

Chapitre 4

Transferts de chaleur par rayonnement.

4.1 Introduction

Le chapitre 2 a été consacré à l'analyse du mécanisme d'un mode de transfert d'énergie thermique qui requiert la présence d'un milieu matériel solide: c'est la conduction.

Par ailleurs, nous avons vu dans le cours de mécanique des fluides que lorsqu'un liquide ou un gaz est en mouvement, il apparaît un mode de transport des quantités de mouvement que l'on appelle le transport convectif. C'est ce même phénomène de convection qui intervient dans les échanges thermiques entre une paroi et un fluide en mouvement. Cette fois, ce sont les mouvements macroscopiques du fluide qui réalisent le transport de la chaleur.

Mais il existe également un mode de transfert d'énergie thermique qui, contrairement à la conduction ou à la convection, ne nécessite la présence d'aucun support matériel solide ou fluide.

La manifestation la plus commune de ce phénomène est celle du rayonnement solaire qui nous parvient sur la terre après avoir parcouru une distance considérable dans le vide spatial.

Ce transfert d'énergie fait intervenir un mécanisme physique qui est le rayonnement électromagnétique, dont la propagation est quasi instantanée, du moins à l'échelle des distances terrestres.

4.2 Le rayonnement électromagnétique

Tous les corps solides, liquides ou gazeux émettent un rayonnement de nature électromagnétique. Cette émission d'énergie s'effectue au détriment de leur énergie interne. Pour le thermicien, il s'agit d'un flux de chaleur émis par le corps considéré.

Ce rayonnement thermique n'est pas une onde monochromatique. Il est composé de radiations de longueurs d'onde différentes, comprises entre $0,1 \mu\text{m}$ et $100 \mu\text{m}$, donnant des spectres continus dans le cas des solides, ou des spectres de bandes dans le cas de certains gaz.

Cette gamme de $0,1 \mu\text{m}$ à $100 \mu\text{m}$ ne représente qu'une toute petite portion du spectre des ondes électromagnétiques, qui s'étend de $10^{-8} \mu\text{m}$ pour les rayons cosmiques jusqu'à plusieurs km pour les ondes hertziennes.

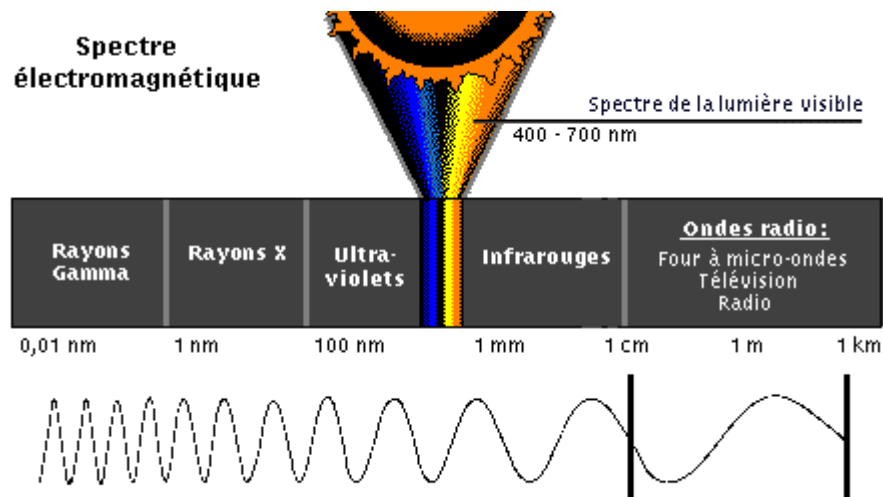


Figure 4.1 - le spectre électromagnétique

Dans ce domaine de $0,1 \mu\text{m}$ à $100 \mu\text{m}$, nos sens sont capables de percevoir le rayonnement thermique sous la forme d'une sensation de chaleur.

A l'intérieur d'une bande encore plus étroite comprise entre $0,4 \mu\text{m}$ et $0,8 \mu\text{m}$, appelée spectre visible, le rayonnement devient sensible à la rétine de notre œil. Nous réserverons le nom de lumière exclusivement à cette partie visible du rayonnement thermique.

Le rayonnement thermique dans la partie non visible du spectre porte le nom d'ultraviolet (U.V) du côté des courtes longueurs d'onde (de $0,1$ à $0,4 \mu\text{m}$), et d'infrarouge (IR) du côté des grandes longueurs d'onde (de $0,8$ à $100 \mu\text{m}$).

La propagation du rayonnement thermique s'effectue dans le vide en ligne droite, et à la vitesse de la lumière, sans aucune diminution de l'énergie transportée. On dit, de ce fait, que le vide est un milieu parfaitement transparent.

La plupart des gaz simples (O_2 , H_2 , N_2) sont également des milieux parfaitement transparents.

Par contre, certains gaz composés (en particulier CO_2 , H_2O , CO), sont en revanche dits partiellement transparents, car la propagation s'y accompagne d'une diminution de l'énergie transportée, ce qui accroît d'autant l'énergie interne du gaz traversé. Certains liquides et solides (plastiques, verres) entrent également dans cette catégorie.

La grande majorité des liquides et solides sont au contraire dits opaques, car ils arrêtent la propagation de tout rayonnement dès leur surface.

Un rayonnement incident Φ_i qui arrive sur un corps opaque, est en partie réfléchi (Φ_r), tandis que le reste est absorbé (Φ_a) sous forme de chaleur au voisinage de l'impact.

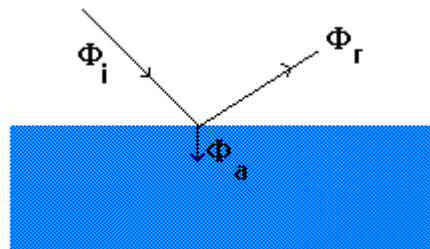


Figure 4.2 - Interaction d'un rayonnement thermique et d'un corps opaque

Comme en optique, la réflexion peut être diffuse (Φ_r dans toutes les directions), spéculaire (Φ_r dans la direction symétrique de Φ_i), ou quelconque.

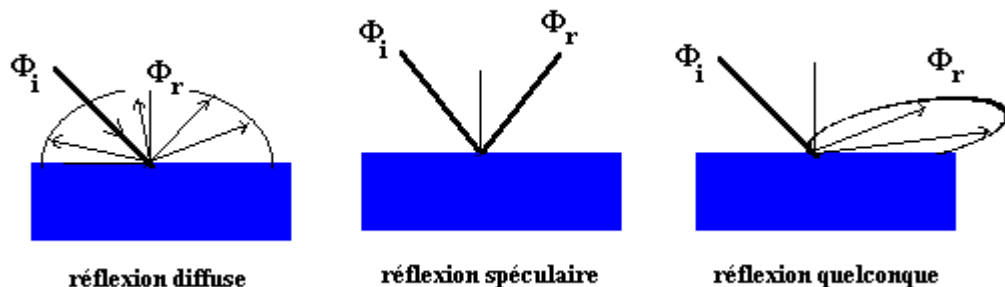


Figure 4.3 - Divers types de réflexions

Lorsque l'on étudiera l'équilibre thermique d'un système, tout corps composant ce système devra être considéré d'un double point de vue:

- comme *émetteur*, car il sera toujours la source d'un rayonnement dépendant de sa température (sauf si ce corps est parfaitement transparent).
- comme *récepteur*, car il recevra des rayonnements émis, réfléchis ou diffusés par les corps qui l'entourent. Une partie du flux reçu sera absorbée, et le reste sera réfléchi ou diffusé.

