الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة العربي بن مهيدي – الجزائر

كلية العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية و علوم التسيير

محاضرات في مقياس الرياضيات المالية

مطبوعة مستوفاة لمحتوى البرنامج الوزاري

موجهة لطلبة السنة الثانية علوم تجارية

إعداد الدكتورة: سناء مرابطي

السنة الجامعية 2019/2018

الفهـــــرس

فهرس المحتويات

الفصل الأول: الفائدة البسيطة

الفصل الثاني: الخصم التجاري وممارسته

الفصل السادس: الدفعات المالية

الفصل السابع: استهلاك القروض

الفصل الثامن: اختيار الاستثمارات

الفصل التاسع: تقييم الاسهم والسندات

مقدمة

مقــدمـــة

تمثل الرياضيات شريان الحياة في العلوم المالية، وذلك لأنها تقدم أدوات رياضية نستطيع من خلالها حساب القيم المستقبلية لكثير من الاستثمارات المالية والاقتصادية، وبالتالي تقييم جدوى الشروع بأي نشاط تجاري مستقبلي وتحليله، والخروج بإجابات عن العديد من التساؤلات، مما يؤثر على القرار المالي من حيث قبوله لهذا النشاط أو رفضه.

كما أن التعبير الرياضي عن النماذج المالية يعطي تفسيرا وفهما أعمق بكثير من الحسابات المالية المستخدمة في المؤسسات المالية والأسواق المالية...وغيرها، والذي يزيد من قناعة المحلل المالي والمستثمر من خلال هذه الحسابات.

وتأتي أهمية الرياضيات في علم التمويل أنها تعرض بشكل رياضي وكمي القيمة الزمنية للنقود والتي تعبر عن التفضيل الزمني للنقود بمعنى انا امتلاك مبلغ من النقود الآن أفضل من امتلاك المبلغ نفسه بعد مرور فترة زمنية، من هذا المنطلق بدأت أهمية الرياضيات المالية تتعاظم يوما بعد يوم، لدورها في تسوية المعاملات المصرفية والمالية ولزيادة تلك المعاملات في حياتنا اليومية.

هذه المطبوعة الجامعية، عبارة عن مجموعة من المحاضرات في مقياس الرياضيات المالية، موجهة لطلبة السنة الثانية علوم تجارية، واقتصادية، وكذا علوم تسيير حاولنا من خلالها الالتزام بما جاء في المقرر الوزاري، بطريقة تتناسب وقدرات الطلبة، وذلك من خلال عرض أهم العناصر النظرية والتطبيقية، إلى جانب القيام بتقديم بعض الأمثلة والتمارين لتوضيح أكثر.

الفصل الأول

الفائدة البسيطة

الفصل الأول: الفائدة البسيطة

ترتبط الفائدة البسيطة بالعمليات المالية القصيرة الأجل، حيث تتميز بسهولة حسابها كما أنها تتعلق بالعديد من العناصر أهما الزمن، رأس المال وكذا المعدل المطبق.

1. تعريف الفائدة:

تمثل الفائدة للمقترض المقابل الذي يدفعه إلى المقرض نتيجة لاستخدامه لأمواله خلال مدة زمنية معينة تحت شروط محددة مسبقا، أما بالنسبة للمقرض فهي تمثل الدخل الذي يحصل عليه من الأموال التي تركها بحوزة المقترض لمدة زمنية معينة[1].

وبالتالي فإن الفائدة تمثل[2]:

- العائد على رأس المال المستخدم؛
- ثمن استخدام الأموال؛
- أجرة المال المقترض.

2. عناصر الفائدة البسيطة:

هناك عناصر مختلفة يتحدد على أساسها مقدار الفائدة وهي:[3]

أ. **الأصل (المبلغ)**: ويمثل قيمة القرض الذي يتنازل عليه الدائن لصالح المدين، مقابل قيمة الفائدة التي يدفعها له هذا الأخير والمتفق عليها، ونرمز له بالرمز C؛

ب. **مدة الإقراض**: وهي المدة الاستثمارية التي اتفق عليها المقرض والمقترض لاستعمال القرض ونرمز لها بالرمز n؛

ج. **معدل الفائدة**: وهو مقدار ما يستحق من فوائد نتيجة استثمار وحدة من رأسمال خلال فترة زمنية معينة، ونرمز له بالرمز t.

1 إبراهيم علي إبراهيم عبدربة، **الرياضيات المالية -النظرية والتطبيق-** دار النهضة العربية، الاسكندرية، 1988، ص 10.

2 غازي فلاح المومني، **الرياضيات المالية المعاصرة**، الطبعة الأولى، دار المناهج، الأردن، 2014، ص 103.

3 نذير مياح، **الرياضيات المالية محاضرات وتمارين**، مطبوعة موجهة للسنة الثانية نظام LMD، جامعة الأمير عبد القادر للعلوم الإسلامية، قسنطينة، الجزائر، 2012_2013، ص4.

3. حساب الفائدة البسيطة

لإيجاد قيمة الفائدة البسيطة نرمز كما ذكرنا سابقا للأصل بالرمزC، المدة بالرمز n، معدل الفائدة بالرمز t، والفائدة بالرمز I، وبما أن المدة عادة ما تكون سنة أو جزء من السنة (أشهر أو أيام) فإن قانون الفائدة البسيطة يكون كتالي[1]:

أ. إذا كانت المدة عدد صحيح من السنوات n:

$$I = c.\frac{t}{100}.n$$

فإذا رمزنا لـ $\frac{t}{100}$ بالرمزi، فإن $I = c.i.n$

مثال:

أودع شخص مبلغ من المال قيمته DA20000 في البنك لمدة 3 سنوات، وبمعدل فائدة بسيطة 4 %.

المطلوب: أحسب مبلغ الفائدة التي يحصل عليها المودع بعد ثلاث سنوات.

الحل:

$$I = \frac{20000.4.3}{100}$$
$$I = 2400\text{DA}$$

ب. إذا كانت المدة عدد صحيح من الأشهر m:

إذا كانت المدة n بالأشهر فإن:

$$I = \frac{c.t.m}{1200}$$

مثال:

نفس معطيات المثال السابق بافتراض أن المدة هي 9 أشهر بدل 3سنوات.

المطلوب: أحسب مبلغ الفائدة التي يحصل عليها المودع بعد 9 أشهر.

---

1 محمد الأمين وليد طالب، الرياضيات المالية محاضرات وتمارين، مطبوعة موجهة للسنة الثانية نظام LMD، جامعة العربي بن مهيدي أم البواقي، الجزائر، 2017_2018، ص 6.

الحل:

$$I = \frac{20000.4.9}{1200}$$
$$I = 600DA$$

ج. إذا كانت المدة عدد من الأيام j :

إذا كانت المدة تمثل عدد من أيام السنة فإن نميز بين نوعين من الفائدة البسيطة وهي الفائدة الحقيقية والفائدة التجارية.

- **الفائدة الحقيقية:**

وهي التي يتم حسابها على أساس عدد أيام السنة المدنية، 365 يوم إذا كانت السنة بسيطة (أي فيفري به 28 يوم)، أو 366يوم إذا كانت السنة كبيسة (أي فيفري به 29)، ونرمز لها بالرمز I_R وذلك من خلال القانون التالي:

السنة البسيطة: $$IR = \frac{c.t.j}{36500}$$

السنة الكبيسة: $$IR = \frac{c.t.j}{36600}$$

- **الفائدة التجارية:**

وتحسب على أساس أيام السنة التجارية 360 يوم وذلك تسهيلا للعمليات الحسابية، ونرمز لها بالرمز I_C وذلك من خلال القانون التالي: $$IC = \frac{c.t.j}{36000}$$

مثال:

قام شخص بإيداع مبلغ لدى البنك قيمته 40000 DA لمدة 55 يوم وبمعدل فائدة بسيطة 3% .

المطلوب: احسب مبلغ الفائدة البسيطة الحقيقية، ثم التجارية المحصلة بعد 55يوم من الإيداع.

الحل:

- **حساب الفائدة البسيطة الحقيقة:**

في حالة السنة بسيطة: $$IR = \frac{40000.3.55}{36500}$$

$$IR = 180,82DA$$

في حالة السنة كبيسة: $IR = \frac{40000.3.55}{36600}$

$$IR = 180,32DA$$

- **حساب الفائدة البسيطة التجارية:**

$$IC = \frac{40000.3.55}{36000}$$
$$IC = 183,33DA$$

ملاحظات[1]:

- عدد أيام الشهور في الفائدة الحقيقية تحسب حقيقية:28،31،30،......إلى غاية شهر ديسمبر31 ، أما في حالة الفائدة التجارية فتحسب على أساس 30 يوم للشهر (30 ×12=360) ؛
- إذا كانت مدة الفائدة محددة بين تاريخين، فإنه يتم حساب الأيام بين التاريخين مع حساب يوم السحب وطرح يوم الإيداع؛
- إذا كانت المدة بالأيام تقع بعضها في السنة البسيطة، والبعض الأخر في السنة الكبيسة[2]، فإنه يتم حساب الجزء من الفائدة على أساس سنة بسيطة، والجزء الأخر على أساس سنة كبيسة، والمثال التالي يوضح ذلك:

مثال:

أودع محمد مبلغ قيمته 30000 DA لدى البنك وذلك بتاريخ 11/ 10/ 2015، وقام بسحبه في تاريخ 09/02/ 2016، بمعدل فائدة 4%.

المطلوب: أحسب مبلغ الفائدة المحصلة.

الحل:

$$IR = c.t.(\frac{j1}{36500} + \frac{j2}{36600})$$

$$IR = 30000.4.(\frac{50}{36500} + \frac{40}{36600})$$

1 ناصر دادي عدون، الرياضيات المالية، دار المحمدية الحامة، الجزائر، 1995، ص 19.

2 لمعرفة ما إذا كانت السنة المدنية بسيطة أو كبيسة يتم تقسيمها على العدد أربعة فإذا كانت النتيجة عدد صحيح فهي سنة كبيسة وعدد أيامها 366 يوم كما ذكرنا سابقا، أما إذا كانت النتيجة عدد غير صحيح فالسنة هي سنة بسيطة وعدد أيامها 365 يوم؛

$$IR = 295{,}53DA$$

4. العلاقة بين الفائدة الحقيقية والفائدة التجارية:

هناك العديد من الأسباب التي تدفعنا لإيجاد هذه العلاقة لعل من أهمها، أن سهولة حساب الفائدة التجارية تجعلنا نلجأ عادة لحسابها، وبمعرفة العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة، فإنه يمكن استنتاج الفائدة الصحيحة بطريقة أسهل مما لو قمنا بحسابها،[1] يمكن إتباع طريقتين من أجل تحديد العلاقة بين الفائدة الحقيقية والفائدة التجارية:

أ. **نسبة الفائدة الصحيحة إلى الفائدة التجارية:**

$$\frac{IR}{IC} = \frac{\frac{c.t.j}{36500}}{\frac{c.t.j}{36000}}$$

$$\frac{IR}{IC} = \frac{c.t.j}{36500} \times \frac{36000}{c.t.j}$$

ومنه وبالاختزال وقسمة العددين على 500 نجد:

$$\frac{IR}{IC} = \frac{72}{73}$$

ب. الفرق بين الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية:

$$IC - IR = \frac{73IR}{72} - IR = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{72}}\, IR$$

ومنه

$$IC = \frac{1}{72}\, IR + IR$$

$$IC = \frac{73}{72}\, IR$$

1 براهيم علي إبراهيم عبد ربة، مرجع سبق ذكره، ص 29.

أي أن الفائدة التجارية تزيد بـ$\frac{1}{72}$ عن الفائدة الحقيقية.

مثال:

قام شخص بإيداع مبلغ قيمته 60000 دج لمدة 90 يوم لدى البنك وبمعدل فائدة بسيطة، فبلغت فائدته التجارية 600دج.

المطلوب: حساب الفائدة الحقيقية لهذا المبلغ والمعدل المطبق وذلك بنفس الشروط.

الحل:

- **حساب الفائدة الحقيقية:**

لدينا:

$$\mathrm{IC} = \frac{73}{72}\ \mathrm{IR}$$

ومنه

$$\mathrm{IR} = \frac{72}{73}\ \mathrm{IC}$$

$$\mathrm{IR} = \frac{72}{73}.600$$

$$\mathrm{IR} = 591{,}78DA$$

- **حساب المعدل المطبق:**

$$\mathrm{IC} = \frac{c.t.j}{36000}$$

$$600 = \frac{60000.t.90}{36000}$$

$$t = 4\%$$

5. الجملة المكتسبة:

أ. تعريف:

تمثل الجملة المبلغ الأصلي الذي تم ايداعه أو اقراضه مضافا إليه قيمة الفائدة المحصلة خلال مدة الإيداع أو الإقراض، ويرمز لها بالرمز A [1].

ب. حساب الجملة:

- إذا كانت المدة n من السنوات فإن:

$$A=c+(c.i.n)=c(1+in)$$

- إذا كانت المدة m من الأشهر فإن:

$$A=c+(c.i.\frac{m}{12})=c(1+\frac{im}{12})$$

- إذا كانت المدة j من الأيام فإن قانون الجملة يختلف حسب نوع الفائدة تجارية كانت أو حقيقية وبالتالي فإن:

إذا كانت الفائدة تجارية: $A=c+(c.i.\frac{j}{360})=c(1+\frac{ij}{360})$

إذا كانت الفائدة حقيقية: $A=c+(c.i.\frac{j}{365})=c(1+\frac{ij}{365})$

مثال:

أودع شخص ثلاث مبالغ على النحو التالي:

المبلغ الأول قيمته DA10000 لمدة ثلاث سنوات وبمعدل فائدة 5%؛

المبلغ الثاني قيمته DA 60000 لمدة 8 أشهر وبمعدل 3%؛

المبلغ الثالث قيمته DA 50000 لمدة 90 يوما وبمعدل 6%.

المطلوب: ما هي قيمة المبالغ التي جمعها هذا الشخص في نهاية الفترة

الحل:

- **حساب جملة المبلغ الأول:**

$$A= c(1+in) = A=c+(c.i.n)$$

$$A=10000+(10000.0.05.3)$$

---

1 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص 10.

$$A=10000(1+0.0.5.3)$$

$$A=11500\ DA$$

- **حساب جملة المبلغ الثاني:**

$$A=60000+(60000.0,03.\frac{8}{12})=60000(1+\frac{0,03.8}{12})$$

$$A=61200\ DA$$

- **حساب جملة المبلغ الثالث:**

إذا كانت الفائدة تجارية: $A=c+(c.i.\frac{j}{360})=c(1+\frac{ij}{360})$

$$A=50000+(50000.0,06.\frac{90}{360})=50000(1+\frac{0,06.90}{360})$$

$$A=50750DA$$

إذا كانت الفائدة حقيقية: $A=c+(c.i.\frac{j}{365})=c(1+\frac{ij}{365})$

$$A=50000+(50000.0,06.\frac{90}{365})=50000(1+\frac{0,06.90}{365})$$

$$A=50739,72DA$$

6. المعدل المتوسط لسلسلة توظيفات متزامنة

ج. **تعريف المعدل المتوسط**: وهو ذلك المعدل الوحيد الذي لو طبق على مختلف التوظيفات ولمددها المعطاة لحصلنا على مجموع فوائد جملة التوظيفات المطبقة وفق الشروط الحقيقية لكل توظيف.

