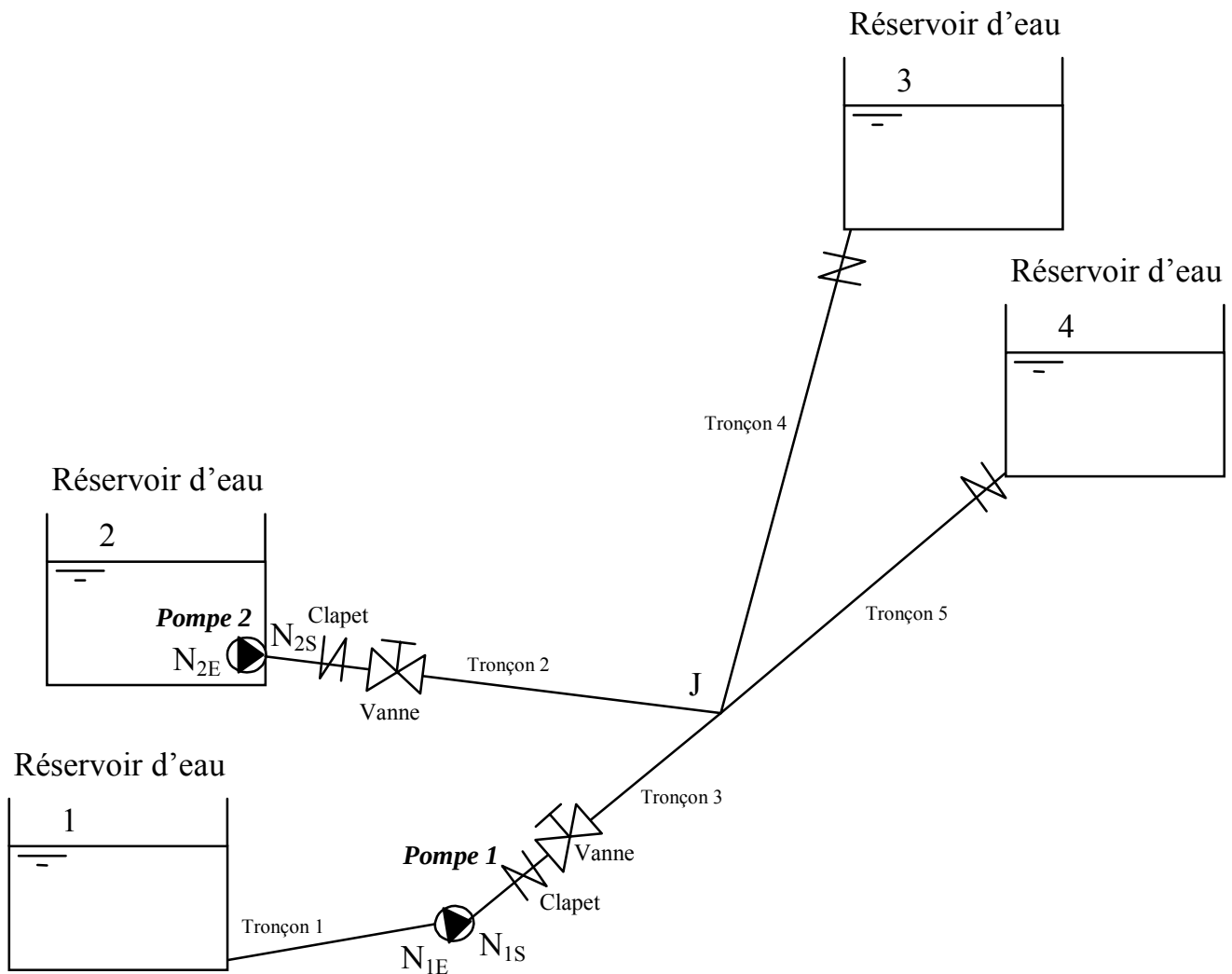


1. Courbes caractéristiques et point de fonctionnement d'une installation



On ne prendra en compte que les pertes de charge linéaire.

On prendra pour les pertes de charge linéaire les relations de Lechapt et Calmon.

Caractéristiques du réseau :

Tronçon	1	2	3	4	5
Diamètre (mm)	700	500	700	600	700
Longueur (m)	1000	600	800	1500	3230
Rugosité ϵ (mm)	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

Cotes topographiques (m) :

Réservoir d'eau 1	28
Réservoir d'eau 2	32
Réservoir d'eau 3	62
Réservoir d'eau 4	58

Caractéristiques des pompes :

Pompe 1	H _{MT} (m)	82	73.5	68.5	60	48	37	
	Q (l/s)	200	300	400	500	600	630	
Pompe 2	H _{MT} (m)	420	500	600	700	750	800	900
	Q (l/s)	68	64.5	59.5	51	46.5	43	35.5

1.1. Préliminaire

- Calculer $\frac{V^2}{2g}$ pour un débit maximal de 900l/s dans chaque tronçon.

