن فرضية العدم قد احتوت دوما على إشارة التساوي (=)، وذلك في الواقع شرط جوهري يجب توفره لتصبح عملية اختبار الفرضيات ممكنة. يطلق أيضا على الفرضيات السابقة بأنها فرضيات مركبة، حيث لا تحتوي الفرضية البديلة على قيمة واحدة فقط بل تقع دوما في فترة أو مجموعات فترات. في المقابل عندما يكون الاهتمام منصباً

على مقارنة قيمتين لمعلمة المجتمع تحت الاختبار فان فرضية العدم والفرضية البديلة تأخذ الشكل التالي:

$$H_o : \mu = a$$
$$H_1 : \mu = b$$

والتي تمثل فرضيات بسيطة وليست مركبه. وبالطبع يمثل الرمزان a و b قيم محددة مسبقاً بواسطة متخذ القرار. بيد أن عملية اختبار الفرضيات المركبة تتميز على اختبار الفرضيات البسيطة بأنها تقدم معلومة أفضل واشمل بالإضافة إلى أنها أكثر عملية في الواقع الحقيقي. لذلك فان الأسلوب المستخدم في جزئيات اختبار الفرضيات في هذا الكتاب سيعتمد على فرضيات مركبة وليست بسيطة.

وكمحصلة يمكن القول بان لكي يتم وضع فرضية عدم وفرضية بديلة رياضيا لابد من تحقيق عدة شروط هي:

- يجب في البداية تحديد المعلمة المجهولة القيمة والمطلوب إجراء الاختبار عليها، حيث يمكن أن تكون متوسط مجتمع أو الفرق بين متوسطين أو نسبة حدوث حدث في مجتمع أو الفرق بين نسبتين أو تباين مجتمع أو نسبة تباينين.
- يتم تحديد القيمة المقابلة للمعلمة المجهولة والمتعلقة بالادعاء المطلوب اختباره
- يتم تحديد اتجاه العلاقة بين المعلمة والقيمة المقابلة، والتي يلزم أن تكون في إحدى ثلاث صيغ هي > أو < أو ≠، والتي ستكون الفرضية البديلة الممثلة للادعاء
- يتم في هذه الخطوة صياغة فرضية العدم، حيث تضم مكونات الفرضية البديلة مع تبديل العلاقة الرياضية بين المعلمة والقيمة المقابلة مع تغيير إشارة المتباينة لتعكس الحالة المقابلة للفرضية البديلة، وبالتالي لتمثل عكس الادعاء.

مثال 1

بين فيما يلي معطيات الادعاء (المعلمة، القيمة المقابلة و العلاقة الرياضية) وقم بصياغة كل من فرضية العدم والفرضية البديلة.

أ) ادعاء مدير إدارة الصيانة في إحدى الشركات بان الوقت المستغرق في المتوسط لصيانة أي آلة اقل من 12 ساعة.

ب) يدعي أحد المصانع الوطنية للبطاريات الكهربائية بان متوسط عمر البطارية المنتجة بواسطة المصنع أكثر من 1.5 سنة.

جـ) يدعي إحدى الباحثين بان نسبة الطلاب الحاصلين على إنذارات أكاديمية في جامعة الملك سعود اقل من 0.30 من إجمالي عدد الطلاب في الجامعة.

د) يدعي إحدى المستثمرين بان نسبة الربح في المتوسط من الاستثمار في الأسهم السعودية لا تساوي (تختلف عن) 0.10

الحل

أ)

المعلمة: متوسط الوقت المستغرق لصيانة آلة (μ)

القيمة المقابلة: 12 يوم

العلاقة الرياضية: اقل من (<)

الفرضيات:

$H_o : \mu \geq 12$
$H_1 : \mu < 12$

ب)

المعلمة: متوسط عمر البطارية (μ)

القيمة المقابلة: 1.5 سنة

العلاقة الرياضية: أكثر من (<)

الفرضيات:

$H_o : \mu \leq 1.5$
$H_1 : \mu > 1.5$

جـ)

المعلمة: نسبة الطلاب الحاصلين على إنذارات (P)

القيمة المقابلة: 30% (0.30)

العلاقة الرياضية: اقل من (>)

الفرضيات:

$H_o : P \geq 0.3$
$H_1 : P < 0.3$

د)

المعلمة: نسبة الربح من الاستثمار في الأسهم P

القيمة المقابلة: 10%

العلاقة الرياضية: لا تساوي ($\neq$)

الفرضيات:

$H_o : P = 0.1$
$H_1 : P \neq 0.1$

3- أخطاء اختبار الفرضيات وأنواعها

يرتبط الاستدلال الإحصائي بالتعامل مع المجاهيل، ومن ثم لا يمكن الجزم أبدا بان النتائج المحصلة صحيحة تماما. عندما توجد فرضية قائمة على ادعاء فان القرار النهائي يكون أما قبول الفرضية أو رفضها. وبحكم احتواء عملية اختبار الفرضيات على فرضيتان شاملتان ومتضادتان (فرضية العدم والفرضية البديلة) لذا فان القرار المتعلق بإحداها يمثل القرار المعاكس للفرضية الأخرى. فقبول فرضية العدم يعني رفض الفرضية البديلة، والعكس صحيح.