د. **حساب المعدل المتوسط**:[1]

إذا وظف شخص مجموعة من المبالغ K وفقا للشروط التالية:

المبالغ: $C_1 \quad C_2 \quad C_3 \ldots\ldots\ldots\ldots C_k$

المعدلات: $t_1 \quad t_2 \quad t_3 \ldots\ldots\ldots\ldots t_k$

المدد: $J_1 \quad J_2 \quad J_3 \ldots\ldots\ldots\ldots J_k$

حيث أن مجموع الفوائد على إثر التوظيفات هو:

$$\frac{c_1t_1j_1}{36000}+\frac{c_2t_2j_2}{36000}+\cdots\frac{c_kt_kj_k}{36000}=\frac{\sum c_i\,t_i\,j_i}{36000}$$

1 نور الدين زعيبط، محاضرات في الرياضيات المالية، دار الفجر للطباعة والنشر، الجزائر، ص 21.

وبما أن جملة فوائد مجموع التوظيفات هي:

$$\frac{\sum c_i\, t_i\, j_i}{36000}$$

وجملة الفوائد وفق المعدل المتوسط هي: $\frac{t_m \sum c_i\, j_i}{36000}$

وبما أن الجملتين متساويتين فإن:

$$\frac{t_m \sum c_i\, j_i}{36000} = \frac{\sum c_i\, t_i\, j_i}{36000}$$

$$\Rightarrow t_m = \frac{\sum c_i\, t_i\, j_i}{\sum c_i\, j_i}$$

مثال:

قام أحمد بتوظيف ثلاث مبالغ على النحو التالي:

المبلغ الأول: قيمته 4000، وظف بمعدل 5 ولمدة 80 يوم؛

المبلغ الثاني: قيمته 7000، وظف بمعدل 4 ولمدة 60 يوما؛

الميلغ الثالث: قيمته 5000، وظف بمعدل 8 لمدة 120 يوما.

المطلوب : أحسب المعدل المتوسط لمجموع التوظيفات.

الحل:

لدينا: $t_m = \frac{\sum c_i\, t_i\, j_i}{\sum c_i\, j_i}$

ومنه:

$$\sum c_i\, t_i\, j_i = (4000\times5\times 80)+(7000\times4\times60)+(5000\times8\times120)=8080000$$

$$\sum c_i\, j_i = (4000\times 80)+(7000\times60)+(5000\times120)=1340000$$

ومنه:

$$t_m = \frac{8080000}{1340000} = 6.02$$

7. تـــــمــــاريـــــن

تمرين 01:

أودع أحمد مبلغين ماليين في البنك تتناسبان كالأرقام 15، 07، الأول لمدة سنة بمعدل 8%، والثاني بمعدل 9 %، لمدة 16 شهر.

فإذا علمت أن المبلغ الأول أكبر من الثاني بـ 4000دج فأحسب الفائدة الاجمالية بعد تحديد قيمة كل مبلغ.

تمرين 02:

إجمالي ثلاث مبالغ 48000دج تتناسب فيما بينها كالأرقام 3، 4، 5

1. أحسب قيمة كل مبلغ.
2. أودعت هذه المبالغ في البنك بمدة متفاوتة بمعدل 5% لتعطي فوائد إجمالية 7200دج،

فإذا علمت أن فائدة المبلغ الأول تساوي $\frac{1}{2}$ فائدة المبلغ الثاني، وفائدة المبلغ الثالث تساوي مجموع فائدة المبلغ الأول والثاني.

أ. أحسب فائدة كل مبلغ.

ب. أحسب مدة إيداع كل مبلغ.

تمرين 03:

أودعت ثلاث مبالغ مالية في البنك مجموعها 12000دج، لتعطي فوائد إجمالية في آخر السنة 480دج

فإذا علمت أن فوائد المبالغ الثلاثة تتناسب كالأرقام 2،4،6 فأحسب:

1. فائدة كل مبلغ.
2. قيمة كل مبلغ.
3. معدل الفائدة.

تمرين 04:

استثمرت 3 رؤوس أموال لمدة سنة بمعدل فائدة 9% وقد حققت في مجموعها فائدة قدرها 5670دج، فإذا كان:

المبلغ الأول = المبلغ الثالث– 7200

المبلغ الثاني – المبلغ الأول = المبلغ الثالث– المبلغ الثاني

المطلوب: 1. احسب كل من رؤوس الأموال الثلاثة

2. احسب الفائدة التي يحققها كل منها منفصلة

الفصل الثاني

الخصم التجاري

وممارسته

الفصل الثاني: الخصم التجاري وممارسته

أولا: الخصم التجاري

من الشائع سداد الديون في المعاملات التجارية بأوراق مالية مثل (السندات، الكمبيالات)، والتي تستحق السداد بقيمتها الاسمية في تاريخ لاحق لتاريخ تحريرها، لكن نظرا لحاجة الدائنين الذين في حوزتهم مثل هذه الأوراق للسيولة لتسيير أعمالهم، فعادة ما يلجأ هؤلاء إلى بيع مثل هذه الأوراق إلى أحد المصارف التجارية ويحصلون على قيمتها الحالية، والعملية التي يقوم بها المصرف هنا تسمى عملية الخصم (قطع الأوراق التجارية).[1]

1. تعريف الخصم:

يعرف الخصم كعملية بأنه الاجراء الذي يسمح لحامل الورقة التجارية بتحويلها إلى سيولة قبل تاريخ استحقاقها؛ اما تعريفه كقيمة فهو المبلغ الذي يقتطعه البنك أو الجهة التي قبلت الخصم على أساس معدل فائدة معين، والمدة التي تفصل بين تاريخ الخصم وتاريخ إستحقاق الأوراق المالية[2].

2. عناصر الخصم:

هناك ثلاث عناصر يمكن أن تتأثر قيمة الخصم بها هي[3]:

أ. **القيمة الاسمية**: وهي قيمة الدين الذي يستحق بعدة فترة من الزمن، أي المبلغ المذكور على متن الورقة؛

ب. **معدل الخصم**: وهو النسبة المئوية التي يحسب بموجبها الخصم، والتي يطبقها البنك لخصم الورقة التجارية؛

ج. **مدة الخصم**: وهي المدة المحصورة بين تاريخ قطع الورقة التجارية وتاريخ استحقاقها.

3. أنواع الخصم: هناك نوعين من الخصم:[4]

أ. **الخصم التجاري**:

- **تعريف الخصم التجاري**: وهو أكثر الأنواع استعمالا، وذلك لسهولة تطبيقه حيث يحسب على أساس القيمة الاسمية للورقة التجارية، أي القيمة الآجلة لتاريخ الاستحقاق.

---

1 نبيل محمود إبراهيم الطائي، **الرياضيات المالية**، الطبعة الأولى، دار الشروق لنشر والتوزيع، 2003،ص 20.

2 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص 26.

3 مناضل الجواري، **مقدمة في الرياضيات المالية**، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، الأردن، 2013، ص 64.

4 نور الدين زعيبط، مرجع سبق ذكره، ص 29.

- **قانون الخصم التجاري:**

يحسب الخصم وفق العلاقة التالية:Ec

$$Ec = \frac{V.t.J}{36000}$$

حيث:

E_c: الخصم التجاري؛

t : معدل الخصم

J: مدة الخصم

يتشابه الخصم مع الفائدة البسيطة من حيث العوامل المكونة لهما (المبلغ، الزمن، والمعدل)، لكن الفائدة تضاف إلى المبلغ، في حين أن الخصم يطرح منه، وتسمى القيمة المتبقية بعد عملية الخصم **بالقيمة الحالية**، ويمكن تعريفها بأنها" الفرق بين القيمة الإسمية للورقة الحالية والخصم التجاري، أي صافي ما يتحصل عليه المستفيد بعد خصم البنك الفائدة على القيمة الاسمية"[1]، والتي نرمز لها بالرمز A، ويمكن كتابتها رياضيا وفق العلاقة التالية:

$$Ac=V-E_c$$

كما يمكن استنتاج قيمتها A من خلال تعويض E بعلاقته تصبح A[2]:

$$A=V-\frac{V.t.J}{36000}$$

$$A=V-\frac{36000-t.J}{36000}$$

لتبسيط هذه العلاقة وباستخدام القاسم D والذي يساوي $D = \frac{36000}{t}$ فتصبح العلاقة كالتالي:

$$A=V-\frac{\frac{36000}{t}-T.J}{\frac{36000}{t}}$$

ومنه:

$$A=V-\frac{D-J}{D}$$

مثال:

قام البنك بخصم سند تجاري لأحد زبائنه قيمته 120000 يستحق بعد 100 يوم، بمعدل 6%.

المطلوب: احسب قيمة الخصم والقيمة الحالية لهذا السند.

1 مناضل الجواري، مرجع سبق ذكره، ص 63.

2 محمد الأمين وليد طالب، مرجع سبق ذكره، ص 16.

الحل:

- **حساب قيمة الخصم:**

لدينا:

$$E = \frac{V.t.J}{36000}$$

$$E = \frac{120000.3.100}{36000} = 1000DA$$

- حساب القيمة الحالية:

لدينا: $A = V - E$

$$A = 120000 - 1000$$

$$A = 119000$$

ب. الخصم الحقيقي(الصحيح):

- **تعريف الخصم الصحيح:** إذا كان الخصم التجاري يطبق فيه المعدل على القيمة الاسمية، فإن الخصم الحقيقي يطبق فيه المعدل على القيمة الحالية، وهو أقل قيمة من الخصم التجاري كون القيمة الاسمية أكبر من القيمة الحالية[1].

- **قانون الخصم الصحيح:**

نرمز للخصم الصحيح بالرمز E_r، وللقيمة الحالية الصحيحة بالرمز[2] A_r

لدينا: $V = A_r + E_r$ 1

و $E_r = \frac{A_r.t.j}{36000}$ 2

نعوض معادلة 2 في المعادلة 1 نجد:

$$V = A_r + \frac{A_r.t.j}{36000}$$

ومنه

$$V = \frac{36000A_r + A_r\ .t.j}{36000}$$

$$V = A_r(\frac{36000+.t.j}{36000}$$

1 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص 32.

2 نور الدين زعيبط، مرجع سبق ذكره، ص 32.

$$A_r = \frac{V.36000}{36000 + t.j}$$

بإدخال القاسم $D=\frac{36000}{t}$ تصبح العلاقة كالتالي:

$$A_r = \frac{V.D}{D + j}$$

يمكن أيضا استنتاج قيمة E_R من خلال العلاقة[1]:

$$V = A_r + E_r \Rightarrow \quad E_r = V - A_r$$

$$E_r = V - \frac{V.36000}{36000+t.j}$$

$$E_r = V\left(\frac{36000+t.j-36000}{36000+t.j}\right)$$

$$E_r = \frac{V.t.j}{36000+t.j}$$

مثال01:

قدم سند للخصم لدى أحد البنوك قيمته الاسمية 25250دج يستحق بعد 120 يوم، معدل الخصم %3

المطلوب: احسب قيمة الخصم الصحيح.

الحل:

لدينا:

$$E_r = \frac{V.t.j}{36000+t.j}$$

$$E_r = \frac{25250.3.120}{36000+3.120} = 250DA$$

مثال 02:

تقدم شخص الى البنك قصد خصم سنده، حيث بلغت قيمته الاسمية 60000دج، ومعدل الخصم %3، والذي يستحق بعد 90يوم.

المطلوب: احسب القيمة الحالية لهذا السند.

الحل:

لدينا:

1 نور الدين زعيبط، مرجع سبق ذكره، ص32.

$$A_r = \frac{V.36000}{36000 + t.j}$$

$$A_r = \frac{56420.36000}{36000 + 3.90} = 56000DA$$

ثانيا: ممارسة الخصم التجاري

يعتبر خصم الأوراق التجارية من التسهيلات الائتمانية التي يقدمها البنك للعملاء الذين يرغبون في تحصيل قيمة الأوراق التجارية (الكمبيالات، سند لأمر)، وذلك قبل تاريخ استحقاقها للحصول على نقدية حاضرة، حيث يقوم البنك بدفع لحامل هذه الورقة قيمة أقل من قيمتها الاسمية أو أقل من قيمة الورقة عند تاريخ الاستحقاق حيث أن البنك يقتطع عن هذه العملية:

1. <u>الخصم التجاري (الحطيطة):</u>كما ذكرنا سابقا وهي عن الفترة ما بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق[1].
2. <u>العمولات:</u> يتقاضى أيضا البنك عمولة مقابل عملية الخصم ومن أهمها:

- عمولة متناسبة مع المدة (عمولة التظهير): وتحسب بنفس الطريقة المستخدمة في حساب الخصم، أي أنها تتناسب مع المدة الفاصلة بين تاريخ استحقاق السند وتاريخ الخصم كما تتناسب مع القيمة الاسمية للسند؛
- عمولات مستقلة: وهي عمولات مستقلة عن المدة وتتناسب مع القيمة الاسمية للسند فقط.
- عمولات ثابتة: أي أنها مستقلة عن القيمة الاسمية وعن السند معا.
- الرسم على القيمة المضافة: إن الرسم على القيمة المضافة على عمليات الخصم حاليا هو 19%، وتعفى من الخضوع لرسم على القيمة المضافة كل من الفوائد، الخصومات، مصاريف التظهير والقبول، ويتشكل وعاء الرسم من باقي العمولات الأخرى[2].

من خلال ما تقدم يتضح أن البنك لا يتقاضى عن عملية الخصم قيمة الخصم فقط، بل يضيف له عمولات ومصاريف أخر كل هذه الاقتطاعات تدعى بالآجيو AGIO، ومن أهم العناصر التي يجب معرفتها:

3. <u>**الآجيو AGIO:**</u> وهو المبلغ الذي يتقاضاه البنك عن عملية خصم الأوراق التجارية، أي مجموع ما يحصل عليه لقاء خصمه للورقة التجارية.

1 غازي فلاح المومني، **الرياضيات المالية المعاصرة**، الطبعة الأولى، دار المناهج للنشر والتوزيع، الأردن، 2014، ص152.
2 نور الدين زعيبط، مرجع سبق ذكره، ص 37.

ويحسب وفق العلاقة التالية[1]:

الأجيو = الخصم + العمولات المتغيرة + العمولات الثابتة + الرسم على القيمة المضافة

4. <u>القيمة الصافية للورقة التجارية:</u> وهي عبارة عن المبلغ الذي يحصل عليه صاحب الورقة التجارية من خصمه للورقة لدى البنك وتحسب وفق العلاقة التالية:

القيمة الصافية = القيمة الاسمية – الآجيو

5. <u>معدل الآجيو (الخصم الحقيقي):</u> هو المعدل الذي يسمح لنا بالحصول على قيمة الآجيو مباشرة دون، القيام بتحديد قيمته عن طريق حساب كل من الخصم وقيمة العمولات الأخرى، ويحسب وفق العلاقة التالية:

$$AGIO = \frac{V.t'.j}{36000}$$

مثال01:

بتاريخ 06 أفريل قام بنك بعملية خصم سند لأحد زبائنه قيمته الاسمية 90000دج، يستحق في 01 جوان من نفس السنة ولقد كانت شروط الخصم كما يلي:

معدل الخصم 5%،

عمولة التظهير 2%،

عمولة مستقلة 0,04%،

عمولة المعالجة 14دج،

الرسم على القيمة المضافة 10%،

مع العلم أن البنك يضيف الى الأيام الفعلية 04 أيام.

المطلوب:

احسب كل من الآجيو AGIO قبل وبعد الرسم، ثم الناتج الصافي للورقة التجارية.

الحل:

1 سامية خرخاش، محاضرات في الرياضيات المالية، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الثانية جذع مشترك، جامعة محمد بوضياف_المسيلة_ الجزائر، ص8.

