**1- تعريف النماذج الثنائية**

**2- أهداف وأهمية النماذج الثنائية**

**3- شروط اشتقاق النماذج الثنائية**

**4- خطوات اشتقاق النماذج الثنائية من النماذج الاصلية**

**تمهيد:**

نستطيع وضع لأي نموذج أصلي نموذجًا آخر يسمى "**ثنائي أو مرافق**" فمن الناحية هذين الرياضية هذين النموذجين يشكلان زوج ذو تناظرية مطلقة وسوف نرى فيما بعد أن النموذج الخطي الثنائي لنموذج ثنائي ما هو إلا نموذج الخطي الأصلي لهذا النموذج. ويختص النموذج الثنائي بسهولة حله عند حصول أي تغيير في معاملات وإتاحة المتغيرات في النموذج الأولي بعد صياغته وحله، وتستخدم هذه ظاهرة الحساسية لنموذج البرمجة الخطية "Sensitivity Analysis".

 **1- تعريف النماذج الثنائية:** يقصد بالنماذج الرياضية في البرمجة الخطية أن كل نموذج برمجة خطية يتم صياغته لمعالجة أي مشكلة أصلية سواء كانت مشكلة تعظيم أرباح أو مشكلة تدنية تكاليف والذي يسمى بالنموذج الأصلي يمكن أن يشتق منه نموذج آخر يعالج المشكلة مقابلة للمشكلة الأصلية يسمى بالنموذج الثنائي (أو النموذج المقابل أو البديل) فمثلا نموذج البرمجة الخطية الأصلي الذي يتم صياغته لمعالجة مشكلة تعظيم الأرباح يمكن أن يشتق منه نموذج ثنائي يعالج المشكلة المقابلة وهي مشكلة تدنية التكاليف (أو أسعار الظل) الموارد النادرة المتاحة التي تساهم في تحقيق الأرباح والعكس صحيح (علاء محمد، 2015، صفحة 286). كما يعرًّف أيضًا النموذج الثنائي أيضًا بأنَّه: " النموذج المماثل للنموذج الأصلي لصياغة مسائل البرمجة الخطية، ويرمز للنموذج الثنائي للكثير من المعلومات التي يمكن أن تفيد إدارة العمليات الصناعية في سهولة اتخاذ القرارات، بالإضافة إلى تقليل عمليات الحساسية التي أصبحت سهلة بواسطة الحاسوب، وتحتاج إلى وقت أقل في حالة توفر عدد كبير من القيود والمتغيرات عنها في النموذج الأول (أبو القاسم، 2009، صفحة 159).

 **2- أهداف وأهمية النماذج الثنائية:**

 **أ- أهمية النماذج الثنائي: تتبع أهمية النماذج الثنائي من فائدتها في:** (علاء محمد، 2015، صفحة 286).:

- تسهيل إجراء اختبار تحليل حساسية الحل الأمثل الذي تم التوصل إليه؛

- توفير كثير من المعلومات التي قد تعتمد عليها الإدارة في اتخاذ العديد من القرارات؛

- توفير الوقت والجهد والتكلفة اللازمة لحل المشكلة وخاصة إذا كان عدد قيودها ومتغيراتها أقل من عدد قيود ومتغيرات النماذج الأصلية.

**أ- أهداف النماذج الثنائي: تهدف النماذج الثنائي بصفة أساسية إلى تحديد أسعار ظل الموارد النادرة المتاحة التي تساهم في تحقيق الأرباح، حيث أنها تظهر بعمود كمية المتغيرات الأساسية، لذلك فإن أسعار الظل هي الحل الأمثل للمشكلة المقابلة للمشكلة الأصلية** (علاء محمد، 2015، صفحة 287).

 **3- شروط اشتقاق النماذج النماذج الثنائية من النماذج الأصلية : يشترط لاشتقاق النموذج من النموذج الثنائي من النموذج الأصلي ضرورة توافر شرط أساسي هو أن تكون جميع قيود النموذج الأصلي في صورة متباينات وذات اتجاه واحد إما**$\geq $ **أو** $\leq $ **فإذا تبين أن:**

أ- **أحد حدود النموذج الأصلي في صورة معادلة مثل** $8x\_{1}+10x\_{2}=15$، فيتم تحويل هذه المعادلة إلى متباينتين مختلفتي الاتجاه كالآتي:

$$8x\_{1}+10x\_{2}\leq 15\cdots (01)$$

$$8x\_{1}+10x\_{2}\geq 15\cdots (02)$$

ثم يتم تعديل المتباينة ذات الاتجاه المخالف ولتكن المتباينة رقم (02) بضرب طرفيها في (-1) كالآتي:

$$-8x\_{1}-10x\_{2}\leq -15$$

**ب-** أحد حدود النموذج الأصلي في صورة متباينة ذات اتجاه مخالف فيتم تعديل اتجاهها في الاتجاه الصحيح وذلك بضرب طرفيها في (-1) كما سبق بيانه.

 **4- خطوات اشتقاق النماذج الثنائية من النماذج الأصلية : تشتمل الخطوات اللازمة لاشتقاق النموذج الثنائي من النموذج الأصلي في الآتي:**

**أ- تحويل دالة الهدف من النموذج الأصلي من تعظيم "Max" لتصبح تدنية التكاليف في النموذج الثنائي "Min"، ومن تدنية التكاليف في النموذج الاصلي " Min " لتصبح تعظيم الأرباح في النموذج الثنائي " Max "؛**

**ب- نقل ثوابت الطرف الأيسر لقيود النموذج الأصلي لتصبح معاملات متغيرات دالة الهدف في النموذج الثنائي، ونقل معاملات متغيرات دالة الهدف في النموذج الأصلي لتصبح ثوابت الطرف الأيسر لقيود النموذج الثنائي؛**

**ج- نقل مصفوفة الطرف الأيمن لقيود النموذج الاصلي لتصبح هي نفسها مصفوفة معاملات الطرف الأيمن لقيود النموذج الثنائي أيضًا ولكن بعد تحويل الصفوف إلى أعمدة والأعمدة إلى صفوف؛**

**د- تعديل إشارات القيود في النموذج الأصلي من** $\geq $ **لتصبح** $\leq $ **في النموذج الثنائي ومن** $\leq $ **في النموذج الأصلي لتصبح** $\geq $ **في النموذج الثنائي؛**

هـ- تعديل رموز جميع متغيرات النموذج الأصلي من $\left(x\_{1},x\_{2}\cdots \cdots x\_{n}\right)$ مثلا لتصبح رموز أخرى $\left(y\_{1},y\_{2}\cdots \cdots y\_{n}\right)$ مثلا في النموذج الثنائي.