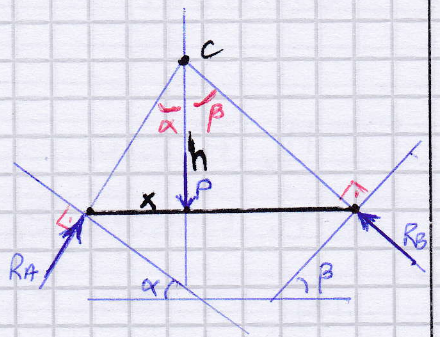
• Méthode Graphique.



(Théorème des 3 forces) نظرية القوى الثلاث

إذا اتزن جسم صلب بتأثير 3 قوى غير متوازية وواقعة في مستوى واحد، فإن حوامل هذه القوى تلتقي في نقطة واحدة وتشكل أشعة القوى مثلثا مغلقا.

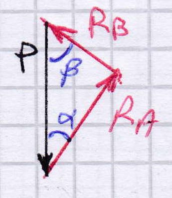
بتطبيق هذه النظرية نتحصل على الشكل المبين أعلاه بحيث تتقاطع حوامل القوى $\vec{R}_A$ ، $\vec{R}_B$ و $\vec{P}$ في النقطة C

نستخرج من الشكل:

$$h\,tg\alpha + h\,tg\beta = \ell$$

$$h\,tg\alpha = x \quad \Rightarrow x = \frac{\ell}{1+tg\beta/tg\alpha}$$

ثم نطبق نظرية الجيب على مثلث القوى 3 المغلق



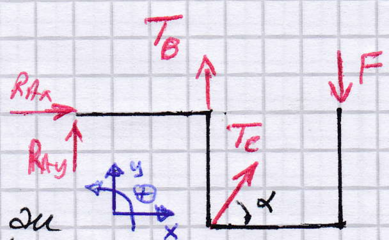
$$\frac{P}{\sin(\pi-(\alpha+\beta))} = \frac{R_B}{\sin\alpha} = \frac{R_A}{\sin\beta}$$

$$\Rightarrow R_A = P\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} \; ; \; R_B = P\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$$

Ex. F

isolation de la structure ABCDE

(A ≡ Appui double)



pas de frottement au niveau des poulie

donc $T_B = T_C = T$

Equations d'équilibre

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} + T\cos\alpha = 0 \;....\; (1)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} + T + T\sin\alpha - F = 0 \;....\; (2)$$

$$\sum \mathcal{M}_A = 0$$

$$T.a + T\sin\alpha . a + T\cos\alpha . \frac{3}{4}a = 0$$

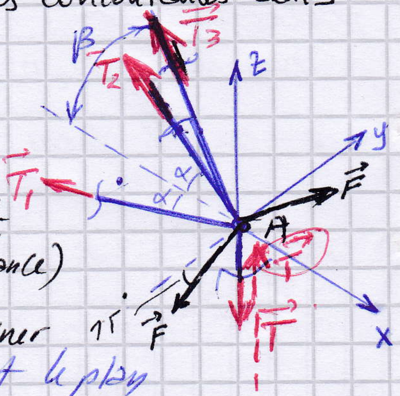
sachant que : (d'après la figure)

$$\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{3}{5} \quad \sin\alpha = \frac{4}{5}$$

on trouve :

$$T = \frac{8}{9}F \; ; \quad R_A = -\frac{8}{15}F \; ; R_y = -\frac{3}{5}F$$

Ex. C : Cas de forces concourantes dans l'espace

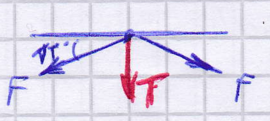


$\vec{F} \in$ plan yz

isolation du point A (point de concourance)

$\vec{T}$ peut être déterminer en considérant le plan yz

$$-T + 2F\sin 15° = 0$$



$$\Rightarrow T = -2F\sin 15°$$

$$T = -517 N$$

le signe (−) indique que T est dirigé vers le haut.

Ecriture des éqns d'équilibre au point A.

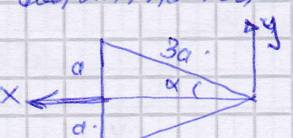
$$\sum F_x = 0 \rightarrow T_2\cos\alpha + T_1\cos\alpha + T_3\cos\beta = 0 \; (1)$$

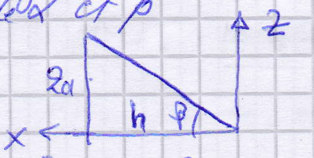
$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_2\sin\alpha - T_1\sin\alpha = 0 \;....\; (2)$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow -T + T_3\sin\beta = 0 \;---\; (3)$$

(2) → $T_1 = T_2$ (symétrie)

détermination de α et β





$$\sin\alpha = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = 19.5 \; ; \; tg\beta = \frac{2a}{h} = \frac{2}{\sqrt{3^2-1}}$$

$$\beta = 35{,}3°$$

$$(3) \rightarrow T_3 = \frac{T}{\sin\beta} = 895 N$$

$$(2) \rightarrow T_1 = T_2 = -T_3\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} = -388 N$$