لدينا المدة: من 03/06 إلى 06/01 بالإضافة إلى أيام البنك.

n=24+31+1=56j+4J=60j

- **حساب الخصم:**

$$E = \frac{V.t.J}{36000}$$

$$E = \frac{90000.5.60}{36000} = 750$$

- **حساب عمولة التظهير:**

$$\frac{90000.2.60}{36000} = 300$$

- **حساب العمولة المستقلة:**

$$\frac{90000.0,04}{100} = 36$$

- **حساب الأجيو** AGIO **قبل الرسم:**

AGIO.H.T=750+300+36+14=1100

- **حساب الرسم على القيمة المضافة TVA:**

$$TVA = \frac{750.10}{100} = 75$$

- **حساب الأجيو AGIO بعد الرسم:**

AGIO.T.T.C=1100+75=1175DA

- **حساب الناتج الصافي:**

P.N=V- AGIO.T.T.C

P.N=90000-1175=88825DA

مثال02:

بتاريخ 03/01 قدم تاجر للقرض الشعبي الجزائري السندات التالية بغرض خصمها:

السند	القيمة الاسمية	المكان	تاريخ الاستحقاق
01	4000	قالمة	؟
02	؟	عنابة	04/10
03	6000	سطيف	04/18
04	8000	مسيلة	05/04

شروط الخصم:

معدل الخصم 5 %، مع العلم أن خصم السند الأول 20دج، وخصم السند الثاني 50دج.

عمولة التظهير 2 % ، (الحد الأدنى للسند 15).

عمولة التشغيل 61دج، إضافة للرسم على القيمة المضافة.

عمولة القبول 0,2 %للسند، إضافة للرسم على القيمة المضافة.

الرسم على القيمة المضافة 10 %

المطلوب:

احسب كل من: الأجيو قبل وبعد الرسم، الناتج الصافي.

الحل:

حساب مدة السند الأول (قالمة):

لدينا:

$$E = \frac{V.t.J}{36000}$$

$$20 = \frac{4000.5.J}{36000}$$

$$J = 36$$

إذا تاريخ الاستحقاق هو04/10

حساب القيمة الاسمية للسند الثاني (عنابة):

$$E = \frac{V.t.J}{36000}$$

$$50 = \frac{V.5.40}{36000} = V = 9000$$

والجدول الموالي يلخص أهم النتائج التي تم حسابها:

البيان	السند	القيمة الاسمية	المدة	الخصم	عمولة التظهير	عمولة القبول
1	**قالمة**	4000	36	20	(8 ترفض) 15	8
2	**عنابة**	9000	40	50	20	18
3	**سطيف**	6000	48	40	16	12
4	**مسيلة**	8000	64	71,11	28,44	16
$\sum$		27000		181,11	79,44	54

ومنه:

الآجيو قبل الرسم= 61+54+79,44+181,11 =375,55

حساب الرسم على القيمة المضافة:

TVA=((8+18+12+16+61)×0,1=11.5

لآجيو بعد الرسم= 375,55+ 11,5= 387,05

الناتج الصافي= 27000-387,05= 26612,95

ملاحظات:

- عمولة التظهير لسند الخاص بولاية قالمة هو 15 بدل 8

6. تـــــمـــــاريـــــن

تمرين01:

بتاريخ 12 أفريل سلم تاجر إلى مصرفه 03 سندات تجارية قصد خصماها، الأول قيمته 500دج يستحق في 12 ماي، والثاني قيمته 740دج يستحق في 1 جوان والثالث يستحق في 1 جويلية من نفس السنة.

المطلوب: إذا علمت أن القيمة الحالية الإجمالية للسندات الثلاثة بلغت 2000دج فأحسب القيمة الاسمية للسند الثالث باعتبار معدل الخصم 15%.

تمرين02:

بتاريخ 2 ماي سلمت 03 سندات للخصم بلغت قيمة الاسمية مجتمعة 19400دج، لخصم هذه السندات استخدم المصرف معدل 10%، فبلغ إجمالي الاقتطاع 430,5دج.فإذا كان خصم السند الثاني بلغ 156دج وان خصمي السند الأول والثاني يتناسبان والمقدار $\frac{3}{4}$.

المطلوب:

1. حساب خصم السند الأول والثالث.

بافتراض أن استحقاق السند الأول يأتي في 1جويلية واستحقاق السند الثالث يأتي في 11 جويلية.

المطلوب: حساب القيمة الاسمية لكل سند وكذا استحقاق السند الثاني.

تمرين 03:

تقدم تاجر إلى البنك لخصم ثلاث أوراق تجارية بقيمة اجمالية 9000دج، اقتطع البنك زيادة على الخصم عمولة 0.75% من القيمة الاسمية وعمولة ثابتة أخرى بـ0,30 دج على كل ورقة ليأخذ التاجر في الأخير مبلغ صافي 8866.6دج.

فإذا علمت أن القيم الاسمية للأوراق التجارية تتناسب فيما بينها كالأرقام 3،4،2 ومدة كل منها 60،30،45 يوم على التوالي فأحسب:

1. القيمة الاسمية لكل ورقة
2. الخصم الإجمالي.
3. معدل الخصم.

تمرين 04:

تقدم تاجر الى البنك لخصم 3 أوراق تجارية مبلغها 2560دج، تتناسب فيما بينها كالأرقام 9،5،2 بالشروط التالية:

عمولة 1 %o على كل الأوراق.

عمولة خاصة بالورقة الأولى 0،5 %o

معدل الخصم 7%

المدد الباقية للاستحقاق 60،45,30 يوم

المبلغ الصافي 2540،78 دج

المطلوب:

1. حساب مبلغ الخصم الاجمالي.
2. حساب معدل الخصم.

الفصل الثالث

تكافؤ الاوراق التجارية

الفصل الثالث: تكافؤ الاوراق التجارية

يصادف العديد من المتعاملين بالأوراق التجارية تغيرات في ظروفهم المالية تجعلهم غير قادرين على الوفاء بالتزاماتهم اتجاه دائنيهم، مما يؤدي بهم أحيانا إلى تعديل ديونهم واستبدالها بأخرى تتناسب مع حالتهم وتوقعاتهم دون أن يسبب ذلك ضرر لدائنيهم، فتسوية الديون واستبدالها تفسح للمتعاملين مجالا أوسع للتمكن من تجاوز صعوباتهم المالية، وسداد ديونهم مع تجنب سمعتهم المالية أي ضرر يمكن أن يلحق بها جراء عدم الوفاء بالتزاماتهم.

1. تكافؤ ورقتين التجاريتين:

نقول عن ورقتين مختلفتين في القيمة الاسمية وتواريخ استحقاقهما أنهما متكافئتان بتاريخ معين إذا كان لهما نفس القيمة الحالية بهذا التاريخ نفسه، والذي يسمى تاريخ التكافؤ.[1]

أ. **استنتاج قانون التكافؤ**:

كما ذكرنا سابقا من شروط تكافؤ ورقتين تجاريتين أن تتساوى القيمة الحالية لهما وذلك كما يلي:[2]

لدينا:

$$V_1 = A_1 + E_1$$

و

$$V_2 = A_2 + E_2$$

حيث:

$$A_1 = A_2$$

$$V_1 \neq V_2$$

$$E_1 \neq E_2$$

وبما أن:

$$A_1 = V_1 - E_1 = V_1 - \frac{V_1.t.j_1}{36000} = V_1\left(\frac{36000 - t.j_1}{36000}\right)$$

$$A_2 = V_2 - E_2 = V_2 - \frac{V_2.t.j_2}{36000} = V_2\left(\frac{36000 - t.j_2}{36000}\right)$$

فإن:

$$V_1\left(\frac{36000-t.j_1}{36000}\right) = V_2\left(\frac{36000-t.j_2}{36000}\right)$$

وبقسمة الطرفين على t بإدخال القاسم $D=\frac{36000}{t}$:

1 نور الدين زعيبط، مرجع سبق ذكره، ص ص 43-44.

2 محمد الأمين وليد طالب، مرجع سبق ذكره، ص 28.

$$V_1\left(\frac{D-j_1}{D}\right)=V_2\left(\frac{D-j_2}{D}\right)$$

2. تكافؤ ورقة تجارية وعدة أوراق تجارية (الاستحقاق المشترك)

نقول عن ورقة تجارية أنها تكافئ عدة أوراق تجارية أخرى إذا تساوت القيمة الحالية للورقة الأولى مع مجموع القيم الحالية للأوراق الأخرى[1].

أ. **استنتاج قانون التكافؤ**:

كما ذكرنا في التعريف أنه من شروط تكافؤ ورقة تجارية مع ورقتين أو كثر أن تتساوى القيمة الحالية لهذه الورقة مع مجموع القيم الحالية للأوراق الأخرى وذلك كما يلي:[2]

إذا كانت لدينا القيم الاسمية لمجموعة من الأوراق التجارية $V_1, V_2, V_3 \ldots\ldots\ldots V_K$

مدة هذا الأوراق $J_1, J_2, J_3 \ldots\ldots\ldots J_K$

الورقة التجارية المعوضة لهذه الأوراق V_T

معدل الخصم: t

فعند تاريخ التكافؤ تكون: $A_T=A_1+A_2+A_3+\ldots\ldots\ldots A_K$

$$V_T-\frac{V_T.t.j_T}{36000}=V_1-\frac{V_1.t.j_1}{36000}+V_2-\frac{V_2.t.j_2}{36000}+\cdots V_K-\frac{V_K.t.j_K}{36000}$$

$$V_T\left(\frac{36000-t.j_T}{36000}\right)=V_1\left(\frac{36000-t.j_1}{36000}\right)+V_2\left(\frac{36000-t.j_2}{36000}\right)+\cdots V_K\left(\frac{36000-t.j_K}{36000}\right)$$

وبإدخال القاسم نحصل على العلاقة التالية:

$$V_T\left(\frac{D-j_T}{D}\right)=V_1\left(\frac{D-j_1}{D}\right)+V_2\left(\frac{D-j_2}{D}\right)+\cdots V_K\left(\frac{D-j_K}{D}\right)$$

مثال01:

1 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص42.

2 محمد الأمين وليد طالب، مرجع سبق ذكره، ص ص 30-31.

بتاريخ 10 أفريل طلب التاجر أحمد من مورده تجديد كمبيالة مسحوبة، عليه تاريخ استحقاقها 25 ماي قيمتها الاسمية 36000، وقد وافق المورد على هذا الطلب على أن يكون تاريخ الورقة الجديدة 09 جوان.

المطلوب:

احسب القيمة الاسمية للورقة الجديدة مع العلم أن معدل الخصم هو6%.

الحل:

لدينا:

$$V_1 \left(\frac{36000 - t.j_1}{36000}\right) = V_2 \left(\frac{36000 - t.j_2}{36000}\right)$$

$$36000 \left(\frac{36000 - 6.45}{36000}\right) = V_2 \left(\frac{36000 - 6.60}{36000}\right)$$

ومنه:

$$V_2 = 39700$$

مثال02:

مؤسسة مدينة لمورد بورقتين تجارية قيمتهما الاسمية 30000دج، و40000دج على التوالي، تاريخ إستحقاقهما يوم 10 ماي، و05 ماي، طلبت من المورد بتاريخ 05 مارس استبدال الورقتين بورقة جديدة تستحق في 25 جوان من نفس السنة.

المطلوب:

إذا علمت أن معدل الخصم المستعمل هو 10% أحسب القيمة الاسمية للورقة الجديدة.

الحل:

لدينا:

$$V_T \left(\frac{36000 - t.j_T}{36000}\right) = V_1 \left(\frac{36000 - t.j_1}{36000}\right) + V_2 \left(\frac{36000 - t.j_2}{36000}\right)$$

$$V_T \left(\frac{36000 - 6.90}{36000}\right) = 30000 \left(\frac{36000 - 6.65}{36000}\right) + 35000 \left(\frac{36000 - 6.60}{36000}\right)$$

$$V_T \left(\frac{510}{600}\right) = 26750 + 31500$$

$$= 68529,41$$

3. تاريخ الاستحقاق المتوسط:

وهو المدة والتاريخ الذي تتوفر فيه شرطين أساسين هما[1]:

الشرط الأول: أن تتساوى مجموع القيمة الحالية للأوراق التجارية القديمة مع القيمة الحالية للورقة الجديدة،

الشرط الثاني: أن تتساوى مجموع القيمة الاسمية للأوراق التجارية القديمة مع القيمة الاسمية للورقة الجديدة.

وبما أن : $V_T = V_1 + V_2 + V_3 \ldots\ldots V_i$

$A_T = A_1 + A_2 + A_3 \ldots\ldots A_i$

فإن: $E_T = E_1 + E_2 + E_3 \ldots\ldots E_i$

$$\left(\frac{V_T.t.J_T}{36000}\right) = \left(\frac{V_1.t.J_1}{36000}\right) + \left(\frac{V_2.t.J_2}{36000}\right) + \left(\frac{V_3.t.J_3}{36000}\right) + \cdots \left(\frac{V_i.t.J_i}{36000}\right)$$

$$\left(\frac{t}{36000}\right) V_T.J_T = \left(\frac{t}{36000}\right) V_1.J_1 + \left(\frac{t}{36000}\right) V_2.J_2 + \cdots \left(\frac{t}{36000}\right) V_T..J_T$$

$$V_T.J_T = V_1.J_1 + V_2.J_2 + \cdots V_i.J_i$$

$$J_T = \left(\frac{V_1.J_1 + V_2.J_2 + \cdots V_i.J_i}{V_T}\right)$$

مثال:

محمد مدين بثلاث أوراق تجارية:

الورقة الأولى: قيمتها الاسمية 50000دج، وتاريخ إستحقاقها 10 جويلية؛

الورقة الثانية: قيمتها الاسمية 20000 دج، وتاريخ إستحقاقها 09 أوت؛

الورقة الثالثة: قيمتها الاسمية 30000دج، وتاريخ إستحقاقها 08 سبتمبر.

تقدم إلى دائنه بتاريخ 10جوان لتعويض هذه الأوراق بورقة وحيدة.

المطلوب: تحديد تاريخ إستحقاق المتوسط لهذه الورقة

---

1 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص ص 45-46.

الحل:

لدينا:

$$J_1 = 30, \quad J_2 = 60, \quad J_3 = 90, \quad V_T = \sum V =$$

مدة الاستحقاق المتوسط:

$$J_T = \left(\frac{V_1.J_1 + V_2.J_2 + \cdots V_i.J_i}{V_T}\right)$$

$$J_T = \left(\frac{50000.30 + 20000.60 + 30000.90}{45000 + 30000 + 36000}\right) = 54J$$

ومنه يكون تاريخ الاستحقاق المتوسط بـ 54 يوم بعد 10 جوان، أي يوم 03 أوت من نفس السنة.

4. تحديد تاريخ التكافؤ:

عند إجراء عملية تكافؤ بين ورقتين أو أكثر يجب تحديد تاريخ لذلك ثم تحديد قيمة طرفي التكافؤ التاريخ، لتحسب العناصر التي نريدها من العملية، إلا أنه في حالة عدم تحديد تاريخ التكافؤ نستطيع الوصول إليه ولكن بمعلومية مختلف العناصر الأخرى في علاقة التكافؤ[1].

مثال:

يريد تاجر استبدال ورقة تجارية قيمتها الاسمية 36000 دج تستحق في 30 أفريل 2015، بورقة تجارية أخرى قيمتها الإسمية 39700 دج تاريخ استحقاقها 15 ماي من نفس السنة.

المطلوب:

في أي تاريخ تتكافأ الورقتان بمعدل خصم يقدر بـ 6%.

الحل:

$$V_1 - \left(\frac{V_1.t.j_1}{36000}\right) = V_2 - \left(\frac{V_2.t.(j_1 + 15)}{36000}\right)$$

$$36000 - \left(\frac{36000.6.j_1}{36000}\right) = 39700 - \left(\frac{39700.6.(j_1 + 15)}{36000}\right)$$

1 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص 47.

ومنه:

$$36100j_1 = 1624500$$

$$j_1 = 45$$

ومنه تاريخ تكافؤ الورقتين التجاريتين هو 16 مارس 2015.