4.3 Rayonnement des corps opaques

Il est nécessaire d'introduire la définition d'un certain nombre de grandeurs intervenant dans l'étude des corps opaques considérés en tant qu'émetteurs de rayonnement.

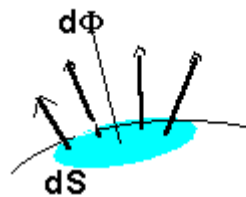
4.3.1 Flux d'une source

On désigne ainsi la puissance thermique émise par une source dans tout l'espace où elle peut rayonner. Ce flux sera noté Φ et exprimé en Watt.

4.3.2 Emittance

C'est le flux total émis par unité de surface de la source. On considère globalement la puissance $d\Phi$ émise par un élément de surface dS dans l'ensemble des directions où il peut rayonner (c'est-à-dire dans un hémisphère de 2π stéradian limité par le plan tangent à dS en son centre), et on divise ce flux par l'aire de dS .

L'émittance est notée M . Son unité est le Watt/m²

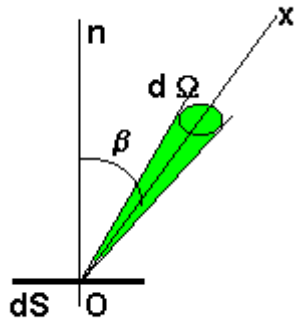


$$\text{Emittance } M = \frac{d\Phi}{dS}$$

Figure 4.4 - Emittance d'une source, en Watt/m²

4.3.3 Intensité d'une source dans une direction Ox

Considérons de nouveau un élément de surface dS d'une source S , et une direction quelconque Ox par rapport à cet élément dS , l'axe Ox étant repéré par l'angle β qu'il fait avec la normale On à dS .



Considérons également un angle solide élémentaire $d\Omega$ entourant la direction Ox .

Si le flux de la source dans tout l'espace hémisphérique où elle rayonne est Φ , on notera $d\Phi_{Ox}$ la portion de ce flux rayonnée dans l'angle solide $d\Omega$.

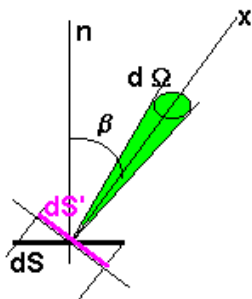
Par définition, on appellera **intensité de la source dans la direction Ox** la quantité:

$$I_{Ox} = \frac{d\Phi_{Ox}}{d\Omega} \tag{4.1}$$

Cette intensité I_{Ox} s'exprime en Watt/stéradian (W/sr).

4.3.4 Luminance d'une source dans une direction Ox

On définit la luminance L_{Ox} d'une source d'aire dS , dans la direction Ox , comme le quotient de l'intensité I_{Ox} de la source dans cette direction, par l'aire apparente dS' de la source dans la même direction:



$$L_{Ox} = \frac{I_{Ox}}{dS'} = \frac{I_{Ox}}{dS \cos \beta}$$

En effet, vu de la direction Ox , tout se passe comme si le flux était émis par la surface projetée $dS' = dS \cos \beta$.

En introduisant la définition (4.1) de l'intensité I_{Ox} la luminance s'exprime par la relation:

$$L_{Ox} = \frac{\frac{d\Phi_{Ox}}{d\Omega}}{dS \cos \beta} = \frac{d^2\Phi_{Ox}}{d\Omega dS \cos \beta} \tag{4.2}$$

La luminance apparaît donc comme la puissance rayonnée par unité d'angle solide entourant la direction Ox , et par unité de surface projetée perpendiculairement à cette direction.

Elle s'exprime en Watt par m^2 et par stéradian ($W/(m^2.sr)$)

Cette notion de luminance permet de comparer la puissance rayonnée dans une direction donnée par des sources d'étendues différentes ou d'orientations différentes par rapport à cette direction.

Le flux élémentaire émis par un élément de surface dS dans un angle solide $d\Omega$ entourant une direction Ox , inclinée d'un angle β sur la normale à cette surface, a donc pour expression:

$$d^2\Phi_{Ox} = L_{Ox} dS \cos\beta d\Omega \quad (4.3)$$

4.3.5 Loi de Lambert

Les sources dont la luminance est indépendante de la direction sont dites des sources diffuses, régies par la Loi de Lambert:

$$L_{Ox} = L \quad (4.4)$$

Cela veut dire que l'on voit ces surfaces diffuses avec la même intensité lumineuse quelle que soit la direction d'observation. Ce sera le cas de pratiquement toutes les surfaces émissives qui nous concernent, et pour lesquelles la luminance L ne dépendra que de la température T de la surface.

Nous pouvons alors recalculer le flux total $d\Phi$ en intégrant le flux élémentaire $d^2\Phi_{Ox}$ donné par la relation (4.3) modifiée par (4.4):

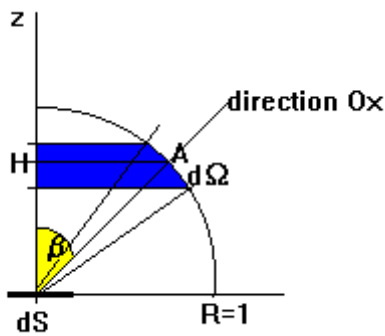
$$d^2\Phi_{Ox} = L dS \cos\beta d\Omega$$

Intégrons cette expression dans le demi-espace de 2π stéradian au-dessus de dS .

$$d\Phi = L dS \iiint_{2\pi \text{ sr}} \cos\beta d\Omega$$

L'émittance M , telle qu'on l'a définie au § 4.3.2, d'une source diffuse est donc donnée par:

$$M = \frac{d\Phi}{dS} = L \iiint_{2\pi \text{ sr}} \cos\beta d\Omega \quad (4.5)$$



Pour calculer l'intégrale triple ci-dessus, on commence par garder l'angle β constant:

$$M = L \int_0^{\pi/2} \cos \beta \iint_{2\pi \text{ sr}} d\Omega$$

L'intégration de l'élément d'angle solide $d\Omega$ autour de Oz conduit à la surface de la couronne sphérique

engendrée par la rotation autour de Oz du segment AH . Cette aire a pour valeur: $2\pi AH R d\beta$, c'est-à-dire, compte-tenu que $R=1$, $2\pi \sin \beta d\beta$

Il vient donc:

$$\begin{aligned} M &= 2\pi L \int_0^{\pi/2} \cos \beta \sin \beta d\beta \\ &= \pi L \int_0^{\pi/2} \sin 2\beta d\beta \end{aligned}$$

c'est-à-dire:

$$M = \pi L \tag{4.6}$$

relation entre l'émittance M et la luminance L d'une surface émissive diffuse, dite encore Lambertienne, c'est-à-dire respectant la Loi de Lambert.

