4- الاختيار بين العمل والتسلية :

اذا كان لدينا مستهلك لديه H ساعة متاحة خارج أوقات الحاجات البيولوجية (أكل ، نوم ، ...)

يستطيع تخصيصها إما للعمل بوقت قدره T
أو للراحة بوقت قدره L
$\Leftarrow H = T + L$

واذا كان أجر ساعة العمل هي W فإن دخله هو : WT

ويستهلك الكمية X من سلعة ما (أو تشكيلة من السلع) بسعر P

فإن انفاقه هو PX

معادلة خط الميزانية :

اذا كان المستهلك يريد تعظيم منفعته تحت قيد الدخل هذا يعني أن الدخل = الانفاق أي :

$$PX = WT \Leftarrow PX = W(H-L) \Leftarrow X = \frac{WH - WL}{P}$$

أي $\boxed{X = \frac{WH}{P} - \frac{WL}{P}}$ معادلة خط الميزانية .

- تمثل WH : الدخل الكامن (اذا ما خصص وقته كاملا للعمل)

- يمثل خط الميزانية تخصيص الفرد دخله سواء لشراء سلع X بسعر P أو شراء أوقات الراحة بسعر W (تضحية بالدخل) أي أن الفرد يشتري الراحة بكل ساعة مخصصة لها والتي يمكن أن تخصص للعمل أي أن الأجر يعتبر تكلفة الفرصة البديلة للراحة .

بافتراض أن منحنى السواء محدب يكون المستهلك في الحالة المثلى عند

نقطة تماس منحنى السواء مع خط الميزانية أي عند تساوي ميل خط

الميزانية مع المعدل الحدي للاحلال TMS عندما يكون المستهلك قد عظم

دالة منفعته تحت قيد الميزانية . وبالتالي تكون اشكالية المستهلك

$$\begin{cases} Max : U = f(X, L) \\ S/c : X = \dfrac{WH}{P} - \dfrac{WL}{P} \end{cases}$$

المعدل الحدي للاحلال TMS : يقيس لنا الكمية التي يحصل عليها المستهلك

من السلعة X مقابل التخلي عن وحدة من الراحة (ساعة مثلا)

$$TMS = \frac{\frac{\delta U}{\delta L}}{\frac{\delta U}{\delta X}} = \frac{-dX}{dL}$$

عند التوازن $TMS = \frac{W}{P}$

مثال : لدينا مستهلك ما يملك وقت كلي متاح قدره H يخصصه

سواء للعمل بمقدار T أو للراحة بمقدار L ، ويستهلك سلعة X بسعر P

ودالة منفعته كمايلي : $U = 2X^2L^2$

1 - أكتب دالة الميزانية .

2 - أوجد دوال الطلب على الراحة والسلعة X والعمل .

15

الحل:

1 - معادلة الميزانية:

$$H = T + L \Rightarrow T = H - L$$

الوقت الكلي — العمل — الراحة

الدخل: WT

$$WT = WH - WL \Leftarrow WT = W(H-L) \Leftarrow$$

الانفاق $= XP$

$$\boxed{X = \frac{WH}{P} - \frac{WL}{P}} \Leftarrow XP = WH - WL \Leftarrow \text{الدخل} = \text{الانفاق}$$

معادلة الميزانية.

2 - دوال الطلب على الراحة والسلعة X والعمل:

$$\mathcal{L} = 2X^2L^2 + \lambda(WH - WL - XP)$$

$$\mathcal{L}'_L = 4X^2L - \lambda W = 0 \quad \dots (1)$$

$$\mathcal{L}'_X = 4XL^2 - \lambda P = 0 \quad \dots (2)$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = WH - WL - XP = 0 \quad \dots (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد: $\frac{\cancel{4}X^2L}{\cancel{4}XL^2} = \frac{\lambda W}{\lambda P} \Leftarrow \frac{X}{L} = \frac{W}{P} \Leftarrow L = \frac{XP}{W}$ ...(4)

بتعويض (4) في (3) نجد: $WH - W\left(\frac{XP}{W}\right) - XP = 0 \Leftarrow WH - XP - XP = 0$

$$WH - 2XP = 0 \Rightarrow \boxed{X = \frac{WH}{2P}} \quad \dots (5)$$

دالة الطلب لـ X

16

بتعويض 5 في 4 نجد :

$$L = \frac{\left(\frac{\cancel{W}H}{2\cancel{P}}\right)\cancel{P}}{\cancel{W}} \Rightarrow \boxed{L = \frac{H}{2}}$$