5. تـــــمـــــاريـــــن

تمرين 01:

في4/11 اشترى تاجر سلعا بمبلغ 18840 دج، وحسب مقابلها ورقة تجارية تسحق الدفع في 26 ماي.

بعد ذلك طلب تبديلها ب 3 أوراق تجارية التالية:

- 4600 دج تستحق في 10 جوان.
- 6400 دج تستحق في 30 جوان.
- دج في 15 جويلية.
- تسديد مبلغ نقدي للدائن 2000 دج عند اصدار هذه الأوراق.

المطلوب:

حساب القيمة الاسية للورقة الثالثة حتى تحقق التكافؤ، وذلك بمعدل 5%.

تمرين 02:

في 18 فيفري سحبت الأوراق التجارية التالية:

- 3000 دج تستحق الدفع في 28 فيفري.
- 2000 دج تستحق الدفع في 10 مارس.
- 7300 دج تستحق الدفع في 20 مارس.
- 3700 دج تستحق الدفع في 13 أفريل.

1. نريد تبديل الورقتين الأولى والثانية لورقة واحدة بقيمة 5100 دج. فما هي المدة اللازمة لذلك.

2. نريد تبديل ورقتين الثالثة والرابعة بورقة واحدة مستحقة في 25 أفريل، أحسب القيمة الاسمية لهذه الورقة علما أن المعدل هو 6%.

تمرين 03:

في 06 جوان يريد تاجر تبديل 3 أوراق تجارية بورقة واحدة تدفع في 14 سبتمر القيم الاسمية للأوراق و مددها كالتالي:

- 242،25 دج تستحق في 01 جويلية.
- 862،75 دج تستحق الدفع في 31 اوت.
- 895،00 دج تستحق الدفع في 30 سبتمبر.

المطلوب: حساب القيمة الاسمية للورقة الجديدة بمعدل 6%.

تمرين 04:

تاجر مدين بمبلغ 9750 دج، حرر 3 أوراق تجارية تتناسب قيمها الاسمية كالأرقام 9،4،2 تاريخ استحقاقها 27 جويلية ، 20 أوت، 15 سبتمبر على التوالي . في 9 جويلية أراد هذا التاجر تغيير 3 أوراق بورقة واحدة تدفع في 3 سبتمبر.

المطلوب: حساب القيمة الاسمية للورقة الجديدة بمعدل 4،5 %.

الفصل الرابع

الفائدة المركبة

الفصل الرابع: الفائدة المركبة

علمنا سابقا أن الفائدة البسيطة تحسب على القروض القصيرة الأجل والتي لا تتجاوز مدتها السنة، كما أنها تحسب على المبلغ الأصلي بالمقارنة بالفائدة المركبة والتي تخص القروض طويلة الأجل وهذا ما سنتناوله في هذا الفصل.

1. تعريف الفائدة المركبة:

نقول عن مبلغ بأنه يدخر بفائدة مركبة إذا أضيفت الفائدة البسيطة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى إلى أصل المبلغ لحساب فائدة السنة الثانية، وتضاف فائدة السنة الثانية إلى (أصل المبلغ + فائدة السنة الأولى) عند حساب فائدة السنة الثالثة، [1]حيث تقوم الفائدة المركبة على مبدأ رسملة الفوائد، وهذا يعني أنه في نهاية كل وحدة زمنية (سنة، سداسي، ...الخ) تحتسب فوائدها لتضاف إلى أصل بداية المدة لتشكل مبلغا جديدا يكون أساس احتساب الفوائد للفترة الموالية، أي ان الفائدة المركبة في نهاية كل وحدة زمنية تصبح جزءا من الأصل قابل بدوره إلى الاستثمار[2].

2. المعادلة العامة للفائدة المركبة (معادلة الجملة):

- **قانون الفائدة المركبة:**

ليكن:

C: مبلغ القرض أو التوظيف في بداية المدة؛

n: هي مدة القرض، أو التوظيف بالسنوات؛

i : هو سعر الفائدة للدينار الواحد من المبلغ وللسنة واحدة؛

A: الجملة في نهاية المدة t.

مثال:

1 نذير مياح، مرجع سبق ذكره، ص 07.

2لحسن عبد الله باشيوة، **مدخل إلى الرياضيات المالية وتطبيقاتها**، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، الأردن،2011، ص ص 191-192.

قام شخص بإدخار مبلغ 90000 دج لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة مركبة 5%، فكم يصبح في نهاية المدة؟

الحل:

السنوات	**المبلغ في بداية السنة (1)**	**الفائدة السنوية (2)**	**المبلغ في نهاية السنة (1)+(2)**
1	90000	4500	94500
2	94500	4725	99225
3	99225	4961,25	104186,25

يصبح مبلغ 90000دج بعد 3 سنوات 104186,25دج

حسب المثال السابق نجد أن فائدة السنة الأولى للمبلغ C بالمعدل i هي C_i، ويقدم الجدول التالي حساب الفوائد ورسملتها نهاية كل سنة بداية من السنة الأولى.

الفترة	الرسملة بداية كل سنة (1)	فوائد السنة (2)	القيمة المحصلة نهاية كل سنة بعد رسملة الفوائد المحتسبة للسنة
1	C	Ci	C+ $C_i = C(1+i)$
2	$C(1+i)$	$C(1+i)\times i$	$C(1+i)+C(1+i)\times i = C(1+i)^2$
3	$C(1+i)^2$	$C(1+i)^2\times i$	$C(1+i)^2+C(1+i)^2\times i = C(1+i)^3$
…	………………	………………	………………………………
….	………………	………………	………………………………
N	$C(1+i)^{n-1}$	$C(1+i)^{n-1}\times i$	$C(1+i)^{n-1}+C(1+i)^{n-1}\times i = C(1+i)^n$

المصدر: نذير مياح، **الرياضيات المالية –محاضرات وتمارين**- مطبوعة موجهة لطلبة للسنة الثانية نظام LMD، جامعة الأمير عبد القادر للعلوم الإسلامية –قسنطينة- 2012-2013، ص 07.

نستنتج من الجدول أن القيمة المحصلة للمبلغ C بعد عدد من الوحدات الزمنية n بمعدل فائدة مركبة i بالمئة لكل وحدة زمنية تعطى بالعلاقة التالية:[1]

$$C_n = C(1+i)^n$$

وهي تمثل القانون الأساس للفائدة المركبة، ويمكن كتابة هذه العلاقة باللوغاريتمات بالشكل التالي:

$$\text{Log}.\,C_n = \text{Log C} + \text{n}.\,\text{Log}(1+\text{i})$$

ملاحظات:

- إن القانون الأساسي المقدم أعلاه يصلح في حالة كون معدل الفائدة ومدة الرسملة متطابقين، لأننا افترضنا أن معدل الفائدة سنوي وأن مدة الرسملة هي كذلك السنة، فإذا اتفق ان تتم رسملة الفوائد كل شهر، يجب ان يكون سعر الفائدة شهريا؛
- تمثل فوائد السنوات المتتالية متوالية هندسية أساسها $(1+\text{i})$؛
- القيم المحصلة نهاية السنوات المتتالية تشكل هي الأخرى متوالية هندسية لها نفس الأساس $(1+\text{i})$؛
- قانون الفائدة المركبة يعطي القيمة المحصلة من عملية القرض أو التوظيف، بينما قانون الفائدة البسيطة يمدنا بالفائدة مباشرة، ولحساب الفائدة الناتجة عن قانون الفائدة المركبة فإننا نطرح أصل القرض من القيمة المحصلة له أي:

- $$\text{I} = C_n - C = C(1+i)^n - C$$

$$\text{I}=\text{C}[(1+i)^n - 1]$$

وحسب المثال السابق فان القيمة المحصلة بعد ثلاث سنوات هي:

$$C_3 = 90000(1+0.05)^3$$
$$C_3 = 104186{,}25 \text{ DA}$$

وباستخدام علاقة اللوغاريتم نجد:

$$\text{Log}.\,C_n = \text{Log }90000 + 3.\,\text{Log}(1+0{,}05)$$

مثال 01:

وظف مبلغ 35000دج بمعدل فائدة سنوي 10% ورسملة سنوية لمدة 5 سنوات.

المطلوب:

1 نور الدين زعيبط، مرجع سبق ذكره، ص 65.

Devolder, Pierre, Mathilde Fox, and Francis Vaguener. **Mathématiques financières**. Pearson Education France, 2012. P 05.

- أحسب القيمة المحصلة نهاية التوظيف.
- احسب قيمة الفائدة.

الحل:

لدينا:

$$C_n = C(1+i)^n$$
$$C_n = 35000(1+0{,}1)^5$$
$$C_5 = 56367{,}85DA$$
$$\mathrm{I} = C_n - C = 56367{,}85 - 35000 = 21367{,}85DA$$

مثال02:

اقترض أحمد مبلغ 25000دج بمعد ل فائدة نصف سنوي 4% ورسملة نصف سنوية كذلك، ومدة القرض6 سنوات.

المطلوب:

حدد القيمة التي يسددها إلى البنك نهاية المدة.

الحل:

$$C_{12} = C(1+i)^{12} = C_{12} = 25000(1+0{,}04)^{12}$$
$$C_{12} = 40025{,}8DA$$

مثال03:

وظف عبد الرحمن رأس مال قيمته 30000دج بقائدة مركبة بمدة 10 سنوات، بلغت القيمة المحصلة بعد 10 سنوات 48866,83دج.

المطلوب:

احسب معدل التوظيف i.

الحل:

$$C_n = C(1+i)^n$$
$$48866{,}83 = 30000(1+i)^{10}$$
$$(1+i)^{10} = \frac{48866{,}83}{30000} = 1{,}6288943$$
$$(1+i)^{10\cdot\frac{1}{10}} = 1{,}6288943^{\frac{1}{10}}$$

$$(1+i) = 1{,}0499999$$
$$i = 1{,}0499999 - 1$$
$$i = 5\%$$

3. طرق حساب الفائدة المركبة لمدة عددها غير صحيح:

لحساب الفائدة المركبة لما تكون المدة عدد غير صحيح، أي وجود عدد من السنوات وجزء من السنة سواء كان أشهر أو عدد من الأيام لدينا ثلاث طرق هي[1]:

أ. **طريقة الرسملة المتقطعة:**

تقوم هده الطريق على مبدأ حساب فائدة السنوات بقانون الفائدة المركبة $C_n = C(1+i)^n$، في حين يتم حساب الفترة المتبقية بقانون الفائدة البسيطة سواء كانت المدة عدد من الشهر أو عدد من الأيام.

مثال:

وظف عبد الرحمان مبلغ قيمته 50000دج بفائدة مركبة لمدة 5 سنوات و8 أشهر وبمعدل 6%.

المطلوب:

أحسب القيمة المحصلة نهاية التوظيف.

الحل:

نقوم بحساب فائدة خمس سنوات بقانون الفائدة المركبة، ونضيف لها فائدة 8 أشهر المتبقية باستعمال قانون الفائدة البسيطة.

$$C_5 = 50000(1+0{,}06)^5$$

$$C_{5+\frac{8}{12}} = C_5 + \frac{C_5.m.t}{1200}$$

$$C_5 = 66911{,}27$$
$$\mathrm{i}_8 = \frac{66911{,}27.6.8}{1200} = 2676{,}45$$

1 محمد الأمين وليد طالب، مرجع سبق ذكره، 38-39.

$$C_{5+\frac{8}{12}} = 66911,27 + 2676,45$$

ب. طريقة الاستقطاب الخطي:

تقوم هذه الطريقة على مبدأ حساب فائدة السنوات وفق قانون الفائدة المركبة، أما فيما يخص فائدة المدة المتبقية سواء كانت عدد من الأشهر أو عدد من الأيام فيتم حساب فائدة السنة الأخيرة فقط بقانون الفائدة المركبة ثم ضربها في عدد الأيام وتقسيمها على 360 إذا كانت المدة عدد من الأيام، أو ضربها فب عدد الأشهر وقسمتها على عدد 12.

مثال:

وظف أحمد مبلغ قيمته 20000دج بفائدة مركبة لمدة 4 سنوات و5 أشهر وبمعدل 6%.

المطلوب:

أحسب القيمة المحصلة نهاية التوظيف.

الحل:

$$C_{4+\frac{8}{12}} = C_4 + (C_5 - C_4).\frac{8}{12}$$

$$C_4 = 20000(1,06)^4$$

$$C_4 = 25249,53$$

$$C_5 = 20000(1,06)^5$$

$$C_5 = 26764,51$$

$$C_5 - C_4 = 26764,51 - 25249,53$$

$$C_{4+\frac{8}{12}} = 25249,53 + 1514,92.\frac{8}{12}$$

$$C_{4+\frac{8}{12}} = 25249,53 + 1009,94$$

$$C_{4+\frac{8}{12}} = 26259,47$$

ت. طريقة الرسملة المستمرة:

لحساب القيمة المكتسبة حسب هذه الطرية نستعمل إما اللوغاريتم العشري أو اللوغاريتم النيبيري.

مثال:

وظف مبلغ قيمته 10000دج بفائدة مركبة لمدة 5 سنوات و5 أشهر وبمعدل 6%.

المطلوب:

أحسب القيمة المحصلة نهاية التوظيف.

الحل:

- باستعمال اللوغاريتم العشري نجد:

لدينا:

$$C_{4+\frac{8}{12}} = 10000(1,06)^{5+\frac{5}{12}}$$

$$logC_{4+\frac{8}{12}} = log10000(1,06)^{5+\frac{5}{12}}$$

$$logC_{4+\frac{8}{12}} = log10000 + (5 + \frac{5}{12})log(1,06)$$

$$logC_{4+\frac{8}{12}} = 4 + (5,4166666)0,0253058$$

$$logC_{4+\frac{8}{12}} = 4,1370730$$

$$C_{4+\frac{8}{12}} = 10^{4,1370730}$$

$$C_{4+\frac{8}{12}} = 13711,12$$

4. تـــــــمـــــــاريــــــن

تمرين 01:

تريد مؤسسة شراء آلات بقيمة 45000دج، تستعمل لمدة 6 سنوات مع أمكانية بيعها بـ5000دج بعد الامتلاك.

المطلوب: حساب تكلفة الآلات عند تاريخ الشراء بمعدل فائدة 10%.

تمرين 02:

في أول فيفري 2000، أقترض شخص مبلغا ماليا، ليسدده في أول فيفري 2007 بقيمة 100000دج.

1. أحسب قيمة رأس المال المقترض.
2. أحسب الجملة المسددة لو تم الدفع مسبقا في فيفري 2003.
3. أحسب الجملة القابلة لتسديد لو تأخر الدفع حت 2010.

علما أن معدل الفائدة المركبة 9%

تمرين 03:

تنوي مؤسسة القيام بمشروع استثماري، ولأجل ذلك تريد شراء آلات عمرها الإنتاجي 3 سنوات.

قدرت الأرباح الإضافية المنتظرة في آخر كل سنة كالتالي:

- 10000دج للسنة الأولى.
- 20000دج للسنة الثانية.
- 30000دج للسنة الثالثة.

المطلوب: حساب أدنى مبلغ مالي تستثمره لتحقيق معدل مردودية 8%.

تمرين 04:

أودعت مؤسسة مبلغ 200000دج، لمدة سبعة سنوات بمعد فائدة مركب سنوي 11,2%.

1. أحسب جملة المبلغ في نهاية المدة.
2. أحسب قيمة الفائدة للسنوات السبعة.
3. أحسب قيمة الفائدة للسنة الرابعة فقط.
4. إذا تم سحب مبلغ 200000دج في نهاية السنة الرابعة ووضع في بنك آخر بمعدل فائدة 3,5% ثلاثيا أحسب ما تجمع للمؤسسة بعد نهاية السنوات السبعة للمبلغين.