4.4 Corps opaques récepteurs de rayonnement

De même que l'on a introduit la définition d'un certain nombre de grandeurs intervenant dans l'étude des corps opaques considérés en tant qu'émetteurs de rayonnement, on va maintenant définir d'autres grandeurs intervenant dans l'analyse de l'éclairement d'un corps opaque par un rayonnement incident.

4.4.1 Éclairement

On désigne ainsi le flux total reçu par l'unité de surface réceptrice:

$$E = \frac{d\Phi}{dS} \tag{4.7}$$

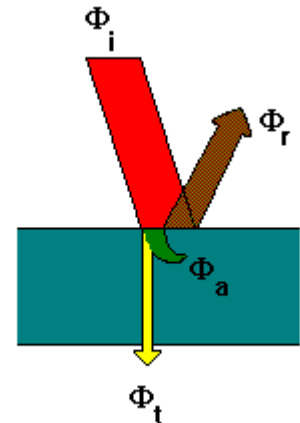
L'éclairement E s'exprime en W/m^2

C'est donc la densité de flux de chaleur arrivant sur l'unité de surface réceptrice dS , en provenance du demi-espace visible depuis cette surface.

4.4.2 Réflexion, absorption et transmission

Une fraction ρ de cette **puissance totale incidente** Φ_i sera *réfléchi*e par le corps, c'est-à-dire renvoyée sans avoir pénétré dans le matériau.

Une autre fraction α sera *absorbée* dans la masse du récepteur, constituant un apport énergétique pour ce dernier.



Enfin, une troisième et dernière fraction τ peut éventuellement traverser entièrement le corps récepteur et ressortir de l'autre côté. On dit alors qu'elle est *transmise*.

Si Φ_i désigne le flux total incident,

Φ_r le flux total réfléchi,

Φ_a le flux total absorbé,

Φ_t le flux total transmis,

la conservation de l'énergie s'exprime par la relation:

$$\Phi_i = \Phi_r + \Phi_a + \Phi_t \quad (4.8)$$

On désignera sous les noms de:

Coefficient de réflexion, le rapport $\rho = \frac{\Phi_r}{\Phi_i}$

Coefficient d'absorption, le rapport $\alpha = \frac{\Phi_a}{\Phi_i}$

Coefficient de transmission, le rapport $\tau = \frac{\Phi_t}{\Phi_i}$

La relation (4.8) se traduit alors par:

$$\rho + \alpha + \tau = 1 \quad (4.9)$$

Ces paramètres caractérisent d'une manière globale le comportement d'un corps vis-à-vis du rayonnement thermique qu'il reçoit. Ce sont des grandeurs totales hémisphériques, ce qui signifie qu'elles ne rentrent pas dans le détail des longueurs d'onde du rayonnement, ni des directions de propagation.

4.4.3 Grandeurs monochromatiques directionnelles

Cependant, dans bien des cas, les propriétés radiatives des corps varient avec la longueur d'onde et la direction du rayonnement. Pour en rendre compte, on peut introduire des grandeurs analogues à toutes celles que nous avons vu jusqu'ici, mais monochromatiques ou directionnelles, et éventuellement les deux à la fois.

Dans le tableau 4.1, nous mettrons en vis-à-vis, dans la colonne de gauche la grandeur globale concernant l'ensemble du spectre rayonné, et dans la colonne de droite, la grandeur monochromatique correspondante, mais ne concernant qu'une longueur d'onde unique λ .

Si les flux incident, réfléchi, absorbé et transmis considérés plus haut, au lieu d'être des grandeurs globales pour l'ensemble des longueurs d'ondes rayonnées et des directions du rayonnement, sont maintenant des grandeurs monochromatiques directionnelles:

$$\begin{aligned} (\Phi_{Ox, \lambda})_i & \text{ pour le flux incident} \\ (\Phi_{Ox, \lambda})_r & \text{ pour le flux réfléchi} \\ (\Phi_{Ox, \lambda})_a & \text{ pour le flux absorbé} \\ (\Phi_{Ox, \lambda})_t & \text{ pour le flux transmis} \end{aligned}$$

on définira de la même manière que précédemment des coefficients monochromatiques directionnels qui respecterons une condition analogue à la condition (4.9) :

$$\rho_{Ox, \lambda} + \alpha_{Ox, \lambda} + \tau_{Ox, \lambda} = 1 \quad (4.10)$$

4.4.4 Notion de corps noir

On appelle corps noir, un corps pour lequel:

$$\begin{aligned} \rho_{Ox, \lambda} &= 0 \\ \tau_{Ox, \lambda} &= 0 \end{aligned}$$

$$\alpha_{Ox,\lambda} = 1$$

Un corps noir est donc un corps qui absorbera **tout** rayonnement incident le frappant, sans en réfléchir ni laisser échapper aucune fraction, et ceci quelques soient les longueurs d'onde et les directions de propagation. De la même manière, un corps noir sera capable de rayonner dans chaque longueur d'onde **le maximum** d'énergie calorifique stockable théoriquement dans cette bande de fréquence à un niveau de température T déterminé.

Tableau 4.1 - Récapitulation des principales définitions

| Grandeurs hémisphériques, caractérisant un rayonnement émis dans l'ensemble des directions de l'espace environnant la source considérée | | |
|--|--|--|
| Grandeur | Grandeur totale, concernant l'ensemble du spectre rayonné | Grandeur monochromatique concernant une longueur d'onde unique λ |
| Flux d'une source (cf. § 4.3.1) | Flux total Φ en W | Flux monochromatique $\Phi_\lambda = \left(\frac{d\Phi}{d\lambda} \right)_\lambda$ en W/m |
| Emittance d'une source (cf. § 4.3.2) | Emittance totale $M = \frac{d\Phi}{dS}$ en W/m ² | Emittance monochromatique $M_\lambda = \left(\frac{dM}{d\lambda} \right)_\lambda = \left(\frac{d^2\Phi}{dS d\lambda} \right)_\lambda$ en W/m ³ |
| Grandeurs directionnelles, caractérisant un rayonnement émis dans une direction particulière Ox | | |
| Intensité d'une source (cf. § 4.3.3) | Intensité totale dans la direction Ox $I_{Ox} = \frac{d\Phi_{Ox}}{d\Omega}$ en W/sr | Intensité monochromatique dans la direction Ox $I_{Ox,\lambda} = \left(\frac{dI_{Ox}}{d\lambda} \right)_\lambda = \left(\frac{d^2\Phi_{Ox}}{d\Omega d\lambda} \right)_\lambda$ en W/(m.sr) |
| Luminance d'une source (cf. § 4.3.4) | Luminance totale dans la direction Ox $L_{Ox} = \frac{I_{Ox}}{dS \cos \beta} = \frac{d^2\Phi_{Ox}}{d\Omega dS \cos \beta}$ en W/(m ² .sr) | Luminance monochromatique dans la direction Ox $L_{Ox,\lambda} = \left(\frac{dL_{Ox}}{d\lambda} \right)_\lambda = \frac{d^2\Phi_{Ox,\lambda}}{d\Omega dS \cos \beta}$ en W/(m ³ .sr) |

Un tel corps, thermiquement idéal, n'existe pas dans la nature, pas plus que n'existe le fluide parfait totalement exempt de dissipation interne d'énergie lors de son mouvement.

