



الإجابة النموذجية لامتحان السداسي الأول في مقياس رياضيات مؤسسة

**حل التمرين الأول:** بناء النموذج الرياضي لمسألة البرمجة الخطية: **5 نقاط**

\* **تحديد المتغيرات:** نرمز لكتب الإحصاء بالرمز  $X_1$ ، وكتب الرياضيات بالرمز  $X_2$ ، وكتب الاقتصاد بالرمز  $X_3$  --- 0.25  
\* **دالة الهدف:** دالة الهدف هي دالة تعظيم يجب حساب ربح كل منتج:

$$\text{ربح} = \text{سعر البيع} - \text{سعر التكلفة} \quad \text{--- 0.25}$$

$$\text{ربح كتاب الإحصاء} = 84 - 10 = 74 \text{ دج} \quad \text{--- 0.25}$$

$$\text{ربح كتاب الرياضيات} = 103 - 12 = 91 \text{ دج} \quad \text{--- 0.25}$$

$$\text{ربح كتاب الاقتصاد} = 124 - 08 = 116 \text{ دج} \quad \text{--- 0.25}$$

$$\text{ومنه تظهر دالة الهدف كالتالي: } \text{MAXZ} = 74X_1 + 91X_2 + 116X_3 \quad \text{--- 0.25}$$

\* **تحديد القيود:**

$$\text{قيد احتياجات الورق: } 60X_1 + 80X_2 + 90X_3 \leq 10000 \quad \text{--- 0.5}$$

قيود الورشات: 1 سا = 60 دقيقة

$$\text{قيد ورشة الكتابة: } 1/3X_1 + 1/4X_2 + 1/6X_3 \leq 600 \quad \text{--- 0.5}$$

$$\text{قيد ورشة الطباعة: } 1/12X_1 + 1/6X_2 + 1/6X_3 \leq 800 \quad \text{--- 0.5}$$

$$\text{قيد ورشة التجليد: } 1/6X_1 + 1/3X_2 + 1/4X_3 \leq 500 \quad \text{--- 0.5}$$

إنتاج على الأقل 100 كتاب إحصاء

$$X_1 \geq 100 \quad \text{--- 0.25}$$

إنتاج على الأقل 150 كتاب رياضيات

$$X_2 \geq 150 \quad \text{--- 0.25}$$

إنتاج على الأقل 300 كتاب إقتصاد

$$X_3 \geq 300 \quad \text{--- 0.25}$$

ترغب المؤسسة أن يكون عدد كتب الإقتصاد يزيد عن مجموع كتبي الإحصاء والرياضيات

$$X_1 \geq X_2 + X_3 \quad \text{--- 0.25}$$

$$\text{شرط عدم السلبية: } X_1, X_2, X_3 \geq 0 \quad \text{--- 0.25}$$

ومنه يظهر نموذج المسألة بالشكل التالي: ---0.25

$$\text{MAXZ} = 74X_1 + 91X_2 + 116X_3$$

$$60X_1 + 80X_2 + 90X_3 \leq 10000$$

$$1/3X_1 + 1/4X_2 + 1/6X_3 \leq 600$$

$$1/12X_1 + 1/6X_2 + 1/6X_3 \leq 800$$

$$1/6X_1 + 1/3X_2 + 1/4X_3 \leq 500$$

$$X_1 \geq 100$$

$$X_2 \geq 150$$

$$X_3 \geq 300$$

$$X_1 \geq X_2 + X_3$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

**حل التمرين الثاني:** بناء النموذج الرياضي لمسألة البرمجة الخطية: **3 نقاط**

\* **تحديد المتغيرات:** نرمز للخطة الأولى بـ:  $X_1$ ، ونرمز للخطة الثانية بـ:  $X_2$  ---0.25