الفصل الخامس:

المعدلات المتكافئة

والمعدلات المتناسبة

الفصل الخامس: المعدلات المتكافئة والمعدلات المتناسبة

ان معدل الفائدة في معظم الأحيان يكون سنويا، أي تحسب الفائدة على المبلغ مرة واحدة في كل نهاية سنة، إلا أن هناك تطبيق لمعدل الفائدة كل ستة أشهر أو 3 أو أقل، وفي هذه الحالة تصبح المدة n للإيداع ليست بالسنوات بل عدد الفترات الجزئية من السنة حسب الحالة. وفي حالة تطبيق معدلات فائدة غير سنوية أو جزئية من السنة، يمكن أن نتحدث عن معدلات متناسبة أو معدلات مكافئة.

1. معدلات متناسبة:

المعدل المتناسب لمعدل سنوي معين i هو المعدل الذي يتعلق أو يطبق في p جزء من السنة بحيث يحدد هذا المعدل ip حسب العلاقة:[1]

$$\mathrm{ip} = \frac{i}{p}$$

تتراوح من 1 إلى 12 أو حسب عدد الفترات لتطبيق p وip.

فإذا استعملنا الفائدة البسيطة فإن المعدل المتناسب والمعدل السنوي يعطيان نفس الجملة لأن:

i=ip.p

فتكون I_1 السنوية و I_2 الجزئية من السنة في نهاية السنة بحيث c هي رأس المال المستثمر ومنه:

$$I_1 = c.i$$
$$I_2 = c.ip.p$$
$$I_1 = I_2$$

أما إذا استعملنا الفائدة المركبة فلا يتساوى فيها المعدلان في نهاية نفس الفترة، فإذا كان i سنويا والمعدل السداسي المتناسب له $\frac{i}{2}$ فإن الفائدة لكل منهما على التوالي:

$$I_1 = c[(1+i)-1]$$
$$I_2 = c[\left(1+\frac{i}{2}\right)^2 - 1]$$

1 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص 70.

مثال:

قام شخص بإيداع مبلغ قيمته 30000 دج في بنك لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي $i=12\%$.

المطلوب:

- أحسب المعدل الثلاثي المتناسب؟
- وهل تتساوى فائدة هذا المعدل السنوي مع المعدل الثلاثي المتناسب معه؟

الحل:

- **حساب المعدل الثلاثي المتناسب:**

$$ip=\frac{12\%}{4}$$
$$=3\%$$

- **حساب الفائدة وفق المعدل السنوي و المعدل الثلاثي:**

$$I_1= 30000\ [(1+0,03)^{16}- 1] = 30000.\ 0,6047064$$
$$I_1= 18141,192$$

$$I_2 = 30000\ [(1+0,12)^{4}-1] = 30000.\ 0,5735193$$
$$I_2 = 17205,579$$

نلاحظ من خلال النتيجتين أن $I_2 \neq I_1$

2. المعدلات المتكافئة:

نقول عن معدلين أنهما متكافئان إذا اختلفا في قيمتهما وفي فترة رسملتهما، لكنهما يعطيان نفس الجملة المركبة لأي فترة زمنية مشتركة محددة.

فإذا كان i هو سعر الفائدة السنوي والرسملة سنوية من جهة، وأن i_2 هو معدل فائدة نصف سنوي ولرسملة نصف سنوية كذلك، فإنهما يكونان متكافئان إن حصلا نفس الجملة المركبة لنفس المدة المطبقة أي:[1]

$$(1+i)^n = (1+i_2)^{2n} \quad \text{أي} \quad (1+i) = (1+i_2)^2$$

1 نور الدين زعيبط، مرجع سبق ذكره، ص71.

فإذا كان المعدل السنوي i برسملة سنوية والمعدل i_k للفترة $\frac{12}{k}$ ورسملة عددها k مرة في السنة فإن المعدلين يكونان متكافئين إذا : $(1+i)=(1+i_k)^k$ أي $(1+i)^n=(1+i_k)^{kn}$

فإذا استخرجنا الجدر k لكل من كرفي المعادلة الأخيرة نجد:

$$(1+i)^{\frac{1}{k}}=(1+i_k)$$

مثال1:

أحسب المعدل السداسي المكافئ للمعدل السنوي 5% (K=2) ؟

الحل:

لدينا: $(1+i)=(1+i_2)^2$

$$(1+0,05)=(1+i_2)^2$$

ومنه $\sqrt{1,05}=1+i_2$

$$i_2=0,02469=2,46\%$$

مثال 02:

أحسب المعدل الشهري المكافئ للمعدل السنوي 10% (k=12)

لدينا: $(1+i)=(1+i_k)^k$ أي $(1+i)^{\frac{1}{k}}=(1+i_k)$

$$(1+0,1)^{\frac{1}{12}}=(1+i_{12})$$

ومنه: $i_{12}=0,0079741=0,8\%$

الفصل السادس:

الدفعات المالية

الفصل السادس: الدفعات المالية

إن الأسر والمؤسسات تسدد دوريا قيم فواتير الكهربائية والمياه وكذا أقساط الايجار، كما أن العمال والموظفين وغيرهم يتلقون شهريا أجرتهم ويدفعون بعض الاشتراكات الاجتماعية والضرائب وغيرها من المتطلبات ذات الصيغة الدورية، وبالتالي تنتج عن كل هذه العمليات تعاملات دورية بمبالغ وقيم تنتقل أو تتدفق من جانب إلى آخر وهي ما يطلق عليها بالدفعات المالية.[1]

1. تعريف الدفعات الثابتة

الدفعات هي مبالغ مالية متساوية تدفع دوريا في فترات متساوية، وتسمى فترة السداد أو الدفع بالمدة، وقد تكون هذه المدة سنة، سداسي، ثلاثي أو حتى شهرية.[2] وتتميز هذه الدفعات بما يلي[3]:

- قيمة الدفعات المقدمة دوريا متساوية؛
- الفترة الفاصلة بين دفعة وأخرى متساوية؛
- معدل فائدة متساوي؛
- تحديد تاريخ أول دفعة وآخر دفعة؛
- عدد الدفعات.

2. تصنيف الدفعات

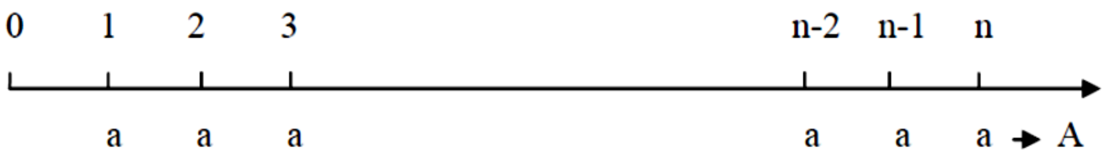
هناك تصنيفات عديدة للدفعات المالية لكننا سنتطرق في هذا المحور إلى نوعين منها فقط وهي:

أ. **دفعات نهاية المدة (العادية):** إذ تدفع عادة لتسديد الديون، ولذلك تسمى دفعات الاستهلاك، وتدفع نهاية كل فترة سداد أي عند تقديم آخر دفعة يكون قد تكون رأسمال وهو هدف العملية، في حين يمكن تحديد قيمة مجموع هذه الدفعات في نقطة الصفر، أو بداية الفترة الأولى التي تتطابق مع بداية مدة الدفع الكلية وهذه القيمة تعد قيمة حالية للدفعات.

1 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص77.
2 منصور بن عوف عبد الكريم، مدخل إلى الرياضيات المالية، الطبعة الخامسة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،2009، ص 73.
3 سعاد عون الله، محاضرات في الرياضيات مالية، جامعة ابن خلدون تيارات، الجزائر، 2017-2018، ص ص 47-48.

- **<u>جملة دفعات نهاية المدة:</u>** وهي القيمة المكتسبة أو المحصلة والتي تمثل ما تجمع للشخص المسدد في نهاية عدد من الدفعات (عدد من الفترات).

- **قانون جملة دفعات نهاية المدة:** إذا افترضنا أن شخص كان يسدد في نهاية كل وحدة زمنية دفعة من المال قدرها a لمدة n من وحدات الزمن بمعدل فائدة مركبة قدره i، كما هو موضح في المحور التالي:



والجدول التالي يوضح لنا جمل الدفعات منفصلة بتاريخ n :

الدفعات	مدة الإيداع أو الرسملة	الجملة عند النقطة n
الأولى	(n−1) فترة	$A_1 = a(1+i)^{n-1}$
الثانية	(n−2) فترة	$A_2 = a(1+i)^{n-2}$
الثالثة	(n−3) فترة	$A_3 = a(1+i)^{n-3}$
..	..	..
..	..	..
n−1	فترة واحدة	$A_{n-1} = a(1+i)$
n	0 فترة	$A_n = a(1+i)^0 = a$

المصدر: ناصر دادي عدون، **الرياضيات المالية**، دار المحمدية الحامة، الجزائر، 1995. ص 79.

وبالتالي جملة الدفعات المحصل عليها في نهاية المدة تساوي مجموع القيم المكتسبة لكل دفعة في وحدة الزمن n ومنه يمكن نكتب[1]:

$$V_n = a + a(1+i) + a(1+i)^2 + \cdots + a(1+i)^{n-1}$$

1 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص ص 79-80.

نلاحظ أن الجملة هي عبارة عن متتالية هندسية متزايدة حدها الأول a وأساسها $(1+i)$ ، وعدد حدودها n، وبتطبيق قانون مجموع متتالية الهندسية المتزايدة نجد:

$$V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)-1}$$

$$V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

ملاحظة:

بالنسبة لعبارة $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ يمكن حسابها بالآلة الحاسبة، أو استخراجها من الجدول المالي رقم 3 وهو الذي يسمح بتحديد قيمة الكسر بناء على تقاطع عمود المعدل مع سطر عدد الدفعات.[1]

مثال: قام شخص بتسديد دين له بخمس دفعات متساوية لنهاية السنة، فإذا كانت قيمة الدفعات هي 2000 دج، أوجد الجملة المركبة لما يسدده هذا الشخص نهاية المدة علما أن سعر الفائدة هو 5%.

الحل:

$$V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$V_n = 2000\frac{(1+0{,}05)^5 - 1}{0{,}05}$$

$$V_n = 11051{,}2625$$

حيث قيمة $\frac{(1+0{,}05)^5 - 1}{0{,}05}$ من الجدول المالي رقم 3 هي 5,52563125 ، وهي نفس القيمة التي تم حسابها بالآلة الحاسبة.

- **استنتاج عناصر جملة دفعات نهاية المدة:** باستعمال علاقة جملة الدفعات يمكن[2]:

❖ **حساب مبلغ الدفعة a:**

1 نور الدين زعيبط، مرجع سبق ذكره، ص 82.

2 سعاد عون الله، مرجع سبق ذكره، ص 49.

$$V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

ومنه:

$$a = V_n\frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

مثال: قام محمد بتسديد دين قيمة جملته 3152,5 دج، بواسطة **3** دفعات ثابتة وبمعدل فائدة 5 سنويا %، فما هو مقدار كل دفعة.

الحل:

لدينا:

$$a = V_n\frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$a = 3152{,}5\frac{0{,}05}{(1+0{,}05)^3 - 1} = 1000$$

❖ **حساب عدد الدفعات n:**

$$V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{V_n}{a} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

مثال:

يدفع شخص في نهاية كل فترة دفعة ثابتة قيمتها 5000 دج، فبلغت القيمة المكتسبة في نهاية المدة:22530,56 دج، فإذا كان معدل الفائدة هو %8 فما هو عدد الدفعات؟

الحل:

لدينا:

$$\frac{V_n}{a} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{22530{,}56}{5000} = \frac{(1+0{,}08)^n - 1}{0{,}08}$$

$$1{,}36048896 = (1+0{,}08)^n$$

$$log1{,}36048896 = n\ log1{,}08$$
$$n = 4$$

❖ **حساب معدل الفائدة i**:

$$V_n = a\frac{(1+i)^n\ -1}{i}$$
$$\frac{V_n}{a} = \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

مثال: قام عبد الرحمن بتسديد ما عليه من ديون بواسطة 5 دفعات ثابتة لنهاية السنة قيمة كل منها 1000دج، حيث بلغت جملة الدفعات 5750,75 دج، احسب معدل الفائدة.

الحل:

لدينا

$$\frac{V_n}{a} = \frac{(1+i)^n\ -1}{i}$$
$$\frac{5750{,}75}{1000} = \frac{(1+i)^5\ -1}{i}$$
$$5{,}75075 = \frac{(1+i)^5\ -1}{i}$$

من الجدول المالي رقم 3 ووفقا لعمود الدفعات 5 نبحث عن قيمة 5,75075 وعندا إيجادها نحدد المعدل الذي يوافق سطرها، والذي نجده يساوي نسبة 7%.

- **القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:**

- **تعريف**: تعرف القيمة الحالية بأنها مجموع القيم الحالية لعدد الدفعات الثابتة أي قيمة الدفعات عند إمضاء عقد القرض أو الاستثمار وهذا في الزمن (0)، أي فترة قبل تسديد قيمة الدفعة الأولى[1].
- **قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:**

نرمز للقيمة الحالية في الزمن (0) بالرمز V_O، وباستعمال مجموع القيم الحالية للدفعات منفصلة:

1 منصور بن عوف عبد الكريم، مرجع سبق ذكره، ص81.

والجدول التالي يوضح لنا القيم الحالية للدفعات منفصلة عند الزمن (0):

الدفعات	مدة الدفعات	القيم الحالية عند النقطة 0
الأولى	فترة واحدة	$Vo_1 = a(1+i)^{-1}$
الثانية	فترتين	$Vo_2 = a(1+i)^{-2}$
الثالثة	ثلاث فترات	$Vo_3 = a(1+i)^{-3}$
..	..	..
..	..	..
n−1	فترة(n−1)	$Vo_{n-1} = a(1+i)^{-(n-1)}$
n	فترة n	$Vo_n = a(1+i)^{-n}$

المصدر: ناصر دادي عدون، **الرياضيات المالية**، دار المحمدية الحامة، الجزائر، 1995.ص 87.

وبالتالي فإن مجموع القيم الحالية عند الزمن (0) هو[1]:

$$V_O = a(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + a(1+i)^{-3} + \cdots + a(1+i)^{-(n-1)} + a(1+i)^{-n}$$

هذا المجموع يشكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $a(1+i)^{-n}$ وعدد حدودها n وأساسها $(1+i)$، وبتطبيق قانون مجموع متتالية هندسية نجد:

$$V_O = a(1+i)^{-n}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}\right]$$

$$V_O = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

ويمكن الاعتماد على الجدول المالي رقم 4 لحساب قيمة الكسر، كما يمكن حسابها بالآلة الحاسبة.

1 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص ص 86-88.

مثال:

يسدد أحمد في نهاية كل سنة مبلغ 10000دج بمعدل 6% سنويا ولمدة 8 سنوات. أحسب القيمة الحالية لهذه الدفعات ثم جملتها في نهاية الدفع.

الحل:

- **حساب القيمة الحالية لهذه الدفعات:**

$$V_O = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$V_O = 10000\frac{1-(1+0{,}06)^{-8}}{0{,}06} = 62097{,}93$$

- **حساب جملة هذه الدفعات:**

$$V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$V_n = 10000\frac{(1+0{,}06)^8 - 1}{0{,}06} = 98974{,}68$$

- **استنتاج عناصر القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:** باستعمال علاقة القيمة الحالية يمكن[1]:

❖ **حساب قيمة الدفعة a:**

$$a = V_O\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

❖ **حساب عدد الدفعات n:**

$$\frac{V_O}{a} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

❖ **حساب معدل الفائدة i:**

$$\frac{V_O}{a} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

1 سعاد عون الله، مرجع سبق ذكره، ص ص 51-52.