Mais le concept va servir d'étalon de rayonnement. A partir de considérations thermodynamiques, il est possible de prévoir théoriquement le maximum d'énergie calorifique pouvant être rayonnée par la matière à chaque température de cette matière, et dans chaque longueur d'onde.

Pour chaque corps réel auquel s'intéresse l'ingénieur thermicien, on évaluera l'énergie qu'il peut rayonner, *relativement à celle qu'émettrait un corps noir dans les mêmes conditions*, à l'aide de coefficients appelés **émissivités**.

Dans tout ce qui suit, les grandeurs relatives au corps noir seront affectées d'un indice supérieur « ° ». Ainsi, par exemple, l'émittance monochromatique du corps noir à la longueur d'onde λ sera notée M_{λ}^0

4.5 Loi de PLANCK

Cette loi relie l'émittance monochromatique du corps noir à la longueur d'onde λ , M_{λ}^0 , à la longueur d'onde λ et à sa température absolue T.

Elle s'exprime sous la forme:

$$M_{\lambda}^0 = \frac{2 \pi h C^2 \lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1} \quad (4.11)$$

relation dans laquelle:

- C est la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le milieu où se propage le rayonnement. C est donnée par la relation: $C = C_0 / n$
avec: n l'indice de réfraction du milieu, et $C_0 = 2,9979 \cdot 10^8$ m/s
- h est la constante de PLANCK, $h = 6,6255 \cdot 10^{-34}$ J.s
- k est la constante de BOLTZMANN, $k = 1,3805 \cdot 10^{-23}$ J/K

Lorsque le rayonnement se propage dans un milieu dont l'indice de réfraction est égal à l'unité, ce qui est le cas en toute rigueur pour le vide, et pour l'air en première approximation, la loi de PLANCK peut se mettre sous la forme simplifiée suivante, qui est celle qui sera utilisée dans la pratique courante:

$$M_{\lambda}^0 = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1} \quad (4.12)$$

C_1 et C_2 sont deux constantes physiques dont les valeurs sont données, en unités S.I, dans le tableau suivant:

| T | λ | $C_1 = 2 \pi h C_0^2$ | $C_2 = \frac{h C_0}{k}$ | M_λ^0 |
|---|---------------|---|-------------------------------------|---|
| K | m | $3,741 \cdot 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^2$ | 0,014388 m.K | W/m^3 |
| K | μm | $3,741 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2$ | 14.388 $\mu\text{m} \cdot \text{K}$ | $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \mu\text{m})$ |

La figure 4.5 ci-dessous représente les courbes de variation de l'émittance monochromatique d'un corps noir, calculées à l'aide de la relation (4.12), pour les valeurs

suivantes de la température absolue de ce corps noir:

300 K (ambiante), 500 K, 750 K, 1000 K, 2500 K, 5800 K (soleil)

Chaque courbe présente pour une certaine abscisse λ_m un maximum d'autant plus prononcé que la température T est plus élevée.

On constate que pour $\lambda < 0,5 \lambda_m$, il n'y a pratiquement plus d'énergie rayonnée (moins de 1%), alors qu'il faut atteindre $\lambda > 4,5 \lambda_m$ pour obtenir le même résultat dans l'infrarouge.

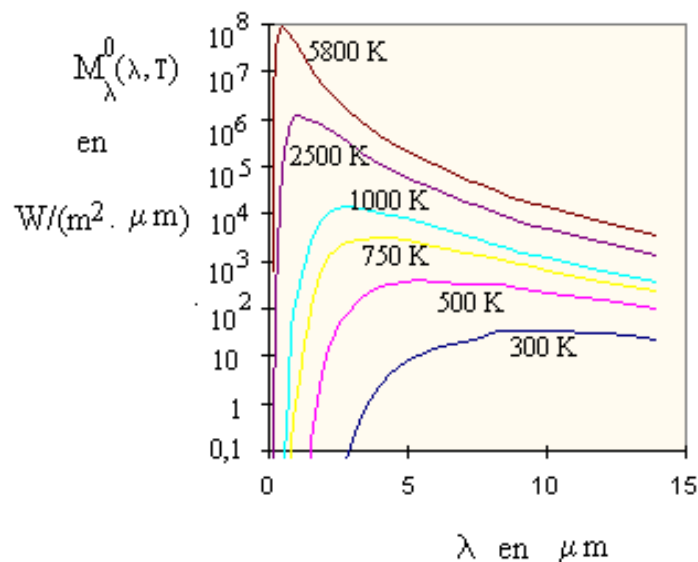


Figure 4.5 - Emittance monochromatique du corps noir

4.6 Lois de WIEN

Deux lois fournissent respectivement l'abscisse λ_m et l'ordonnée du maximum d'émittance monochromatique du corps noir à chaque température.

4.6.1 1ère loi de WIEN, ou loi du déplacement

L'abscisse λ_m du maximum de M_{λ}^0 , se déplace vers les courtes longueurs d'onde lorsque la température croît.

C'est ce qu'exprime la « loi du déplacement » de WIEN:

$$\lambda_m T = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K} \quad (4.13)$$

4.6.2 2ème loi de WIEN

Cette loi fournit la valeur du maximum $M_{\lambda_m}^0$ en fonction de T. Elle s'exprime sous la forme suivante:

$$M_{\lambda_m}^0 = B T^5 \quad (4.14)$$

La constante B est donnée dans le tableau suivant:

| T | λ | B | $M_{\lambda_m}^0$ |
|---|---------------|--|---|
| K | m | $1,287 \cdot 10^{-5} \text{ W}/(\text{m}^3 \cdot \text{K}^5)$ | W/m^3 |
| K | μm | $1,287 \cdot 10^{-11} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \mu\text{m} \cdot \text{K}^5)$ | $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \mu\text{m})$ |

A la température ambiante (300 K), le maximum de rayonnement thermique se produit dans le proche infrarouge, à 10 μm .

Le rayonnement solaire, qui correspond à une température de 5800 K, a son maximum dans le spectre visible, à 0,5 μm .

Lorsqu'un corps s'échauffe, il n'émet d'abord que des radiations non visibles dans l'infrarouge, puis il commence à rougir lorsque son spectre d'émission vient empiéter sur le domaine du visible. Finalement, pour une température suffisamment élevée, le spectre d'émission du corps recouvre tout le domaine du visible, ce qui correspond à une émission de lumière blanche, d'où l'expression « chauffé à blanc ».

Une dernière remarque peut être déduite de ce qui précède:

Il n'y a pratiquement pas de recouvrement entre la partie utile du spectre du rayonnement solaire (approximativement de 0,2 à 2,5 μm), et celle du spectre d'un corps de température peu supérieure à

l'ambiante (en gros, de 3 à 50 μm). Cette propriété sera exploitée dans de nombreuses applications telles que les serres ou les capteurs solaires à basse température utilisés dans l'habitat.

4.7 Loi de STEFAN-BOLTZMANN

Cette loi fournit l'émittance totale du rayonnement du corps noir dans le vide, en fonction de sa température absolue. On peut l'établir en intégrant sur l'ensemble du spectre, la relation (4.11) exprimant la loi de PLANCK.