دالة الطلب على L

لدينا :

$$T = H - L \Rightarrow T = H - \frac{H}{2} \Rightarrow \boxed{T = \frac{H}{2}}$$

دالة الطلب على T

5- خط الميزانية عبر الزمن: (تفضيلات المستهلك عبر الزمن)

- اذا كان للمستهلك فترتين t_1 و t_2 ودخله في الفترة الأولى R_1 وفي الفترة الثانية R_2، وانفاقه في الفترة الأولى $C_1 = (X_1 P)$ وفي الفترة الثانية $C_2 = (X_2 P)$

- اذا لم ينفق دخله كاملا في الفترة الأولى وقام بتوفير $E_1 = R_1 - C_1$ حيث يوظفه بمعدل فائدة سنوية مقداره i

أما في الحالة العكسية اذا استهلك أكبر من دخله فانه سيقترض $E_2 = C_1 - R_1$ بمعدل فائدة (i)

والهدف هو تحديد الكمية المثلى للاستهلاك لكل فترة حتى يقوم المستهلك بتعظيم اشباعه عبر الزمن تحت قيد الميزانية

في حالة التوفير:

اذا قام الفرد بتوفير جزء من دخله ووظفه بمعدل فائدة i يحصل على

$$E_1(i) = (R_1 - C_1)\,i$$

يستهلكه في الفترة الثانية واذا ما استهلك هذا الفرد دخله كاملا على فترتين بحيث يوظف جزء من دخله في الفترة الأولى ليستهلكه في الفترة الثانية علينا وضع المساواة التالية:

$$C_1 + C_2 = R_1 + R_2 + (R_1 - C_1)\,i$$

ويصبح قيد الميزانية كمايلي:

$$C_1 + C_2 + C_1 i = R_1 + R_2 + R_1 i$$

$$\boxed{C_1(1+i) + C_2 + R_1(1+i) + R_2}$$

الحالة 02: اذا استهلك الفرد دخله كلا في كل فترة فان:

$$R_1 = C_1$$
$$R_2 = C_2$$

وبالتالي يصبح قيد الميزانية $\boxed{C_1 + C_2 = R_1 + R_2}$

الحالة 03: حالة الاقتراض:

اذا اقترض المستهلك في الفترة الأولى بمعدل فائدة i وقام بتسديده في الفترة الثانية فإن قيد الميزانية يصبح كمايلي:

$$C_1 + C_2 = R_1 + R_2 - i(R_1 - C_1)$$

$$C_1 - C_1 i + C_2 = R_1 - R_1 i + R_2$$

$$\boxed{C_1(1-i) + C_2 = R_1(1-i) + R_2}$$

وبالتالي معادلة خط الميزانية تكون من الشكل: $C_2 = f(C_1)$

ونستنتج أن خط الميزانية يمر دائما حول النقطة A مهما كان معدل الفائدة وإذا ما ارتفع سعر الفائدة فالأن خط الميزانية يتحرك حول النقطة A حيث يرتفع الدخل $R_1(1+i) + R_2 > R_1 + R_2$