Le calcul se fait pour $Q=900 \text{ L s}^{-1}=0.9 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$. Les tronçons sont circulaires donc $S = \frac{\pi D^2}{4}$ et la vitesse est donnée par $v = \frac{Q}{S}$.

Tronçon	1	2	3	4	5
Diamètre (m)	0.7	0.5	0.7	0.6	0.7
Section (m ²)	0.38	0.2	0.38	0.28	0.38
Vitesse (ms ⁻¹)	2.37	4.5	2.37	3.21	2.37
$\frac{v^2}{2g}$	0.29	1.03	0.29	0.52	0.29

- Comparer les valeurs trouvées par rapport aux valeurs de H_{MT} des pompes. Quelle hypothèse peut-on formuler ?

Pour un débit de 900 L s^{-1} la H_{MT} de la pompe 2 est de 35.5 m. La pression dynamique n'excède pas 3 % de la H_{MT}. En conséquence, on peut négliger le terme de pression dynamique $\frac{v^2}{2g}$ par rapport à la H_{MT}. Ainsi, dans l'écriture de l'équation de Bernoulli, on pourra négliger le terme de vitesse pour garder uniquement le terme de pression statique :

$$p^* = z + \frac{p}{\rho g}$$

1.2. Courbes de fonctionnement

1.2.1. Entre le réservoir 1 et J

- En écrivant Bernoulli entre la surface libre (1) du réservoir d'eau et N_{IE}, déterminer la pression piézométrique P*_{IE}.

D'après le théorème de Bernoulli et les remarques du 1. On peut écrire :

$$p^* = z + \frac{p}{\rho g} = \text{Cte}$$

En écrivant Bernoulli entre la surface libre (1) et N_{IE}, on obtient :

$$p_1^* = p_{1E}^* + J_{1 \rightarrow 1E}$$

J représente les pertes de charges linéaires et sa valeur est déterminée grâce aux tables de Lechapt et Calmon.

$$J = L \frac{Q^M}{D^N}$$

On a ici une rugosité de $K=0.1$ mm. En conséquence, on a :

$$L=1.1 \quad ; \quad M=1.89 \quad ; \quad N=5.01$$

Donc :

$$J = 1.1 \frac{Q^{1.89}}{D^{5.01}} l_1 \quad \text{avec } J \text{ en mm/m}$$

J représente la perte de charge linéaire par mètre de conduite. Or on veut la perte de charge sur toute la longueur de la conduite. D'où :

$$J_{1 \rightarrow 1E} = 1.1 \times 10^{-3} \frac{Q_1^{1.89}}{D_1^{5.01}} l_1 \quad \text{avec } J \text{ en m et } l_1 \text{ la longueur de la conduite en m.}$$

D'où :

$$p_{1E}^* = p_1^* - J_{1 \rightarrow 1E}$$

Or :

$$p_1^* = z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_1 = 28 \text{ m}$$

car la surface du réservoir est à la pression atmosphérique.

Finalement :

$$p_{1E}^* = 28 - 1.1 \times 10^{-3} \times \frac{Q_1^{1.89}}{0.7^{5.01}} \times 1000$$

$$p_{1E}^* = 28 - 6.57 Q_1^{1.89}$$

- En écrivant Bernoulli entre le point N_{1S} et J, déterminer la pression piézométrique P_{1S}^* en fonction du débit (Q_1) dans les tronçons 1 et 3 et de la charge totale H_J .

On a dans ce cas :

$$p_{1S}^* = H_J + J_{1S \rightarrow J}$$

$J_{1S \rightarrow J}$ représente les pertes de charges linéaires dans le tronçon 3. La valeur de K est la même que dans le tronçon 1. Donc :

$$J_{1S \rightarrow J} = 1.1 \times 10^{-3} \frac{Q_1^{1.89}}{D_3^{5.01}} l_3$$

D'où :

$$H_J = p_{1S}^* - 1.1 \times 10^{-3} \frac{Q_1^{1.89}}{D_3^{5.01}} l_3 = p_{1S}^* - 5.25 Q_1^{1.89}$$

En écrivant le théorème de Bernoulli entre l'entrée et la sortie de la pompe 1 :

$$p_{1S}^* - p_{1E}^* = H_{MT1}$$

$$H_J + 5.25Q_1^{1.89} = 28 - 6.57Q_1^{1.89} + H_{MT1}$$

$$H_J = 28 - 11.82Q_1^{1.89} + H_{MT1}$$

- En utilisant la courbe caractéristique de la pompe, calculer H_J en fonction de Q_1 :

Q_1 (l/s)	200	300	400	500	600	630
H_J (m)						

Q_1 (L/s)	200	300	400	500	600	630
H_{MT1} (m)	82	73.5	68.5	60	48	37
H_J (m)	109.4	100.3	94.4	84.8	71.5	60.1

- Tracer H_J en fonction de Q_1 sur le graphique de la page suivante.

Voir graphique en fin d'exercice.

1.2.2. Entre le réservoir 2 et J

- En écrivant Bernoulli entre la surface libre (2) du réservoir et N_{2E} , déterminer la pression piézométrique P_{2E}^* .