La loi de STEFAN-BOLTZMANN s'exprime par la relation:

$$M^0 = \sigma T^4 \quad (4.15)$$

σ est la constante de STEFAN-BOLTZMANN, dont l'expression et la valeur numérique sont données dans le tableau suivant:

| | | |
|--|---|-----------------------|
| $\sigma = \frac{2 \pi^5}{15} \frac{k^4}{C_0^2 h^3}$ | T | M^0 |
| $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ | K | W/m^2 |

4.8 Rayonnement des corps réels

Les lois physiques que nous venons d'étudier fournissent les émittances totales M^0 ou monochromatique M^0_λ du corps noir. Ce sont des grandeurs hémisphériques, car un corps noir ne privilégie aucune direction de propagation.

Ces lois décrivent donc un rayonnement diffus, obéissant à la loi de Lambert. On passe donc des émittances du corps noir à ses luminances (grandeurs directionnelles) par les relations:

$$L^0 = \frac{M^0}{\pi} \quad \text{et} \quad L^0_\lambda = \frac{M^0_\lambda}{\pi} \quad (4.16)$$

directement déduites de la relation (4.6) établie au § 4.3.5

L'évaluation des propriétés émissives des substances réelles se fait *par rapport à celles d'un corps noir placé dans les mêmes conditions de température et de longueur d'onde*, à l'aide de coefficients appelés émissivités, totales ou monochromatiques, hémisphériques ou directionnelles.

Ainsi, les émittances totale et monochromatique d'une surface réelle déterminée, seront fournies par des relations du type:

$$M = \varepsilon M^0 \quad \text{et} \quad M_\lambda = \varepsilon_\lambda M_\lambda^0 \quad (4.17)$$

relations dans lesquelles ε est l'émissivité hémisphérique du corps, et ε_λ son émissivité monochromatique à la longueur d'onde λ .

Quant aux luminances L et L_λ du corps, elles seront liées à celles du corps noir par les relations:

$$L_{Ox} = \varepsilon_{Ox} L^0 = \varepsilon_{Ox} M^0 / \pi \quad \text{et} \quad L_{Ox, \lambda} = \varepsilon_{Ox, \lambda} M_\lambda^0 / \pi \quad (4.18)$$

dans lesquelles ε_{Ox} est l'émissivité directionnelle totale du corps, et $\varepsilon_{Ox, \lambda}$ son émissivité directionnelle monochromatique.

L'émissivité des substances naturelles dépend, d'une manière générale, de leur nature physico-chimique, de leur état de surface géométrique (défauts de planéité, rugosité), et varie avec la longueur d'onde, la direction d'émission et la température de surface.

Dans la pratique, le thermicien confronté à un problème d'échanges radiatifs n'a guère que deux possibilités:

- Faire procéder, sur échantillons, à des mesures d'émissivités, par un laboratoire spécialisé. C'est une solution longue, coûteuse et délicate.
- Rechercher des valeurs pour les paramètres définis ci-dessus dans les tables compilées dans des ouvrages spécialisés sur le rayonnement. Ces tables donnent généralement l'émissivité totale dans la direction normale à la surface, et l'émissivité totale hémisphérique, mais rarement l'émissivité monochromatique, et presque jamais l'émissivité directionnelle.

4.9 Notion de corps gris

Au niveau limité de ce cours d'initiation à la thermique, nous nous contenterons d'une hypothèse simplificatrice selon laquelle *toutes les surfaces en présence auront une émissivité indépendante de la direction d'émission et de la longueur d'onde*, tout comme un corps noir, mais à des niveaux d'énergie moindres.

De tels corps pourront alors être qualifiés de *gris*, et seront caractérisés du point de vue de leurs propriétés radiatives par les relations suivantes:

$$\epsilon_{Ox} = \epsilon_{Ox,\lambda} = \epsilon = \text{Constante}$$

L'émittance totale d'un corps gris sera alors déduite celle du corps noir donnée par la loi de STEFAN-BOLTZMANN:

$$M^0 = \epsilon \sigma T^4 \quad \text{en W / m}^2 \tag{4.19}$$

Le tableau suivant donne quelques valeurs d'émissivités ϵ

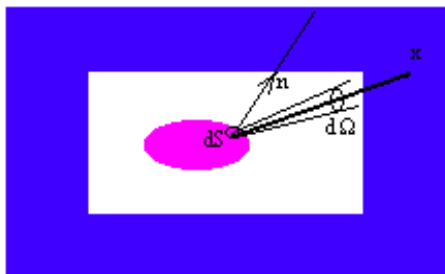
Tableau 4.2 - Emissivités ϵ de quelques substances

| <i>Nature de la substance</i> | <i>émissivité ϵ</i> |
|--------------------------------|---|
| <i>réfractaire</i> | 0,8 |
| <i>peinture réfléchissante</i> | 0,3 |
| <i>fer poli</i> | 0,15 (à 20°C) à 0,35 (à 900°C) |
| <i>aluminium poli</i> | 0,05 |
| <i>aluminium oxydé</i> | 0,15 |

4.10 Loi de KIRCHHOFF

Cette loi établit un rapport entre les propriétés émissives et absorbantes d'un corps.

Pour la démontrer, on considère un corps placé dans une enceinte fermée dont les parois possèdent les propriétés d'un corps noir. Tout le système est en équilibre thermique à une température uniforme T, et le corps considéré n'enregistre donc ni gain ni perte thermique.



Dans ces conditions, un élément de surface dS du corps émet dans un angle solide élémentaire dΩ entourant une direction Ox inclinée d'un angle β sur la normale On à dS, un flux monochromatique qui s'exprime par une relation tout-à-fait analogue à la relation (4.3) qui avait été introduite au § 4.3.4 pour définir la luminance d'une source dans une

direction Ox. La seule différence est qu'on considère maintenant une émission monochromatique (à une seule longueur d'onde λ), et qu'au lieu d'une luminance totale, on doit donc exprimer une luminance monochromatique dans la direction Ox, que l'on rapportera à la luminance

monochromatique du corps noir, par l'intermédiaire d'une émissivité $\varepsilon_{Ox, \lambda}$ telle qu'introduite dans la relation (4.18). On aura donc:

$$\left[d^2\Phi_{Ox, \lambda} \right]_{\text{émis}} = \varepsilon_{Ox, \lambda} L_{\lambda}^0 dS \cos\theta d\Omega \quad \text{en W / (m}^3 \cdot \text{sr)} \quad (4.20)$$

Simultanément, la surface dS reçoit dans le même angle solide $d\Omega$, et à la même longueur d'onde λ , un flux émis par l'enceinte noire qui a pour valeur $L_{\lambda}^0 dS \cos\theta d\Omega$.

Le corps considéré en absorbera donc une partie:

$$\left[d^2\Phi_{Ox, \lambda} \right]_{\text{absorbé}} = \alpha_{Ox, \lambda} L_{\lambda}^0 dS \cos\theta d\Omega \quad \text{en W / (m}^3 \cdot \text{sr)} \quad (4.21)$$

L'équilibre thermique du corps implique l'égalité des flux émis et absorbé, d'où la relation (4.22) suivante qui exprime la Loi de KIRCHHOFF:

$$\varepsilon_{Ox, \lambda} = \alpha_{Ox, \lambda} \quad (4.22)$$

Dans le cas où les rayonnements émis et reçus par le corps sont parfaitement répartis sur l'ensemble des directions de l'espace hémisphérique (cas d'une émission et d'un éclaircissement diffus), la loi de KIRCHHOFF précédente est également applicable aux propriétés monochromatiques hémisphériques:

$$\varepsilon_{\lambda} = \alpha_{\lambda} \quad (4.23)$$

Il n'est généralement pas possible d'étendre la loi de KIRCHHOFF au rayonnement total émis et absorbé par un corps quelconque, et donc de considérer que $\alpha = \varepsilon$.