حيث يتم استخراج نسبة المعدل الفائدة i من الجدول المالي رقم 4 ،وذلك بالاعتماد على قيمة الكسر $\frac{V_n}{a}$

ب. **دفعات بداية المدة (غير عادية):** تدفع عادة لتكوين رأسمال وتكون في بداية كل فترة، أو لسداد دين إن نص العقد على ذلك.

- **جملة دفعات بداية المدة:** وهي القيمة المحصلة أو المكتسبة والتي تحسب في نهاية مدة السداد للقرض أو تكوين رأس المال، أي بعد القسط الأخير بفترة زمنية واحدة. [1]

- **قانون جملة دفعات بداية المدة:**

لنفترض أن شخص يوظف مبلغ قدره a، في أول كل وحدة زمنية لدى بنك يحسب الفوائد بالمعدل i ، وذلك لمدة nمن الوحدات الزمنية، والشكل الموالي يوضح ذلك:

ويمكن توضيح جمل الدفعات من خلال الجدول التالي:

الدفعات والفترات	مدة الإيداع أو الرسملة	الجملة عند النقطة n
الأولى	n فترة	$A_1 = a(1+i)^n$
الثانية	(n−1) فترة	$A_2 = a(1+i)^{n-1}$
الثالثة	(n−2) فترة	$A_3 = a(1+i)^{n-2}$
..	..	..
..	..	..
n−1	2 فترة	$A_{n-1} = a(1+i)^n$
n	1 فترة	$A_n = a(1+i)$

المصدر: ناصر دادي عدون، **الرياضيات المالية**، دار المحمدية الحامة، الجزائر، 1995.ص92.

1 منصور بن عوف عبد الكريم، مرجع سبق ذكره، ص ص 73-87.

قيمة الدفعات لبداية المدة هي مجموع الجمل المركبة لكل دفعة من دفعات نهاية المدة أي في الزمنn ، فترة بعد تسديد الدفعة الأخيرة، حيث[1]:

$$A = a(1+i) + a(1+i)^2 + \cdots + a(1+i)^n$$

وبداية من آخر جملة تكون لدينا متتالية هندسية متصاعدة حدها الأول $a(1+i)$،وأساسها$(1+i)$، وعدد حدودها n ، وطبقا لمجموع المتتالية الهندسية فإن[2]:

$$\grave{v}_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

$$\grave{v}_n = a\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}\right] - 1$$

ملاحظة: من خلال هذه العلاقة يمكن استنتاج القانون الخاص بعناصر الدفعات الغير العادية المتمثلة في قيمة الدفعة والمدة بالإضافة الى المعدل وذلك بالاعتماد على العمليات الحسابية، وكذا الجدول المالي رقم 3 مثل ما رأينا في الدفعات الثابتة العادية.

مثال:

قام أحمد بإيداع دفعات ثابتة سنوية (لبداية السنة)، قيمة كل منها 12000دج بمعدل فائدة 10% سنويا، ولمدة 8سنوات. أحسب ما تجمع لهذا الشخص في نهاية هذه المدة.

الحل:

لدينا:

$$\grave{v}_n = a\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}\right] - 1$$

1 سعاد عون الله، مرجع سبق ذكره، ص 52.
2 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص93.

$$\grave{v_n} = 12000\left[\frac{(1+0,1)^{8+1}-1}{0,1}\right]-1$$

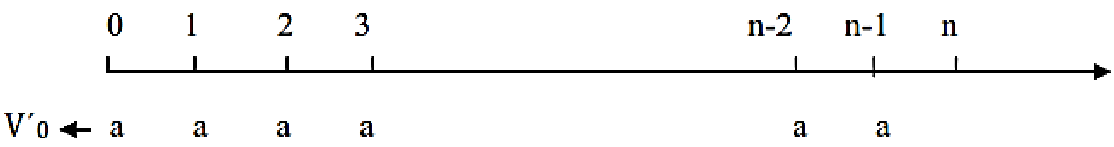
$$\grave{v_n} = 162952,72$$

- **القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:**

- **تعريف:** تعرف القيمة الحالية بأنها مجموع القيم الحالية لعدد الدفعات الثابتة المتساوية في الزمن (0)، أي عند أول دفعة [1].

- **قانون القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:**

إن القيمة الحالية لدفعات بداية المدة هي عبارة عن مجموع القيم الحالية لكل دفعة من الدفعات، والشكل التالي يوضح ذلك:



حيث:

- القيمة الحالية للدفعة الأولى : $\grave{v_{o1}} = a$
- القيمة الحالية للدفعة الثانية: $\grave{v_{o2}} = a(1+i)^{-1}$
- القيمة الحالية للدفعة الثالثة: $\grave{v_{on-1}} = a(1+i)^{-(n-1)}$

وبالتالي فإن مجموع القيم الحالية هو[2]:

$$\grave{v_o} = a(1+i)^{-(n-1)} + a(1+i)^{-(n-2)} + \cdots + a(1+i)^{-2} + a(1+i)^{-1} + a$$

وبداية من آخر جملة تكون لدينا متتالية هندسية متصاعدة حدها الأول $a(1+i)^{-(n-1)}$ ،وأساسها $(1+i)$، وعدد حدودها n ، وطبقا لمجموع المتتالية الهندسية فإن[3]:

$$\grave{v_o} = a(1+i)\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

1 منصور بن عوف عبد الكريم، مرجع سبق ذكره، ص92.
2 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص ص 86-88.
3 سعاد عون الله، مرجع سبق ذكره، ص 54.

مثال:

أراد أحمد تكوين رأسمال لمدة 5 سنوات، حيث قام بإيداع في بداية كل سنة لدى البنك مبلغ قيمته 12500دج، بمعدل فائدة 8%. أحسب القيمة الحالية لهذه الدفعات.

الحل:

لدينا:

$$\grave{v}_o = a(1+i)\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$\grave{v}_o = 12500(1+0{,}08)\left[\frac{1-(1+0{,}08)^{-5}}{0{,}08}\right]$$

$$\grave{v}_o = 53901{,}58$$

ملاحظة: من خلال هذه العلاقة يمكن استنتاج القانون الخاص بعناصر القيمة الحالية لدفعات الغير العادية المتمثلة في قيمة الدفعة والمدة بالإضافة الى المعدل وذلك بالاعتماد على العمليات الحسابية، وكذا الجدول المالي رقم 4 مثل ما رأينا في القيمة الحالية الدفعات الثابتة العادية.

3. <u>تـــــمـــــاريـــــن</u>

تمرين 01:

اقترضت مؤسسة مبلغا من المال على أن يسدد بدفعات متساوية عددها 6، أولها سنتين من تاريخ القرض والباقية أيضا بعد كل سنتين بمعدل فائدة سنوي 8,5 %، فإذا علمت أن الدائن كان يستثمر الدفعات بمجرد استلامها بمعدل فائدة 8 % سنويا، وأن قيمة الدفعة 20000دج.

1. أحسب أصل القرض.
2. أحسب جملة القرض في نهاية عملية التسديد.
3. أحسب معدل الفائدة الحقيقي الذي يحققه الدائن في هذه العملية.

تمرين 02:

شخص يودع في بنك 11دفعة بحيث الأربعة الأولى مبلغ كل منها 3000دج، والأربعة الثانية بمبلغ 5000دج، بمعدل فائدة 7 % للمجموعتين أما الثلاثة الأخيرة فكل منها يساوي 7000دج، بمعدل 8% سنويا.

1. أحسب القيمة الحالية لهذه الدفعات.
2. أحسب الجملة المحققة في نهاية 14 سنة.
3. أحسب جملة هذه الدفعات في نهاية السنة 16، مع عدم سحب الجملة وبنفس معدل الفائدة الأخير.

تمرين 03:

مؤسسة إقترضت مبلغ 850000 دج على أن تسدده بالطريقة التالية:

- 200000دج بعد سنتين والباقي على 8 دفعات متساوية ابتداء من نهاية السنة الثالثة، مع إعفاء المؤسسة من فوائد السنوات الثلاثة الأولى.

1. إذا كان معدل الفائدة المطبق هو 10 % سنويا، احسب قيمة الدفعة الثابتة.
2. عند تسديد الدفعة الرابعة قررت المؤسسة التخلص من باقي دينها في نفس التاريخ، أحسب المبلغ المدفوع في هذا التاريخ.

الفصل السابع

استهلاك القروض

الفصل السابع: استهلاك القروض

يعتبر رأس المال الخطوة الأولى لإنشاء أي مؤسسة أو أي نشاط استغلالي من البداية، حيث يختلف مصدر هذا الرأس مال من مؤسسة إلى أخرى، فقد يكون خاص بملكية أصحاب المؤسسة سواء تم إيداعه فيها عند الانشاء، أو التوسع، أما تم إنتاجه داخليا في صورة أرباح مجمعة، وقد يكون من خارج المؤسسة، ويتخذ عدة أشكال من الديون، تختلف حسب طبيعتها ودمتها وشروطها وكيفية التعامل معها.[1]

1. تعريف استهلاك القروض:

تمثل استهلاك القرض قسطا يسدد من أصل القرض، وعند بلوغ مجموع أقساط استهلاك القرض المبلغ الأصلي للقرض يكون المدين قد وفى بالتزامه فيما يخص تسديد القرض، وهناك عدة طرق لاستهلاك القروض واهمها طريقة الاستهلاك القروض بدفعات ثابة(أقساط متساوية)،و طريقة استهلاك القروض باستهلاكات ثابة(القسط المتناقص).

2. طريقة الاستهلاك القروض بدفعات ثابة (أقساط متساوية)

تقوم هذه الطريقة على مبدأ تسديد القروض بشكل دوري (سنوي، شهري...إلخ)، وذلك بدفع المقترض دوريا دفعة ثابتة للمقترض بعدد معين متفق عليه مسبقا، وبتسديد آخر دفعة بكون المقترض قد دفع أصل القرض ومجموع الفوائد المترتبة عنه و تشمل كل دفعة على جزئين:[2]

- رأس المال: ويسمى الاستهلاك ونرمز له بالرمز M.
- الفائدة: الفائدة على الجزء المتبقي ونرمز لها بالرمز I.

أي: الدفعة = الاستهلاك + الفائدة

$$A = M + I$$

1 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص 117.

2 محمد وليد طالب، مرجع سبق ذكره، ص 60.

أ- حساب قيمة القسط المتساوي (الدفعة الثابتة):

تعتبر الأقساط في هذه الحالة دفعات عادية، حيث دائما ما يسدد القرض في نهاية كل فترة زمنية، وبالتالي يتم استخراج قيمة الدفعة a من إحدى العلاقتين التاليتين:

من قانون الجملة v_n:

$$v_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

ومنه

$$a = v_n\frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

من قانون القيمة الحالية:

$$v_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow a = v_0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

ب. جدول استهلاك القروض:

يتكون جدول استهلاك القرض على رصيد أصل القرض في بداية الفترات وفي نهايتها، وأيضا على الفوائد المستحقة في كل فترة، كما يشمل على قيمة الاستهلاكات الثابتة والأقساط الواجب سدادها كل فترة. يستحق قسط الاهتلاك الثابت في نهاية كل فترة زمنية من فترات استهلاك القرض، أما الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة زمنية فيتم حسابها على الرصيد المتبقي من القرض في فترة زمنية، أي بعد خصم قسط الاستهلاك السنوي

مثال:

تحصل أحمد على قرض يقدر بـ 120000 دج يسدد خلال 3 سنوات بدفعات ثابتة سنوية وبمعدل 10% ابتداء من نهاية سنة إبرام العقد.

- أحسب قيمة الدفعة الواحدة؟
- قم بإعداد جدول استهلاك هذا القرض؟

الحل:

تحديد قيمة الدفعة a:

$$a = v_0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \Rightarrow a = 120000\frac{0,1}{1-(1+0,1)^{-3}}$$

$$a = 48253,78$$

N	قيمة الأصل	قيمة مبدئية	الدفعة a	الفائدة I	الاهتلاكM	الاهتلاك $\sum M$المتراكم	قيمة نهائية
1	120000	120000	48253,78	12000	36253,78	36253,78	83746,22
2	120000	83746,22	48253,78	8374,62	39879,16	76132,94	43867,06
3	120000	43867,06	48253,78	4386,70	43867,08	120000	0
$\sum$	-	-	144761,34	24761,32	120000	-	-

ملاحظات:

من خلال الجدول نلاحظ:

- الاستهلاك المتراكم لجميع السنوات يساوي قيمة القرض $\sum M = v_0$؛
- القيمة النهائية في السنة الأخيرة تساوي الصفر؛
- أن القيمة المتبقية في السنة الأخيرة (3) تساوي قيمة الاستهلاك الخاص بها.

ت. العلاقات بين مختلف عناصر جدول الاستهلاك القرض[1]:

- **العلاقة بين الدفعات وأصل القرض:** أصل القرض في بداية أي فترة دفع هو القيمة الحالية للدفعات حيث:

$$v_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

- **العلاقة بين الاستهلاكات:** يمثل استهلاك أي سطر الاستهلاك السابق له ضرب $(1+i)$ حيث:

$$\mathrm{M_n} = \mathrm{M_p}\ (1+i)^{n-p}$$

- **العلاقة بين الاستهلاك وأصل القرض:**

كما ذكرنا سابقا بما أن الاستهلاك المتراكم لجميع السنوات يساوي قيمة القرض $\sum M = v_0$

ونعلم أن

$$v_0 = \mathrm{M_1} + \mathrm{M_1}\ (1+i) + \mathrm{M_1}\,(1+i)^2 + \cdots + \mathrm{M_1}\,(1+i)^{n-1}$$

وهي متتالية هندسية أساسها$(1+i)$، وحدها الأول $\mathrm{M_1}$، وعدد حدودهاn .

1 سعاد عون الله ، مرجع سبق ذكره، ص ص 65-66.

$$v_0 = M_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

- **العلاقة بين الاستهلاك والدفعة:**

$$a = M_n (1+i)$$
$$M_n = M_1 (1+i)^{n-1}$$
$$a = M_1 (1+i)^n$$

- **العلاقة بين الفوائد والاستهلاكات:**

$$I_p - I_n = M_n - M_p$$

مثال:

تحصل أحمد على قرض يسدد عن طريق دفعات ثابتة، فإذا توفرت لك المعلومات التالية:

- القرض المتبقي في نهاية السنة الأولى85298,26دج؛
- فائدة السنة الأولى هي5000دج؛
- فائدة السنة الثانية 4264,91دج.

المطلوب: أحسب ما يلي:

1. معدل الفائدة المطبق على القرض.
2. القسط المدفوع من القرض خلال السنة الأولى.
3. قيمة أصل القرض.
4. مبلغ الدفعة.
5. قيمة القرض المتبقي في نهاية السنة الثانية.
6. القسط المدفوع من القرض في نهاية المدة.

الحل:

لدينا:

$$, I_2 = 4264{,}913 , I_1 = 5000 \quad , \quad v_1 = 85298{,}26$$

1. **حساب المعدل i:**

$$I_2 = v_1 \times i \Rightarrow \quad i = \frac{I_2}{v_1}$$

$$i = \frac{4264,913}{85298,26} = 5\%$$

2. حساب الاستهلاك الاول M_1 :

$$I_1 - I_2 = M_2 - M_1 = M_1(1+i) - M_1$$

$$5000\text{-}4264,913 = M_1(1,05) - M_1$$

$$M_1 = 14701,74$$

3. حساب أصل القرض v_0:

$$v_0 = \frac{5000}{0,05} = 100000$$

4. حساب مبلغ الدفعة a:

$$\mathbf{a}=M_1 + I_1 = 14701,74 + 5000$$

$$a=19701,74$$

5. حساب القرض المتبقي في نهاية السنة الثانية v_2:

$$v_2 = v_1 - M_2$$

$$M_2 = M_1(1+i) = 14701,74(1,05) = 15436,827$$

$$v_2 = 85298,26 - 15436,827$$

$$v_2 = 69861,433$$

6. الاستهلاك الأخير M_n

$$\boldsymbol{a} = M_n(1+i)$$

$$\Rightarrow M_n = \frac{19701,74}{1,05}$$

$$=18763,56$$

3. <u>طريقة استهلاك القروض باستهلاكات ثابتة (القسط المتناقص):</u>

تقوم هذه الطريقة على مبدأ تسديد القروض بشكل دوري (سنويا، شهريا... إلخ)، وذلك بدفع المقترض دفعات تشمل جزء ثابت من أصل القرض وجزء ثاني متغير يتمثل في الفائدة على القرض المتبقي في كل فترة. حيث تتحدد قيمة الجزء الثابت من خلال قسمة أصل القرض على عدد الدفعات، ويؤدي تناقص أصل القرض عبر الفترات إلى تناقص قيمة الفائدة المدفوعة في كل مرة وهو بدوره يؤدي إلى تناقص قيمة الدفعات.