On a ici :

$$p_2^* = p_{2E}^*$$

Or la surface libre du réservoir 2 est à la pression atmosphérique d'où :

$$p_{2E}^* = z_2 = 32 \text{ m}$$

- En écrivant Bernoulli entre le point N_{2S} et J, déterminer la pression piézométrique P_{2S}^* en fonction du débit dans le tronçon 2 (Q_2) et de la charge totale H_J .

$$p_{2S}^* = H_J + J_{2S \rightarrow J}$$

Or :

$$J_{2S \rightarrow J} = 1.1 \times 10^{-3} \frac{Q_2^{1.89}}{D_2^{5.01}} l_2$$

D'où :

$$H_J = p_{2S}^* - 1.1 \times 10^{-3} \times \frac{Q_2^{1.89}}{0.5^{5.01}} \times 600$$

$$H_J = p_{2S}^* - 21.27Q_2^{1.89}$$

Pour la pompe 2 :

$$p_{2S}^* - p_{2E}^* = H_{MT2}$$

$$H_J + 21.27Q_2^{1.89} - z_2 = H_{MT2}$$

$$H_J = 32 - 21.27Q_2^{1.89} + H_{MT2}$$

- En utilisant la courbe caractéristique de la pompe, calculer H_J en fonction de Q_2 :

Q_2 (l/s)	420	500	600	700	750	800	900
H_J (m)							

Q_2	420	500	600	700	750	800	900
H_{MT2}	68	64.5	59.5	51	46.5	43	35.5
H_J	95.9	90.8	83.4	72.2	66.2	61.0	50.1

- Tracer H_J en fonction de Q_2 sur le graphique de la page suivante.

Voir graphique en fin d'exercice.

1.2.3. Entre J et le réservoir 3

- En écrivant Bernoulli entre J et la surface libre (3) du réservoir, déterminer la charge totale H_J en fonction du débit dans le tronçon 4 (Q_4).

Dans le cas du réservoir 3, on peut écrire :

$$H_J = p_3^* + J_{J \rightarrow 3}$$

$$H_J = z_3 + 1.1 \times 10^{-3} \frac{Q_4^{1.89}}{D_4^{5.01}} l_4$$

$$H_J = 62 + 21.33Q_4^{1.89}$$

- Calculer H_J en fonction de Q_4 pour les valeurs suivantes :

Q_3 (l/s)	0	200	400	600	800	1000
H_J (m)						

Q_3	0	200	400	600	800	1000
H_J	62.0	63.0	65.8	70.1	76.0	83.3

- Tracer H_J en fonction de Q_4 sur le graphique de la page suivante.

Voir graphique en fin d'exercice.

1.2.4. Entre J et le réservoir 4

- En écrivant Bernoulli entre J et la surface libre (4) du réservoir, déterminer la charge totale H_J en fonction du débit dans le tronçon 5 (Q_5).

Dans le cas du réservoir 4, on peut écrire :

$$H_J = p_4^* + J_{J \rightarrow 4}$$

$$H_J = z_4 + 1.1 \times 10^{-3} \frac{Q_5^{1.89}}{D_5^{5.01}} l_5$$

$$H_J = 58 + 21.21 Q_5^{1.89}$$

- Calculer H_J en fonction de Q_5 pour les valeurs suivantes :

Q_3 (l/s)	0	200	400	600	800	1000
H_J (m)						

Q_4	0	200	400	600	800	1000
H_J	58.0	59.0	61.8	66.1	71.9	79.2

- Tracer H_J en fonction de Q_5 sur le graphique de la page suivante.

Voir graphique en fin d'exercice.

1.3. Points de fonctionnement

- Que peut-on dire de la charge totale au point J (H_J) dans les quatre tronçons ?

La charge totale au point J est la même dans les quatre tronçons.

- Quelle est la relation entre Q_1 , Q_2 , Q_3 et Q_4 ?

En appliquant la loi au nœud au niveau du point J :

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4$$

- Tracer la courbe H_J en fonction de $Q_1 + Q_2$.

Voir graphique en fin d'exercice.

- Tracer la courbe H_J en fonction de $Q_3 + Q_4$.

Voir graphique en fin d'exercice.

- Déterminer le point de fonctionnement de l'installation.

Le point de fonctionnement de l'installation est donné par l'intersection des courbes $H_J=f(Q_1+Q_2)$ et $H_J=f(Q_3+Q_4)$.

On lit sur le graphique :

$$Q=1325 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_{MT}=70 \text{ m}$$

- Déterminer les débits de la pompe 1 et 2 ainsi que les pressions piézométriques.

Par lecture sur le graphique, on obtient au point de fonctionnement :

$$Q_1=610 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2=720 \text{ m}^3/\text{s}$$

- Expliquer l'intérêt des clapets et vannes en sortie de pompe et à l'amont des réservoirs.

Les clapets et vannes en sortie de pompe empêchent l'eau de revenir dans les réservoirs 1 et 2. De même ils empêchent que les réservoirs 3 et 4 se vident si on s'éloigne du point de fonctionnement.