En effet, l'émissivité totale $\varepsilon(T)$ d'un corps est définie par la relation:

$$\varepsilon(T) = \frac{M(T)}{M^0(T)} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} M_{\lambda}^0(T) d\lambda}{\sigma T^4} \quad (4.24)$$

Cette fonction $\varepsilon(T)$ est une propriété caractéristique du seul corps émetteur, dépendant de son émissivité monochromatique ε_{λ} , et variant avec sa température T .

Par contre, le coefficient d'absorption total de ce même corps est la fraction α absorbée par le corps, sur l'ensemble des longueurs d'ondes incidentes. Si E_{λ} est l'éclaircissement monochromatique tombant sur le corps, on a:

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} E_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda} = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} E_{\lambda} d\lambda}{E} \quad (4.25)$$

Le coefficient d'absorption α dépend donc lui aussi du corps considéré, par l'intermédiaire des α_{λ} , mais aussi de la composition spectrale E_{λ} du rayonnement reçu, et donc en définitive de la nature et de la température du corps qui a émis le rayonnement absorbé.

C'est pourquoi le coefficient d'absorption total α ne saurait être une caractéristique intrinsèque d'un corps, comme l'est son émissivité totale $\varepsilon(T)$.

D'une manière générale, on aura donc: $\alpha \neq \varepsilon$

Il y a deux exceptions importantes à cette situation:

- Le corps noir, défini par les propriétés:

$$\varepsilon_{\lambda} = 1 \text{ et } \alpha_{\lambda} = 1 \text{ quelque soit } \lambda$$

Il en résulte immédiatement que:

$$\varepsilon = \alpha$$

- Les corps gris, définis par la propriété:

$$\varepsilon_{\lambda} = \varepsilon \text{ quelque soit } \lambda$$

La relation (4.23): $\varepsilon_{\lambda} = \alpha_{\lambda}$ entraîne donc: $\alpha_{\lambda} = \varepsilon$ quelque soit λ ,

c'est-à-dire encore:

$$\varepsilon = \alpha$$

4.11 Exemples de récapitulation

4.11.1 Energie solaire reçue sur la terre

En supposant que le soleil rayonne comme un corps noir à la température de 5800 K, on se propose de calculer l'éclairement solaire E reçu par m^2 de surface de la terre.

On supposera que le soleil est au zénith de l'endroit considéré de la terre.

On donne les grandeurs géométriques suivantes:

- rayon du soleil: $R = 696.000 \text{ km}$
- distance terre-soleil: $D = 149.637.000 \text{ km}$

On supposera que le coefficient de transmission τ de l'atmosphère est égal à 0,75.

Considérons un élément de surface dS quelconque à la surface du soleil, et évaluons sa contribution à l'éclairement de l'élément de surface dS' considéré sur la terre.

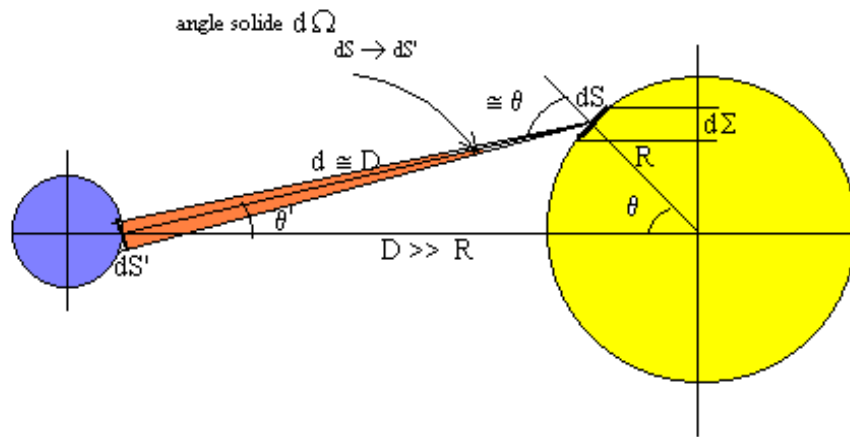


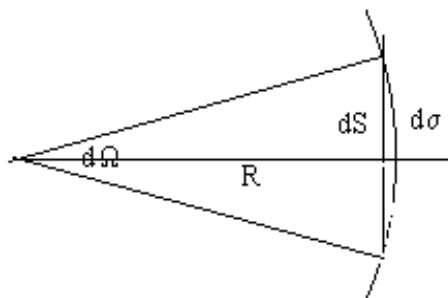
Figure 4.7 - Angle solide sous lequel on voit l'élément dS' de la terre, depuis dS sur le soleil
Le flux élémentaire émis par l'élément dS de la surface du soleil dans un angle solide $d\Omega$ entourant la direction de dS vers un élément dS' de la surface de la terre, a été exprimé au § 4.3.4 par la relation (4.3). Il est donné par:

$$d^2\Phi_{dS \rightarrow dS'} = L_T^0 dS \cos\theta d\Omega_{dS \rightarrow dS'} \tag{4.26}$$

relation dans laquelle la luminance L_T^0 du soleil peut être exprimée en fonction de son émittance par la relation (4.6):

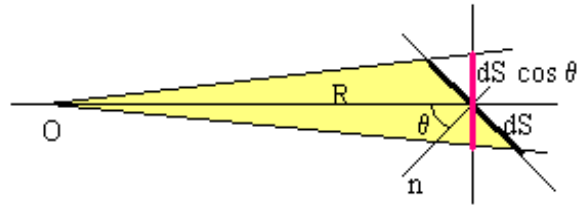
$$L_T^0 = \frac{M_T^0}{\pi} \tag{4.6}$$

Evaluons maintenant l'angle solide $d\Omega_{dS \rightarrow dS'}$ sous lequel on voit dS' depuis dS .



En raison même de la définition de l'angle solide $d\Omega$, la surface conique qui découpe l'aire $d\Omega$ sur la sphère de rayon unité, intercepte sur une sphère de rayon R une surface $d\sigma = R^2 d\Omega$. La surface plane dS qui sous-tend la surface sphérique $d\sigma$ peut être assimilée à $d\sigma$ lorsque R est grand devant les dimensions de $d\sigma$. Il s'en suit que l'on a: $dS = R^2 d\Omega$.

Considérons maintenant un point O situé à une distance moyenne R d'une petite surface dS, la normale à dS étant orientée de manière quelconque par rapport à la direction de O.