\* **دالة الهدف:** دالة الهدف هي دالة تدنية أو تخفيض تظهر بالشكل التالي:

$$\text{MINC} = 4X_1 + 5X_2 \quad \text{---0.5}$$

\* **تحديد القيود:** 1 كغ = 1000 غ

$$\text{قيد الفيتامينات: } 1000/1000 X_1 + 1000/1000 X_2 \geq 20 \quad \text{---1ن}$$

$$\text{قيد البروتين: } 6000/1000 X_1 + 9000/1000 X_2 \geq 15 \quad \text{---1ن}$$

$$\text{شرط عدم السلبية: } X_1, X_2 \geq 0$$

ومنه يظهر النموذج بالشكل التالي: ---0.25

$$\text{MINC} = 4X_1 + 5X_2$$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 \geq 20 \\ 6X_1 + 9X_2 \geq 150 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

#### حل التمرين الثالث: 4 ن

تحويل النموذج إلى الشكل القياسي : 1 ن

$$\text{MAXZ} = 3X_1 + 3X_2 + 5X_3 + 0 \cdot e_1 + 0 \cdot e_2$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + e_1 + 0 \cdot e_2 = 20$$

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 0 \cdot e_1 + e_2 = 45$$

$$X_1, X_2, X_3, e_1, e_2 \geq 0$$

الجدول الأول: 1.5 ن

			3	3	5	0	0
C <sub>k</sub>	V	bi	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	e <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>
0	e <sub>1</sub>	20	1	1	1	1	0
0	e <sub>2</sub>	45	2	2	3	0	1
Z <sub>j</sub> =00			0	0	0	0	0
C <sub>i</sub> -Z <sub>j</sub>			3	3	5	0	0

X<sub>3</sub>: متغيرة داخلية، e<sub>2</sub>: متغيرة خارجة: 20/1 = 20، 45/3 = 15، نقطة الإرتكاز: 3

الجدول الثاني: 1 ن

			3	3	5	0	0
C <sub>k</sub>	V	bi	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	e <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>
0	e <sub>1</sub>	5	1/3	1/3	0	1	-1/3
5	X <sub>3</sub>	15	2/3	2/3	1	0	1/3
Z <sub>j</sub> =45			10/3	10/3	5	0	2/3
C <sub>i</sub> -Z <sub>j</sub>			-1/3	-1/3	0	0	-5/3

شرح الجدول 0.5 ن : بما أن قيم سطر التقييم كلها سالبة ومعدومة إذن الحل أمثلاً، وعلى المؤسسة إنتاج 15 وحدة من المنتج الثالث X<sub>3</sub>=15 وعدم إنتاج المنتج الأول والثاني X<sub>2</sub>=X<sub>1</sub>=0، باستغلال تام الطاقة الثانية e<sub>2</sub>=0، واستغلال 5 وحدات من الطاقة الأولى مع بقاء 15 وحدة منها، لتحقيق ربح قدره: Z<sub>j</sub>=45

تحويل النماذج الخطية إلى الشكل القياسي:

النموذج الأول 0.75 ن	النموذج الثاني 0.75 ن
$MAXZ = 2X_1 + X_2 - 3X_3 + 5X_4 + 0 \cdot e_1 + 0 \cdot e_2 + 0 \cdot e_3$ $X_1 + 7X_2 + 3X_3 + X_4 + e_1 + 0 \cdot e_2 + 0 \cdot e_3 = 46$ $3X_1 - X_2 + X_3 + 2X_4 + 0 \cdot e_1 + e_2 + 0 \cdot e_3 = 8$ $2X_1 + 3X_2 - X_3 + X_4 + 0 \cdot e_1 + 0 \cdot e_2 + e_3 = 100$ $X_1, X_2, X_3, X_4, e_1, e_2, e_3 \geq 0$	$MAXZ = X_1 + 4X_2 + 3X_3 + 0 \cdot e_1 + 0 \cdot e_2 - Ma_1 - Ma_2$ $2X_1 + 3X_2 - 5X_3 + e_1 = 2$ $3X_1 - X_2 + 6X_3 - e_2 + a_1 = 1$ $X_1 + X_2 + X_3 + a_2 = 4$ $X_1, X_2, X_3, e_1, e_2, a_1, a_2 \geq 0$
النموذج الرابع 0.75 ن	النموذج الثالث 0.75 ن
$MINC = 2X_1 + 4X_2 + 35X_3 + 0 \cdot e_1 + 0 \cdot e_2 + Ma_1 + Ma_2$ $X_1 - 2X_2 - 6X_3 - e_1 + a_1 = 1$ $3X_1 + X_2 + 14X_3 - e_2 + a_2 = 2$ $X_1, X_2, X_3, e_1, e_2, a_1, a_2 \geq 0$	$MINC = X_1 + X_2 + X_3 + 0 \cdot e_1 + 0 \cdot e_2 + Ma_1 + Ma_2$ $X_1 + 4X_2 + 6X_3 - e_1 + a_1 = 1$ $X_1 + 2X_2 + a_2 = 1$ $5X_1 + 3X_2 + 2X_3 + e_2 = 2$ $X_1, X_2, X_3, e_1, e_2, a_1, a_2 \geq 0$

إنجاز الجدول الأول للسيمبلكس لكل نموذج:

جدول الأول للسيمبلكس للنموذج الأول: 0.5 ن

			2	1	-3	5	0	0	0
$C_k$	V	$b_i$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$e_1$	$e_2$	$e_3$
0	$e_1$	46	1	7	3	7	1	0	0
0	$e_2$	8	3	-1	1	2	0	1	0
0	$e_3$	100	2	3	-1	1	0	0	1
$Z_j = 00$			0	0	0	0	0	0	0
$C_i - Z_j$			2	1	-3	5	0	0	0

جدول الأول للسيمبلكس للنموذج الثاني: 0.5 ن

			1	4	3	5	0	-M	-M
$C_k$	V	$b_i$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$e_1$	$e_2$	$a_1$	$a_2$
0	$e_1$	2	2	3	-5	1	0	0	0
-M	$a_1$	1	3	-1	6	0	-1	1	0
-M	$a_2$	4	1	1	1	0	0	0	1
$Z_j = -5M$			-2M	-M	8M+	0	+M	-M	-M
$C_i - Z_j$			2+2M	4+6M	35-8M	+M	M+	0	0

جدول الأول للسيمبلكس للنموذج الثالث: 0.5 ن

			1	1	1	0	0	+M	+M
$C_k$	V	bi	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$e_1$	$e_2$	$a_1$	$a_2$
+ M	$a_1$	1	1	4	6	-1	0	1	0
+ M	$a_2$	1	1	2	0	0	0	0	1
0	$e_2$	1	5	3	2	0	1	0	0
$Z_j=2M$			2M	6M	6M	-M	0	+M	+M
$C_i-Z_j$			1-2M	1-6M	1-6M	+M	0	0	0

جدول الأول للسيمبلكس للنموذج الرابع: 0.5 ن

			2	4	35	0	0	+M	+M
$C_k$	V	bi	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$e_1$	$e_2$	$a_1$	$a_2$
+ M	$a_1$	1	1	2-	6-	-1	0	1	0
+ M	$a_2$	1	3-	1	14	0	-1	0	1
$Z_j=2M$			2M	6M	6M	-M	-M	+M	+M
$C_i-Z_j$			1-2M	1-6M	1-6M	+M	0	0	0

إيجاد النموذج المرافق لكل نموذج:

النموذج الأول	النموذج المرافق 0.5 ن		
$MAXZ = 2X_1 + X_2 - 3X_3 + 5X_4$ $X_1 + 7X_2 + 3X_3 + X_4 \leq 46$ $3X_1 - X_2 + X_3 + 2X_4 \leq 8$ $2X_1 + 3X_2 - X_3 + X_4 \leq 100$ $X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$	$MINZ = 46Y_1 + 8Y_2 + 100Y_3$ $Y_1 + 3Y_2 + 2Y_3 \geq 2$ $7Y_1 - Y_2 + 3Y_3 \geq 1$ $3Y_1 + Y_2 - Y_3 \geq -3$ $Y_1 + 2Y_2 + Y_3 \geq 5$ $Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$		
النموذج الثاني	التحويل الأولى 0.25 ن	التحويل الثانية 0.25 ن	النموذج المرافق 0.5 ن
$MAXZ = X_1 + 4X_2 + 3X_3 +$ $2X_1 + 3X_2 - 5X_3 \leq 2$ $3X_1 - X_2 + 6X_3 \geq 1$ $X_1 + X_2 + X_3 = 4$ $X_1, X_2, X_3 \geq 0$	$MAXZ = X_1 + 4X_2 + 3X_3$ $2X_1 + 3X_2 - 5X_3 \leq 2$ $-3X_1 + X_2 - 6X_3 \leq 1$ $X_1 + X_2 + X_3 \geq 4$ $X_1 + X_2 + X_3 \leq 4$ $X_1, X_2, X_3 \geq 0$	$MAXZ = X_1 + 4X_2 + 3X_3$ $2X_1 + 3X_2 - 5X_3 \leq 2$ $-3X_1 + X_2 - 6X_3 \leq 1$ $-X_1 - X_2 - X_3 \leq -4$ $X_1 + X_2 + X_3 \leq 4$ $X_1, X_2, X_3 \geq 0$	$MINZ = 2Y_1 + Y_2 - 4Y_3 + 4Y_4$ $2Y_1 - 3Y_2 - Y_3 + Y_4 \geq 1$ $3Y_1 + Y_2 - Y_3 + Y_4 \geq 4$ $-5Y_1 - 6Y_2 - Y_3 + Y_4 \geq 3$ $Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$
النموذج الثالث	التحويل الأولى 0.25 ن	التحويل الثانية 0.25 ن	النموذج المرافق 0.5 ن

<b>MINC= <math>X_1+X_2+X_3</math></b> $X_1+4X_2+6X_3 \geq 1$ $X_1+2X_2 = 1$ $5X_1+3X_2+2X_3 \leq 2$ $X_1, X_2, X_3 \geq 0$	<b>MINC= <math>X_1+X_2+X_3</math></b> $X_1+4X_2+6X_3 \geq 1$ $X_1+2X_2 \geq 1$ $X_1+2X_2 \leq 1$ $5X_1+3X_2+2X_3 \leq 2$ $X_1, X_2, X_3 \geq 0$	<b>MINC= <math>X_1+X_2+X_3</math></b> $X_1+4X_2+6X_3 \geq 1$ $X_1+2X_2 \geq 1$ $-X_1-2X_2 \geq -1$ $-5X_1-3X_2-2X_3 \geq -2$ $X_1, X_2, X_3 \geq 0$	<b>MAXZ= <math>Y_1+Y_2+Y_3</math></b> $Y_1+Y_2-Y_3-5Y_4 \leq 1$ $4Y_1+2Y_2+2Y_3-3Y_4 \leq 1$ $6Y_1+2Y_4 \leq 1$ $Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$
النموذج الرابع: 0.5 ن	النموذج المرافق 0.5 ن		
<b>MINC= <math>2X_1+4X_2+35X_3</math></b> $X_1-2X_2-6X_3 \geq 1$ $3X_1+X_2+14X_3 \geq 2$ $X_1, X_2, X_3 \geq 0$	<b>MAXZ= <math>Y_1+2Y_2</math></b> $Y_1+3Y_2 \leq 2$ $-2Y_1+Y_2 \leq 4$ $-6Y_1+14Y_2 \leq 35$ $Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$		

مسئولة المقياس: د: خالد فراح