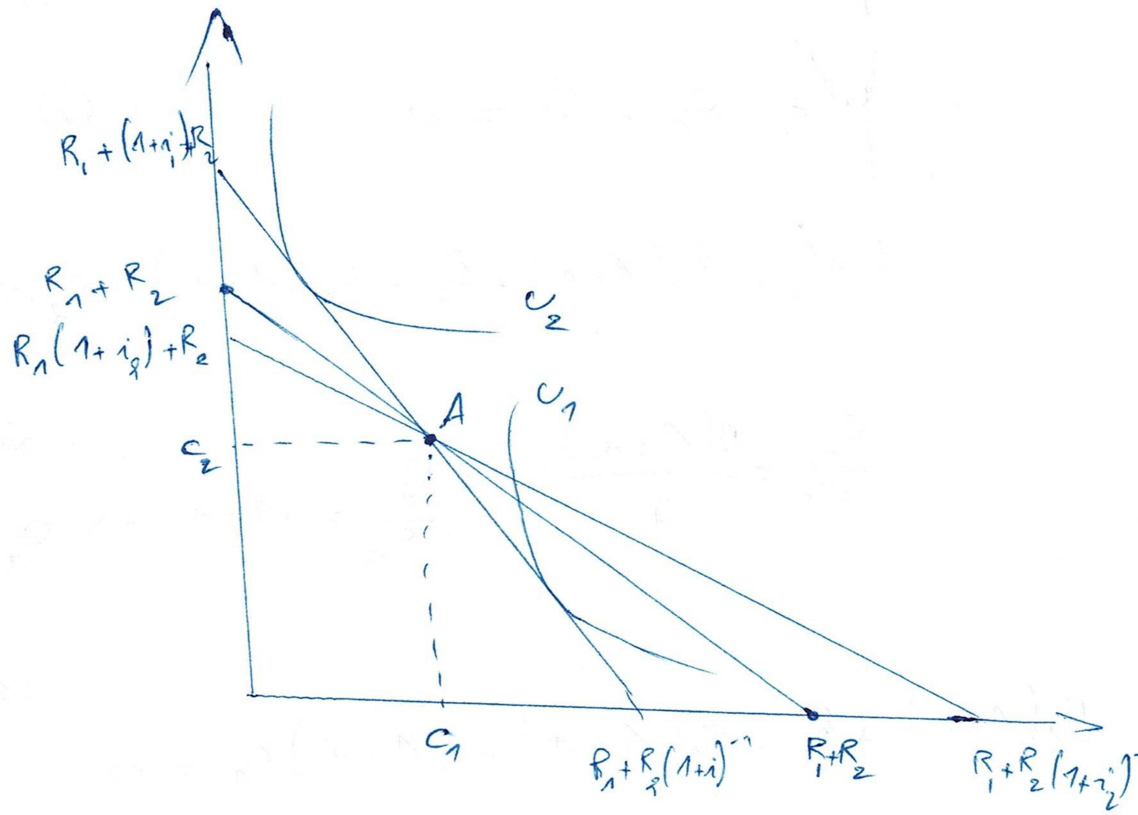
ويصبح الادخار أكبر والعكس في حالة الاقتراض حيث يقل الادخار

$$R_1(1-i) + R_2 > R_1 + R_2 > R_1(1+i) + R_2$$

تعظيم منفعة المستهلك عبر الزمن :

لدينا :

$$\begin{cases} Max: U = f(C_1, C_2) \\ S/C: C_1(1+i) + C_2 = R_1(1+i) + R_2 \end{cases}$$



القيمة المثلى ~~الـ~~ للاقتراض تكون دائما على يمين النقطة A وللمقرض تكون على يسار النقطة A

مثال: لدينا مستهلك دالة منفعته عبر الزمن كما يلي : $U = C_1 C_2$ حيث تمثل

C_1 الانفاق في الفترة الأولى

C_2 الانفاق في الفترة الثانية.

وعادته أن يدخر جزء من دخله في الفترة الأولى لينفقه في الفترة الثانية حيث

يوظفه بمعدل فائدة $i = 10\%$

1. أوجد قيد الميزانية للمستهلك
2. أوجد دوال الطلب على الانفاق في الفترة الأولى والثانية.
3. إذا علمت أن $R_1 = 4000$ ، $R_2 = 3000$ أحسب الانفاق في الفترة الأولى والثانية

20

الحل:

$R_1 = 4000$, $R_2 = 3000$, $i = 10\%$

$$\mathcal{L} = C_1 C_2 + \lambda\left(R_1(1+i) + R_2 - C_1(1+i) - C_2\right)$$

$$\begin{cases} \mathcal{L}'_{C_1} = C_2 - \lambda(1+i) = 0 \quad \cdots (1) \\ \mathcal{L}'_{C_2} = C_1 - \lambda = 0 \quad \cdots (2) \\ \mathcal{L}'_{\lambda} = R_1(1+i) + R_2 - C_1(1+i) - C_2 = 0 \quad \cdots (3) \end{cases}$$

بقسمة $\frac{(1)}{(2)}$ نجد :

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\lambda(1+i)}{\lambda} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 1+i \Rightarrow C_2 = (1+i)C_1 \quad \cdots (4)$$

بتعويض (4) في (3) نجد :

$$R_1(1+i) + R_2 - C_1(1+i) - (1+i)C_1 = 0$$

$$R_1(1+i) + R_2 - 2C_1(1+i) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{C_1 = \frac{R_1(1+i) + R_2}{2(1+i)}} \quad \cdots (5)$$

بتعويض (5) في (4) نجد :

$$C_2 = \cancel{(1+i)} \cdot \frac{R_1(1+i) + R_2}{2\cancel{(1+i)}}$$

$$\boxed{C_2 = \frac{R_1(1+i) + R_2}{2}}$$

بالتعويض بقيم R_1 ، R_2 و i نجد :

$C_1 = 3363,64$

$C_2 = 3700$