Il résulte de ce qui précède que l'angle solide dΩ sous lequel on voit d'un point O le contour d'une petite surface dS (assimilée à une surface plane), et orientée d'une manière quelconque, est donné par la relation:

$$d\Omega = \frac{dS \cos\theta}{R^2} \tag{4.27}$$

L'angle solide dΩ_{dS→dS'} sous lequel on voit dS' depuis dS a donc comme expression:

$$d\Omega_{dS \rightarrow dS'} = \frac{dS' \cos\theta'}{d^2} \tag{4.28}$$

Si on tient maintenant compte des expressions (4.6) et (4.28), la relation (4.26) s'écrit alors:

$$d^2\Phi_{dS \rightarrow dS'} = \frac{M_T^0}{\pi} \frac{dS \cos\theta dS' \cos\theta'}{d^2} \tag{4.29}$$

Il faut maintenant intégrer à toute la surface du soleil:

$$d\Phi_{S \rightarrow dS'} = \int_S d^2\Phi_{dS \rightarrow dS'} = \frac{M_T^0}{\pi} \int_S \frac{dS' \cos\theta'}{d^2} \cos\theta dS$$

La distance D étant de l'ordre de 150 fois le rayon R, il en résulte que d et D sont sensiblement égaux, tandis que l'angle θ' est négligeable, quelque soit la position de l'élément dS sur le soleil.

La relation précédente se simplifie donc pour s'écrire:

$$d\Phi_{S \rightarrow dS'} = \frac{M_T^0}{\pi} \frac{dS'}{D^2} \int_S \cos\theta dS$$

Mais cos θ dS est la projection de l'élément dS sur le plan diamétral du soleil. D'où:

$$\int_S \cos\theta \, dS = \int_{\Sigma} d\Sigma = \Sigma = \pi R^2$$

et:

$$d\Phi_{S \rightarrow dS'} = M_T^0 \left(\frac{R}{D} \right)^2 dS' \quad (4.30)$$

(R/D est le demi-diamètre angulaire du soleil)

En définitive, l'éclairement solaire de la terre est donné par la relation:

$$E = \frac{d\Phi_{S \rightarrow dS'}}{dS'} = M_T^0 \left(\frac{R}{D} \right)^2 \quad (4.31)$$

M_T^0 est donnée par la loi de STEFAN-BOLTZMANN (4.15), d'où finalement:

$$E = \sigma T^4 \left(\frac{R}{D} \right)^2 \quad (4.32)$$

Avec les valeurs numériques adoptées:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$$

$$T = 5.800 \text{ K}$$

$$R = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$D = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

on obtient: $E = 1402 \text{ W}/\text{m}^2$

Si on tient compte de surcroît que l'atmosphère ne transmet qu'une fraction du rayonnement solaire qui l'atteint, on ne recevra plus au sol que:

$$\tau E = 0,75 E = 1052 \text{ W}/\text{m}^2$$

Cet exemple est fort simplifié. Les valeurs de l'éclairement solaire que l'on mesure réellement sont un peu inférieures au résultat ci-dessus, car elles dépendent également d'autres paramètres dont on n'a pas tenu compte ici.

4.11.2 Capteur solaire plan. Effet de serre.

Un capteur solaire plan destiné au chauffage des habitations ou à la production d'eau chaude sanitaire, est essentiellement constitué:

- d'un panneau « noir » appelé *absorbeur*, pourvu d'un réseau de tubulures dans lesquelles circule un fluide caloporteur ayant pour fonction d'évacuer la chaleur captée vers la partie utilisation de l'installation.
- d'une face avant constituée d'une *plaque de verre*, destinée à réduire les pertes par rayonnement, du fait d'un mécanisme appelé effet de serre, que nous allons analyser.

- d'un boîtier contenant le tout, calorifugé de manière à réduire les pertes vers l'arrière et les côtés.

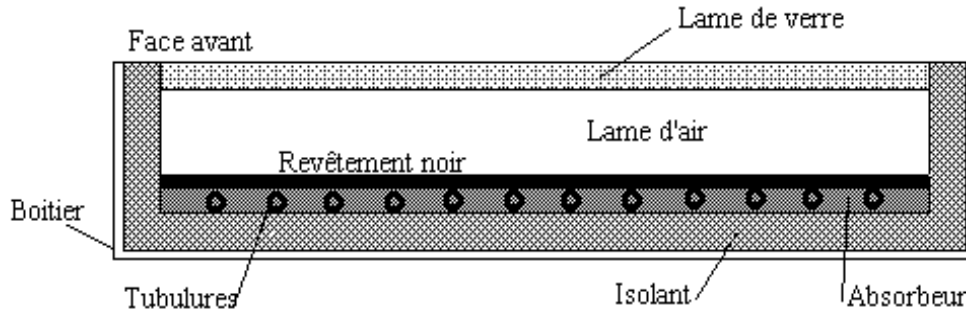


Figure 4.8 - Coupe schématique d'un capteur solaire plan

On se propose d'évaluer les températures d'équilibre qu'atteindront l'absorbeur et le vitrage, lorsque la circulation du fluide caloporteur est interrompue.

On admettra les hypothèses simplificatrices suivantes:

- On néglige tous les échanges par conduction, pour ne considérer que les seuls échanges radiatifs.
- On suppose qu'il n'y a aucune perte thermique par le fond du boîtier.

Les données physiques nécessaires à la résolution du problème sont les suivantes:

- L'éclairement solaire E du vitrage est de 1.000 W/m^2 .
- On connaît les propriétés radiatives moyennes du vitrage dans deux bandes spectrales différentes: celle du rayonnement solaire (λ entre $0,2$ et $2,5 \mu\text{m}$) et celle des rayonnements thermiques dits de basse température ($\lambda > 2,5 \mu\text{m}$). Ces données sont représentées sur la figure 4.9 suivante:

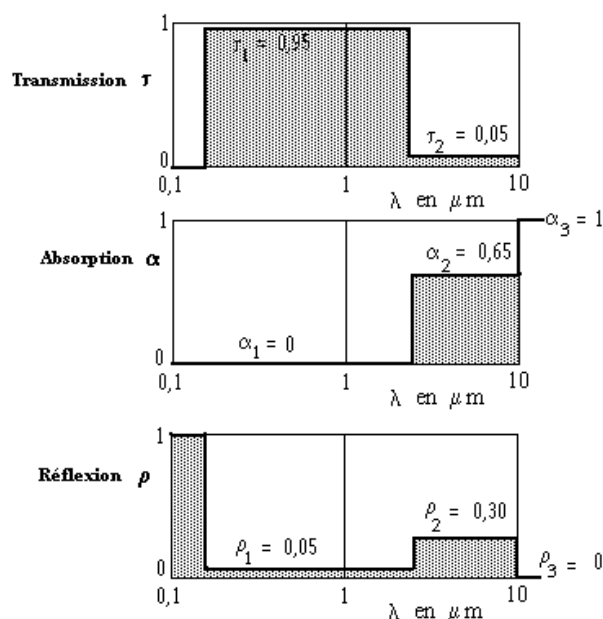


Figure 4.9 - Caractéristiques radiatives moyennes du verre utilisé

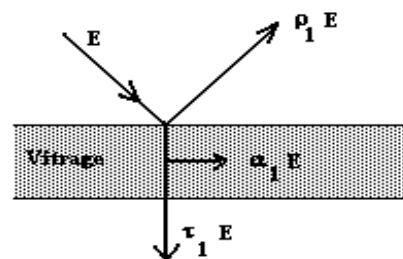
L'effet de serre repose sur les propriétés de la courbe de transmission du verre. Ce matériau est pratiquement transparent pour le rayonnement solaire ($\tau_1 = 0,95$), mais transmet peu de rayonnement au delà de $2,5 \mu\text{m}$ ($\tau_2 = 0,05$). En outre, il absorbe pratiquement tout le rayonnement de température ambiante, dont le maximum se situe autour de $10 \mu\text{m}$ de longueur d'onde ($\alpha_3 = 1$). Nous désignerons par T_a et T_v les températures respectives de l'absorbeur et du vitrage, à l'équilibre thermique, lorsque la circulation de fluide caloporteur est stoppée.