يوجد نوعان من الأخطاء التي يحتمل حدوثها في عملية اختبار الفرضيات. لتوضيح هذين النوعين نفترض أننا على علم بالوضع الحقيقي أو القيمة الحقيقية لمعلمة المجتمع الواقع عليها الاختبار، وأننا نرغب في إجراء الاختبار دون استخدام تلك المعلومة، أي على افتراض أننا نجهل قيمة المعلمة الحقيقية. في هذه الحالة نصبح أمام إحدى خيارين إما أن نفشل في رفض فرضية العدم (لكون اختبار الفرضيات قائم في الأصل على تبني فرضية العدم ومحاولة أثبات عدم صحتها) أو أن ننجح في رفضها ومن ثم إثبات صحة الادعاء الموجود في الفرضية البديلة.

جدول 1- القرارات الخاطئة والصائبة في عملية اختبار الفرضيات

	الوضع الحقيقي	
نتيجة الاختبار	الادعاء غير صحيح H_oصحيحة	الادعاء صحيح رفض H_o وإقرار H_1
عدم رفض H_o	قرار صائب	قرار خاطئ خطاء من النوع الثاني
رفض H_o وقبول H_1	قرار خاطئ خطاء من النوع الأول	قرار صائب

عندما نفشل في رفض فرضية العدم وتكون في الأصل صحيحة فان هذا القرار يعتبر قرار صائب وليس خاطئ، كذلك الوضع عند رفض فرضية عدم خاطئة. بينما عندما نقبل فرضية عدم خاطئة أو نرفض فرضية عدم صحيحة فان القرار هنا يصبح خاطئ. يطلق على خطاء رفض فرضية عدم صحيحة بالخطأ من النوع الأول ويرمز لاحتمال حدوثه بالرمز α، كما يطلق على خطاء قبول فرضية عدم خاطئة بالخطأ من النوع الثاني ويرمز لاحتمال حدوثه بالرمز β.

جدول 2- رموز احتمالات الأخطاء في اختبار الفرضيات

نتيجة الاختبار	الوضع الحقيقي	
	الادعاء غير صحيح H_o صحيحة	الادعاء صحيح رفض H_o وإقرار H_1
عدم رفض H_o	$(1-\alpha)$	β
رفض H_o وقبول H_1	α	$(1-\beta)$
المجموع	1	1

وتبعا لسياسة اختبار الفرضيات يعتبر الخطأ من النوع الأول أكثر خطورة وضررا من الخطأ من النوع الثاني. فإدانة بريء أكثر ضرراً وخطورتهاً من تبرئة مذنب. كما أن الادعاء محل الاهتمام في عملية اختبار الفرضيات يقع دوماً في الفرضية البديلة، وبالتالي يفضل في المقام الأول تقليل احتمال قبول ادعاء خاطئ. وعليه فان قيمة احتمال الخطأ من النوع الأول α تصبح محدودة بسقف يضعه متخذ القرار إشارة إلى أن احتمال رفض فرضية عدم صحيحة ومن ثم قبول ادعاء خاطئ يجب أن لا يتجاوز حد معين. يطلق إحصائيا على ذلك الحد بمستوى المعنوية (Level of Significance) للاختبار.

تتحدد قيمة β (احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الثاني) من خلال عدة عوامل من أهمها مستوى المعنوية للاختبار (α) وحجم العينة (n) والقيمة الحقيقية لمعلمة المجتمع. وبتقدير احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الثاني يتم الحصول على قوة الاختبار حيث تمثل المكمل لاحتمال الوقوع في الخطأ من النوع الثاني $(1-\beta)$. تمثل قوة الاختبار احتمال قبول الفرضية البديلة (الادعاء) عندما تكون صحيحة فعلا. وبالطبع لا يمكن حسابها إلا تحت افتراض أن القيمة الحقيقية لمعلمة المجتمع تحت الاختبار معلومة، كاختبار أن متوسط مجتمع يساوي قيمة مختلفة عن القيمة الموجودة في فرضية العدم والتي تمثل الفرضيات البسيطة. وبحكم أن جزئيات اختبار الفرضيات في هذا الكتاب مرتبطة فقط بالتعامل مع فرضيات مركبة، فإننا نكتفي فقط بالإشارة السابقة إلى قوة الاختبار دون الدخول في آلية حسابها.

ويمكن تلخيص ما سبق فيما يلي:

- الخطأ من النوع الأول هو رفض فرضية عدم صحيحة ويرمز لاحتمال وقوعه بالرمز α ويطلق علية مصطلح مستوى المعنوية.
- الخطأ من النوع الثاني هو قبول فرضية عدم خاطئة ويرمز لاحتمال وقوعه بالرمز β.
- مستوى الثقة $(1-\alpha)$ هو احتمال قبول فرضية عدم صحيحة.
- قوة الاختبار $(1-\beta)$ هو احتمال رفض فرضية عدم خاطئة.