أ. **تحديد قيمة الاستهلاك الثابت:** يتم تحديد قيمة الاستهلاك الثابت بقسمة قيمة أصل القرض الأساسية على عدد الدفعات الذي يتوافق مع عدد الدورات المتساوية التي تدفع فيها.

فإذا رمزنا لـ:[1]

M: القسط المتساوي.

$\mathbf{V_0}$: أصل القرض.

$\mathbf{n}$: عدد الفترات الزمنية.

$$M = \frac{v_0}{n}$$

مثال:

اقترض عبد الرحمان مبلغ قيمته 100000دج لمدة 5سنوات بمعدل 4%

المطلوب: أحسب قيمة الاستهلاك الثابت.

الحل:

$$M = \frac{v_0}{n} = \frac{100000}{5} = 20000$$

ب. **جدول استهلاك القرض**

إن العنصر الأساسي في جدول استهلاك القرض وفق هذه الطريقة هو ان الاستهلاك ثابت، بينما نجد أن الدفعة المتساوية هي أهم عنصر وفق طريقة استهلاك القروض بدفعات ثابتة، كما أن جدول استهلاك القرض يأخذ وفق هذه الطريقة نفس الشكل الخاص بجدول استهلاك القرض بدفعات ثابتة، إلا أنه يجب الأخذ بعين الاعتبار الاختلافات القائمة في العمليات الحسابية.

يستحق قسط الاستهلاك الثابت في نهاية كل فترة زمنية من فترات استهلاك القروض، أما الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة زمنية فيتم حسابها على الرصيد المتبقي من الفرض في كل فترة زمنية أي بعد خصم قسط الاستهلاك السنوي. [2]

مثال:

اقترض شخص مبلغ قيمته 80000 دج لمدة 4 سنوات بمعدل 10%

1 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص ص 134-135.

2 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص135

المطلوب: أنجز جدول استهلاك القرض بطريقة الاستهلاكات الثابة.

الحل:

1. حساب قسط الاهتلاك الثابت:

لدينا: $M = \frac{v_0}{n} = \frac{80000}{4} = 20000$

إعداد جدول استهلاك القروض

N	قيمة الأصل	قيمة المتبقية	الدفعة	الفائدة	قسط الثابت	الاهتلاك المتراكم	قيمة النهائية
1	80000	80000	28000	8000	20000	20000	**60000**
2	**80000**	**60000**	**26000**	**6000**	**20000**	**40000**	**40000**
3	**80000**	**40000**	**24000**	**4000**	**20000**	**60000**	**20000**
4	**80000**	**20000**	**22000**	**2000**	**20000**	**80000**	**0**
$\sum$	–	–	**100000**	**20000**	**80000**	–	–

ت. العلاقات بين مختلف عناصر جدول استهلاك القرض[1]:

- **علاقة أصل القرض بالاستهلاك**:

$$M = \frac{v_0}{n} \Rightarrow v_0 = M \times n$$

- **علاقة الدفعات فيما بينها**:

$$a_n = a_{n-1} - (M \times i)$$

- **علاقة الدفعة الأخيرة والمعدل**:

$$a_n = M(1 + i)$$

- **علاقة مجموع الفوائد**:

1 سعاد عون الله، مرجع سبق ذكره، ص ص 68-69.

$$\sum_{s=1}^{n} I_s = \left(\frac{n+1}{2}\right) \times v_0 \times i$$

- **علاقة الفرق بين دفعتين:**

$$a_{n-1} - a_n = I_{n-1} - I_n = M \times i$$

مثال:

من جدول استهلاك قروض بطريقة الاستهلاكات الثابتة تحصلنا على المعلومات التالية:

- قيمة الاستهلاك الثابت 25000دج.
- عدد السنوات 5.
- المعدل المطبق 10%.

المطلوب:

1. أحسب قيمة الأصل.
2. أحسب مجموع الفوائد المتحصل عليها.
3. أحسب الدفعة الخيرة.

الحل:

1. **حساب قيمة الأصل:**

$$v_0 = M \times n$$

$$v_0 = 25000 \times 5 = 125000$$

2. **حساب مجموع الفوائد:**

$$\sum_{s=1}^{n} I_s = \left(\frac{n+1}{2}\right) \times v_0 \times i$$

$$\sum_{s=1}^{n} I_s = \left(\frac{5+1}{2}\right) \times 125000 \times 0{,}1 = 37500$$

3. حساب الدفعة الأخيرة:

$$a_n = M(1+i)$$
$$a_n = 25000(1+0{,}1) = 27500$$

4. <u>تـــــــمــــــاريـــــــن</u>

تمرين 01:

قرض يقدر بـ400000 دج يسدد على خمسة دفعات ثابتة قيمة كل منها 62000دج، على أن ينتهي تسديده بدفعة سادسة، فإذا كان معدل الفائدة المستعمل 10%.

1. أحسب الإستهلاك الأول لهذا القرض.
2. باقي القرض بعد تسديد الدفعة الرابعة.
3. قيمة الدفعة السادسة التي تنهي القرض.
4. الفائدة التي يتحملها المفترض في هذه العملية.

تمرين 02:

قرض يسدد على 15 دفعة ثابتة سنوية بنسبة فائدة 9% سنويا، المبلغ المستهلك حتى الدفعة السادسة مباشرة 76871,16981دج.

1. أحسب الاستهلاك الأول.
2. باقي القرض بعد الدفعة السادسة.
3. مجموع فوائد القرض.
4. قم بإعداد الأسطر الأربعة من جدول إستهلاك القرض.

تمرين03:

قرض يسدد بـ-15 عشر دفعة ثابتة. ومن جدول استهلاكه ظهر ما يلي:

1. فائدة السطر الثاني 350701,36دج.
2. فائدة السطر السابع 378580,23دج.
3. فائدة السطر السادس 403924,66دج.

المطلوب: حساب

1. معدل الفائدة.
2. الاستهلاك الأول.
3. أصل القرض.
4. الرصيد المتبقي بعد الدفعة الثامنة.
5. أعد السطر الأول والثاني لجدول الاستهلاك.

الفصل الثامن

اختيار الاستثمارات

الفصل الثامن: اختيار الاستثمارات

يقصد بالاستثمار عملية صرف أموال في الوقت الحالي من اجل الحصول من ورائها على نتائج في المستقبل، وبالتالي فهو يشمل كل الموارد والأشياء المحصل عليها حاليا لهذا الغرض.

فالاستثمار هو كل شيء يستعمل لفترات متوسطة أو طويلة ليعطي مردود امان وراء ذلك دون القضاء عليه نهائيا في الاستعمال الأول.

1. العوامل المؤثرة في اختيار الاستثمارات:

هناك العديد من العوامل التي تؤثر في اختيار الاستثمارات من أهمها:[1]

أ. **تكلفة الاستثمار**: وتجمع هذه التكلفة قيمة الحيازة عليه ومختلف مستلزماته والنفقات التي يتطلبها من بداية الحيازة حتى نهاية استعماله.

ب.إيرادات الاستثمار: وهي الإيرادات التي يقدمها الاستثمار عند تشغيله لمدة حياته حتى آخرها وما قد يبقيه من ذلك التاريخ.

ج. مدة حياة الاستثمار: وهي المدة الزمنية التي يعيشها الاستثمار ويكون قابلا للتشغيل فيها وإعطاء نواتج عن ذلك.

ت. معدل الفائدة المطبق: وهو المعدل المطبق على إيرادات ونواتج الاستثمار لحساب قيمتها الحالية وقد يدعى سعر الخصم.

ث.ظروف النشاط للاستثمار: يعتبر المحيط الاقتصادي من اهم العوامل المؤثرة في نتائج وتكاليف الاستثمارات، ومن جهة أخرى فهذه الظروف تعتبر بنفس المستوى والمميزات لكل الاستثمارات التي تكون تحت الدراسة.

هـ. زمن تحديد الإيرادات والأعباء: يختلف تاريخ تحقيق الإيرادات ودفع الأعباء خلال سنة أو سنوات بين استثمار وأخر، ولكن تعتبر نهاية السنة هي زمن التحقيق وزمن الدفع في كل الاستثمارات حتى تتساوي في طريقة الحساب.

2. معايير اختيار الاستثمارات:

تقوم المفاضلة بين الاستثمارات على العديد من المعايير أهمها

1 نذير مياح، مرجع سبق ذكره، ص 30

أ. **معيار مدة استرداد رأس المال:**

يقوم هذا المعيار على مبدأ اختيار الاستثمار الأحسن أو المفضل حسب المدة التي يستغرقها كل منها من أجل إسترداد قيمته. وأفضلها هو الذي يحقق إيرادات صافية تسمح في اقل مدة تغطيه تكلفة الاستثمار.[1]

مثال:

تريد مؤسسة " وصال " تغير جزء من آلاتها التي أصبحت دون قيمة وذلك بشراء أجهزة جديدة. وبعد القيام بعدة دراسات توصلت الفرع المكلف بهذه الدراسات إلى حصر ثلاثة أنواع من الاستثمارات يمكن أن تقوم بنفس العمل ولنفس الأهداف حيث: كان النوع الأول قيمية شرائه 60000 دج، والثاني والثالث قيمة كل منهما 75000 دج، في حين قدرت ايراد السنوية الصافية حسب الجدول التالي:

السنوات	1	2	3	4	5	6
الاستثمار أ	4000	10000	8000	9000	9000	20000
الاستثمار ب	10000	25000	30000	30000	17000	17000
الاستثمار ج	30000	15000	12000	10000	20000	15000

المطلوب: تحديد أحسن استثمار من بين الثلاثة طبقا لطريقة مدة الاسترداد لرأس المال.

الحل:

من خلال الجدول نلاحظ أن الاستثمار الأول رغم انخفاض تكلفة حيازته فهو لا يحقق هذه القيمة من صافي إيراداته إلا في نهاية السنة السادسة إذ يكون مجموع هذه الإيرادات 60000 دج فهو عند هذا التاريخ يغطي مجموع تكاليفه ونتيجته معدومة.

أما الاستثمار الثاني فهو يغطي هذه التكلفة في نهاية السنة الرابعة حيث يحقق في المجموع 75000 دج بينما في السنة السادسة يحقق نتائج إجمالي أرباح تقدر بـ 34000 دج.

أما الاستثمار الثالث فهو يحقق مجموع إيرادات صافية في السنة الخامسة 87000 وفي السنة الرابعة قد حقق 67000 فهذا يعني انه يغطي تكلفته في السنة الخامسة فقط ثم يحقق أرباحا في السنة الخامسة والسادسة بمبلغ 27000 دج.

1 سامية خرخاش، مرجع سبق ذكره، ص23

فأحسن استثمار حسب هذه الطريقة هو الثاني لأنه يسترجع قيمة حيازته في اقرب مدة مقارنة مع باقي الاستثمارات رغم ارتفاع تكلفته مقارنة مع الأول وهو في السنتين الأخيرتين أيضا يحقق أرباحا أكثر من الثالث والأول الذي يحقق نتيجة معدومة.

ب. معيار معدل متوسط العائد : (T.M.R)

يعتمد هذا المبدأ على معدل الإيراد للاستثمار أي نسبة متوسط الدخل السنوي إلى قيمة الاستثمار الأصلية وذلك وفق العلاقة التالية: [1]

المعدل المتوسط للعائد = (متوسط صافي الايراد السنوي ÷ قيمة الاستثمار الأصلية) × 100

بحيث يساوي متوسط صافي الإيراد السنوي مجموع الإيرادات السنوية الصافية ÷ عدد السنوات.

ويقارن المعدل المتوسط للعائد مع معدل الفائدة في السوق. فإذا كان أعلى من معدل الفائدة يقبل المشروع مبدئيا ثم يختيار المشروع الذي يحقق أحسن معدل متوسط للعائد.

$$\text{TMR} = \frac{\sum RN/n}{c} \times 100$$

مثال:

بعد دراسة عدد من المشاريع، تم تقديمها اثنين منها إلى الإدارة في إحدى المؤسسات للفصل في اختيار أحدهما وكانت مميزات المشروعين حسب الجدول التالي الذي يبين قيمة الحيازة وصافي التدفق النقدي الصافي لكل منهما:

المشاريع	قيمة الحيازة	1	2	3	4	5	6
الأول	200000	45000	55000	70000	55000	45000	30000
الثاني	250000	35000	65000	50000	30000	–	–

المطلوب:

- حساب المعدل المتوسط للعائد لكل من المشروعين.
- تحديد أي المشروعين تختاره المؤسسة إذا كان معدل الفائدة الموجود في السوق يقدر بـ22%

الحل:

1 نذير مياح، مرجع سبق ذكره، ص 33

- المعدل المتوسط العائد: T.M.R

بحيث:

RN:العائد الصافي أو التدفق النقدي الصافي.

C: قيمة الحيازة لأصل الاستثمار.

n: عدد سنوات استعمال الاستثمار.

– المعدل المتوسط للعائد للمشروع الأول:

$$\mathrm{T.M.R}_1 = \frac{300000/6}{200000} \times 100$$

$$\mathrm{T.M.R}_1 = 25\%$$

– المعدل المتوسط للعائد للمشروع الثاني:

$$\mathrm{T.M.R}_2 = \frac{180000/4}{250000} \times 100$$

$$\mathrm{T.M.R}_2 = 18\%$$

- **تحديد أي المشروعين تختاره المؤسسة:**

من خلال معدل العائد المتوسط للمشروعين نلاحظ أن المشروع الأول هو الأكبر عائد من المشروع الثاني وكذا أكبر من معدل الفائدة المطبق في السوق المالية والمقدر بـ 22%، وبالتالي يتم قبوله في حين يرفض المشروع الثاني لأنه أقل من معدل الفائدة المطبق في السوق.

ملاحظات:

في حالة تساوي المعدل المتوسط للعائد مع معدل الفائدة في السوق فالمؤسسة اتخاذ قرار قبول أو عدم قبول المشروع وفي حالة تحقيق المشروع لمزايا أو نتائج لها أثار موجبة على حيا ا. فبغض النظر عن المعدل يميل القرار عادة إلى قبوله.

قد تبقى للاستثمار المعني قيمة في اية مدة استعماله، وفي هذه الحالة يجب أن تؤخذ هذه القيمة بعين الاعتبار في حساب المعدل المتوسط إذ يحدد متوسط قيمة الاستثمار وتحسب مكان القيمة الأصلية للاستثمار فيكون T.M.R وCR تعبر عن القيمة المتبقية للاستثمار في اية مدة استعماله.

$$\text{TMR} = \frac{\sum RN/n}{(C+CR)/2} \times 100$$

ث. **معيار معدل العائد الداخلي**: (**T.R.I**):

وفق هذا المعيار يتم اختيار أحسن استثمار بعد تحديد المعدل الداخلي للعائد لكل استثمار، على أن لا يقل عن معدل الفائدة الموجودة في السوق وإلا يرفض المشروع.