En établissant des bilans thermiques en régime permanent, sur l'absorbeur d'une part, et sur le vitrage d'autre part, nous allons obtenir un système d'équations dont la résolution fournira les valeurs de T_a et T_v . Ces bilans porteront sur l'unité de surface ($S = 1 \text{ m}^2$).

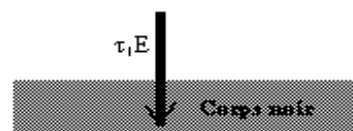
Avant d'établir ces bilans, commençons par décrire les différents phénomènes radiatifs qui interviennent:

1) L'éclairement solaire incident E frappe le vitrage.

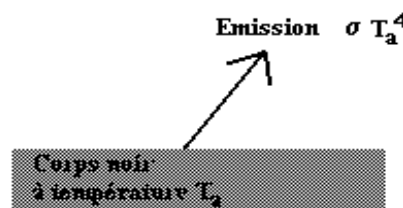
Une fraction $\rho_1 E$ est réfléchiée, une fraction $\alpha_1 E$ est absorbée par le verre, tandis que la fraction restante du flux incident, $\tau_1 E$, traverse le vitrage.



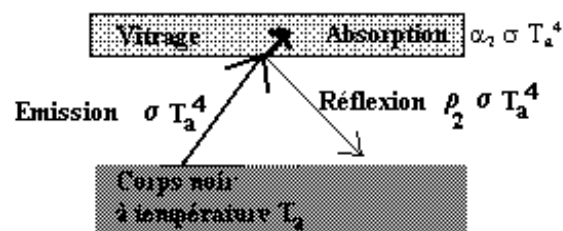
2) Tout le rayonnement $\tau_1 E$ transmis par le vitrage est absorbé par la surface noire de l'absorbeur.



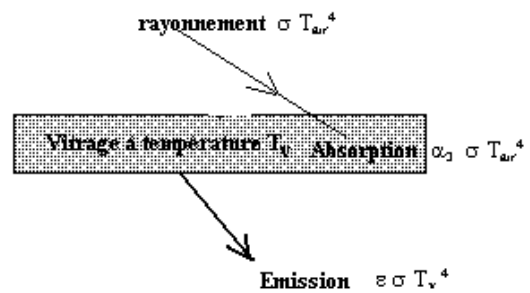
3) L'absorbeur, à la température T_a , émet un rayonnement dont l'émittance est fournie par la loi de STEFAN-BOLTZMANN, soit: σT_a^4



4) Le rayonnement de l'absorbeur frappe le vitrage. Une fraction $\rho_2 \sigma T_a^4$ est réfléchiée et revient donc vers l'absorbeur. Une autre fraction $\alpha_2 \sigma T_a^4$ est absorbée



5) Le vitrage, en équilibre thermique à la température T_v , émet un rayonnement $\varepsilon \sigma T_v^4$, qui sera absorbé par le corps noir en vis-à-vis (dont c'est la fonction).
 En même temps, il absorbe une fraction $\alpha_3 \sigma T_{air}^4$ du rayonnement ambiant émanant de l'environnement à la température T_{air}



a) Bilan au niveau de l'absorbeur

Il absorbe: $\tau_1 E$, la fraction de l'éclairement solaire E que transmet le vitrage.
 $\rho_2 \sigma T_a^4$, la fraction du rayonnement de la surface noire réfléchié par le vitrage.
 $\varepsilon \sigma T_v^4$, le rayonnement émis par le vitrage.

Il émet: σT_a^4
 L'équilibre thermique de l'absorbeur s'exprime donc par l'équation:

$$\sigma T_a^4 = \tau_1 E + \rho_2 \sigma T_a^4 + \varepsilon \sigma T_v^4 \tag{4.33}$$

b) Bilan au niveau du vitrage

Il absorbe: $\alpha_1 E$, une fraction du rayonnement solaire.
 $\alpha_2 \sigma T_a^4$, une fraction du rayonnement de l'absorbeur
 $\alpha_3 \sigma T_{air}^4$, fraction du rayonnement de l'environnement à une température T_{air}

Il émet: $2 \varepsilon \sigma T_v^4$, le rayonnement émis par ses deux faces.

L'équilibre thermique du vitrage s'exprime donc par l'équation:

$$2 \varepsilon \sigma T_v^4 = \alpha_1 E + \alpha_2 \sigma T_a^4 + \alpha_3 \sigma T_{air}^4 \tag{4.34}$$

En combinant avec le premier bilan:

$$\sigma T_a^4 = \tau_1 E + \rho_2 \sigma T_a^4 + \varepsilon \sigma T_v^4 \tag{4.35}$$

on obtient:

$$\sigma T_a^4 = \tau_1 E + \rho_2 \sigma T_a^4 + \frac{\alpha_1 E + \alpha_2 \sigma T_a^4 + \alpha_3 \sigma T_{\text{air}}^4}{2}$$

soit en réarrangeant les termes:

$$\sigma T_a^4 \left(1 - \frac{\alpha_2 + 2 \rho_2}{2} \right) = \frac{(\alpha_1 + 2 \tau_1) E + \alpha_3 \sigma T_{\text{air}}^4}{2}$$

que l'on résout en:

$$T_a^4 = \frac{(\alpha_1 + 2 \tau_1) E + \alpha_3 \sigma T_{\text{air}}^4}{(2 - \alpha_2 - 2 \rho_2) \sigma}$$

pour en tirer finalement:

$$T_a = \sqrt[4]{\left(\frac{\alpha_1 + 2 \tau_1}{2 - \alpha_2 - 2 \rho_2} \frac{E}{\sigma} + \frac{\alpha_3}{2 - \alpha_2 - 2 \rho_2} T_{\text{air}}^4 \right)} \quad (4.36)$$

Dans cette relation: $\alpha_1 = 0$ $\alpha_2 = 0,65$ $\alpha_3 = 1$
 $\tau_1 = 0,95$ $\rho_2 = 0,30$

En appliquant la relation (4.34), on obtient: $T_a = 483 \text{ K} = 210 \text{ °C}$

Quant à la température du vitrage, on la tire de la relation:

$$2 \varepsilon \sigma T_v^4 = \alpha_1 E + \alpha_2 \sigma T_a^4 + \alpha_3 \sigma T_{\text{air}}^4 \quad (4.37)$$

ce qui, en adoptant comme valeur de l'émissivité du verre: $\varepsilon = 0,88$

conduit à la valeur: $T_v = 394 \text{ K} = 121 \text{ °C}$

Les valeurs obtenues ne constituent qu'une approximation, car nous n'avons donné ici qu'un traitement très simplifié du problème, en négligeant notamment la convection au sein de la lame d'air séparant le vitrage de l'absorbeur.