ويحدد المعدل الداخلي للعائد i من العلاقة التالية[1]:

$$\text{TRI} = R_1(1+i)^{-1} + R_2(1+i)^{-2} + \cdots + R_n(1+i)^{-n}$$

بحيث:

C: قيمة حيازة الاستثمار.

Rs :التدفق النقدي الصافي السنوي.

n : عدد السنوات لحياة الاستثمار.

وإذاكان التدفق النقدي الصافي ثابت خلال السنوات فيمكن تحديد i من المعادلة:

$$TRI = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

ويتم الاستعانة بالجدول المالي رقم 4 لتحديد قيمة iكما رأينا في الدفعات المتساوية.

مثال:

تريد مؤسسة حيازة تجهيزات جديدة لتطوير قدرا ا الإنتاجية، فاقترحت عليها نوعين من التجهيزات.

كانت تكلفة الحيازة عليها والإيرادات السنوية الممكنة لهما كما يلي:

-التجهيزات من النوع الأول: تكلفة شراءها 225000 دج وإيرادا ا الصافية السنوية الصافية لمدة 6 سنوات تبلغ **50156,95** دج.

-التجهيزات من النوع الثاني: تكلفة شراءها 255000 دج إيرادا ا الصافية السنوية الصافية لمدة 6 سنوات تبلغ

67380,41 دج.

فإذاكان معدل الفائدة المطبق في السوق المالية هو 7%. حدد التجهيزات التي تختارها إدارة المؤسسة باستعمال طريقة المعدل الداخلي للعائد.

---

1 نذير مياح، مرجع سبق ذكره، ص 33

الحل:

1- حساب المعدل الداخلي i_1 للعائد للتجهيزات من النوع الأول:

$$225000 = 50156,95\ \frac{1-(1+i_1)^{-6}}{i_1}$$

$$4.485918 = \frac{1-(1+i_1)^{-6}}{i_1}$$

وباللجوء الى الجدول المالي رقم 4 نجد أن i الموافق لهذه القيمة عند n = 6 هو $i_1 =$ 9%

2- حساب معدل العائد الداخلي للتجهيزات النوع الثاني:

من نفس العلاقة السابقة:

$$255000 = 67380,41\frac{1-(1+i_2)^{-6}}{i_2}$$

$$3.784482 = \frac{1-(1+i_2)^{-6}}{i_2}$$

وبالنظر إلى الجدول المالي رقم 4 نجد أن i المقابل لهذه القيمة في السنة 6 هو $i_2 =$ 15%

3- تحديد التجهيزات المختارة:

من النتيجتين أعلاه، نلاحظ أن النوعين من التجهيزات مقبولان تجاريا إلا أن الثاني يحقق معدلا داخليا يزيد عنه في الأول بـ6%وهو الفائدة المحققة كأرباح في حالة الاستفادة من قروض لتمويل الاستثمار بنسبة 7%كما في السوق. ولهذا فالنوع الثاني من التجهيزات أحسن وأكثر ضمانا من الأول على المؤسسة أن تختاره.

ج. طريقة مؤشر الربحية (IR):

مؤشر الربحية هو المؤشر الذي من خلاله يمكن تحديد ما تنتجه كل وحدة مستثمرة من الأرباح عن الاستثمار خلال حياته، وما تبقى منه في نهاية إستعماله، وبالتالي فه يقوم بتحديد مردودية الاستثمار، فإذا تم حساب هذا المؤشر وكان يساوي أو يزيد عن الواحد فالمشروع مقبول تجاريا، أما إذا كان أقل من الواحد فهذا يعني أن الإيرادات الصافية لا تغطي تكلفة الإستثمار وبالتالي فلا يمكن قبوله.

ويحسب مؤشر الربحية وفق العلاقة التالية[1]:

$$\mathrm{IR} = \frac{\sum_{s=i}^{n} Rs\,(1+i)^{-s} + VR(1+i)^{-n}}{C} =$$

$$\sum_{s=i}^{n} Rs\,(1+i)^{-s} = \frac{R_1(1+i)^{-1} + R_2(1+i)^{-2} + \cdots + R_n(1+i)^{-n}}{C}$$

وإذا كانت الإيرادات السنوية الصافية متساوية نستعمل معادلة الدفعات المتساوية وفق العلاقة التالية:

$$\mathrm{IR} = \frac{\mathrm{R}\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right) + VR(1+i)^{-n}}{C}$$

حيث:

IR : مؤشر الربحية

Rs : صافي التدفق النقدي للسنة S.

n : عدد سنوات الاستثمار، أو مدة الحيازة.

i : معدل الفائدة المطبق.

VR : القيمة الباقية للاستثمار في آخر السنة من استعماله.

مثال:

قامت مؤسسة "الوئام" بدراسة ثلاثة استثمارات لاختيار أحسنها، حيث بلغت تكاليفها وإيراداتها كما يلي:

1. الاستثمار الأول: تكلفة حيازته 94000دج، إيراداته السنوية الصافية 34000دج، قيمته الباقية في نهاية 5سنوات من استعماله 18000دج.
2. الاستثمار الثاني: تكلفة حيازته 96000دج، إيراداته السنوية الصافية لسنوات الثلاثة الأولى 41200دج، وللسنتين الآخرين 40000دج، والقيمة الباقية بعد الاستعمال مساوية لـ0 دج.

1 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص ص 164-165.

3. الاستثمار الثالث: تكلفة حيازته 96000دج، إيراداته تبدأ من نهاية السنة الثانية بـ 35320دج سنويا حتى نهاية السنة الخامسة. قيمته الباقية 0دج.

فإذا كان معدل الفائدة المستعمل هو 10%، حدد بطريقة مؤشر الربحية أحسن الاستثمارات الثلاثة

الحل:

1. حساب مؤشر الربحية للاستثمار الأول:

أ. تحديد صافي الإيرادات الاجمالية

$$RN_1 = \mathrm{R}\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right) + VR(1+i)^{-n}$$

$$RN_1 = 34000\left(\frac{1-(1+0.1)^{-5}}{0.1}\right) + 18000(1+0.1)^{-5}$$

$$RN_1 = 128886.75 + 11176.58 = 140063.33$$

ومنه فمؤشر الربحية:

$$\mathrm{IR} = \frac{\mathrm{R}\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right) + VR(1+i)^{-n}}{C}$$

أي:

$$IR_1 = \frac{RN_1}{C}$$

$$IR_1 = \frac{140063.33}{94000}$$

$$IR_1 = 1.49$$

2. حساب مؤشر الربحية للاستثمار الثاني:

ب. تحديد صافي الإيرادات الاجمالية

$$RN_2 = 41200\left(\frac{1-(1.1)^{-3}}{0.1}\right) + 40000\left(\frac{1-(1.1)^{-2}}{0.1}\right) \times (1.1)^{-2}$$

$$RN_2 = 102458.3 + 57373.13 = 159831.43$$

ومنه فمؤشر الربحية:

$$IR_2 = \frac{RN_2}{C}$$

$$IR_2 = \frac{159831.43}{96000}$$

$$IR_2 = 1.66$$

3. حساب مؤشر الربحية للاستثمار الثالث:

ت. تحديد صافي الإيرادات الاجمالية

$$RN_3 = 30000\left(\frac{1-(1.1)^{-4}}{0.1}\right) \times (1.1)^{-1}$$

$$RN_3 = 86450{,}87$$

ومنه فمؤشر الربحية:

$$IR_3 = \frac{RN_3}{C}$$

$$IR_3 = \frac{86450{,}87}{96000}$$

$$IR_3 = 0{,}90$$

من خلال هذه النتيجة نلاحظ أن الاستثمار الثالث لم يصل مؤشر ربحيته إلى 1 وبالتالي فهو لا يغطي تكاليف مما يعني انه سيرفض، أما في بالنسبة للاستثمارين الأول والثاني فإن مؤشر ربحيتهما أكبر من 1 وبالتالي فهما مقبولين لكن المؤسسة ستختار الاستثمار الثاني لأنه حقق أكبر مؤشر 1.66 حسب هذه الطريقة.

ح. طريقة صافي القيمة الحالية(V.A.N):

صافي القيمة الحالية هي القيمة الحالية للفرق بين مجموع الإيرادات ومجموع التكاليف للاستثمار بما فيها تكلفة الحيازة وتكلفة باقي الاستثمار[1]، أي يتم إضافة التدفق النقدي الصافي بقيمته الحالية إلى تكلفة الحيازة ويحدد الصافي بينهما بطرح هذه الأخيرة، وتحسب وفق العلاقة التالية[2]:

$$\mathrm{VAN} = \mathrm{VAR} - \mathrm{VAD}$$

فإذا كانت الإيرادات غير متساوية فإن:

$$\mathrm{VAN} = \left[\sum_{s=1}^{n} Rs\,(1+i)^{-s} + VR(1+i)^{-n}\right] - \mathrm{VAD}$$

أما إذا كانت الإيرادات متساوية فإن:

$$\mathrm{VAN} = [R_X\,[1-(1+i)^{-s}]/i + VR(1+i)^{-n}] - \mathrm{VAD}$$

حيث:

VAR: القيمة الحالية للإيرادات.

VAD: القيمة الحالية للنفقات.

Rs : صافي الايرادات للسنة S (إيراد نفس السنة-تكلفتها).

n : عدد سنوات الاستثمار، أو مدة الحيازة.

i : معدل الفائدة المطبق.

VR : القيمة الباقية للاستثمار في نهاية حيازته.

---

1 Mandou, Cyrille. **Procédures de choix d'investissement: principes et applications**. De Boeck Supérieur, BELGIQUE, 2009. P 35.

2 سعاد عون الله، مرجع سبق ذكره، ص 86.

ملاحظة: يتم رفض الاستثمارات التي تكون صافي القيمة الحالية لها سالبة، أما الاستثمارات التي قيمها الحالية الصافية موجبة فيتم المفاضلة بينها باختيار أكبر قيمة لها.

مثال:

قامت لك مؤسسة المعطيات التالية الخاصة بالاستثمارات المبينة في الجدول أدناه وإيراداتها الصافية بعد الضريبة وأن قيمتها النهائية معدومة:

الاستثمار	التكلفة	1	2	3	4
A	100000	50000	35000	20000	15000
B	108000	50000	22000	22000	35000
C	90000	50000	18000	22000	22000
D	78000	50000	25000	25000	25000

المطلوب: حدد أي الاستثمارين تختاره المؤسسة مع العلم أن معدل الفائدة يقدر بـ10% سنويا.

الحل:

$$\mathrm{VAN} = \mathrm{VAR} - \mathrm{VAD} \qquad \mathrm{VR}=0$$

$$\mathrm{VAR}_1 = 50000(1{,}1)^{-1} + 35000(1{,}1)^{-2} + 20000(1{,}1)^{-3} + 15000(1{,}1)^{-4}$$

$$VAR_1 = 45454{,}5454 + 28925{,}6198 + 15026{,}2960 + 10245{,}2018 = 99651{,}663$$

$$\mathrm{VAN}_1 = 99651{,}663 - 100000 = -348{,}337$$

$$\mathrm{VAR}_2 = 50000(1{,}1)^{-1} + 22000(1{,}1)^{-2} + 22000(1{,}1)^{-3} + 35000(1{,}1)^{-4}$$

$$\mathrm{VAR}_2 = 45454{,}5454 + 18181{,}8181 + 16528{,}9256 + 23905{,}4709$$

$$\mathrm{VAR}_2 = 104070{,}{,}76$$

$$\mathrm{VAN}_2 = 104070{,}{,}76 - 108000 = -3929{,}24$$

$VAR_3 = 50000(1,1)^{-1} + 18000(1,1)^{-2} + 22000(1,1)^{-3} + 22000(1,1)^{-4}$

$VAR_3 =$
$45454,5454 + 14876,0330 + 16528,9256 + 15026,2960 = 91885,8$

$VAN_3 = 91885,8 - 90000 = 1885,8$

$VAR_4 = 50000(1,1)^{-1} + 25000(1,1)^{-2} + 25000(1,1)^{-3} + 25000(1,1)^{-4}$

$VAR_4 =$
$45454,5454 + 20661,1570 + 18782,8700 + 17075,3363 = 101973,9087$

$VAN_4 = 101973,9087 - 78000 = 23973,9087$

نلاحظ من خلال النتائج أن صافي القيمة الحالية (VAN) للاستثمارين الأول والثاني سالبة وبالتالي ترفض، بينما يتم المفاضلة بين الاستثمار الثالث والرابع فقط وحسب النتائج تقوم المؤسسة باختيار الاستثمار الرابع لأنه الأكبر من حيث صافي القيمة الحالية.

3. تـــــــمـــــاريـــــن

تمرين 01:

مؤسسة تريد شراء آلات لتجديد إحدى ورشاتها، وقد عرضت عليها نوعين من الآلات أحدها ثمن شراء 85000دج ومدة استعمالها 4 سنوات وتسمح بتحقيق صافي إيرادات سنوية تقدر ب38000دج، أما النوع الثاني من الآلات فثمن شرائها 165000دج، تستعمل لمدة 8 سنوات وتعطي صافي إيرادات سنوية 35000دج للسنوات الثلاثة الأولى ولباقي السنوات 48000دج سنويا وكان معدل الفائدة المستعمل يقدر ب 12%سنويا. .

المطلوب:

1. حدد أي التجهيزات تختار المؤسسة باستعمال طريقة فترة الاسترداد لرأس المال.

2. باستعمال طريقة صافي القيمة الحالية حدد أي التجهيزات تختاره المؤسسة، وماذا تلاحظ عن اختلاف مدة استعمالها.
3. لتفادي مشكلة المدة فإن المؤسسة بإمكانها تجديد التجهيزات ذات المدة القصيرة عند استعمالها بنفس التكلفة، حدد على هذا الأساس أي التجهيزات يتم اختياره بنفس الطريقة(صافي القيمة الحالية).

تمرين 02:

ثلاثة مشاريع تكلفة كل منها 370000دج، مدة استعمالها 5 سنوات بمعدل فائدة 10 %، فكانت إيراداتها الصافية حسب الجدول التالي مع العلم أن هذه المؤسسة لا تخضع للضريبة على الأرباح للسنوات الثلاثة الأولى وللسنوات الأخرى تبلغ نسبة هذه الضريبة 30% ، وأن القيمة التقديرية في نهاية استعمال الاستثمار الأولA قدرت بـ20000دج والاستثمارات الأخرى قيمتها في نهاية حياتها معدومة.

	1	2	3	4	5
A	85000	85000	85000	85000	85000
B	130000	130000	130000	130000	–
C	150000	150000	120000	120000	120000

المطلوب:

1. . حدد أي الاستثمارات أكثر مردودية أو قبولا:
   - باستعمال معدل العائد الداخلي.
   - باستعمال مؤشر الربحية.
   - باستعمال المعدل المتوسط للعائد.
   - باستعمال صافي القيمة الحالية.
2. أي الاستثمارات سوف تختاره المؤسسة وعلى أي أساس يتم ذلك؟.

تمرين 03:

مؤسسة تستعمل آلة منذ أربعة سنوات قد اشترتها بقيمة 45000دج، وقدر عمرها الإنتاجي بـ12 سنة منذ تاريخ حيازتها، بحيث تنعدم قيمتها فب نهاية مدة استعمالها، وحددت اهتلاكاتها على أساس الدفعة الثابتة وبذلك فقيمتها الحالية الصافية 30000دج.

ونظرا لاعتبارات معينة تقدم مدير الإنتاج في هذه المؤسسة، باقتراح شراء آلة جديدة بمبلغ 60000دج، عمرها الإنتاجي 8 سنوات، يقدر لها أن ترفع المبيعات بـ4000 دج سنويا وتخفض تكاليف التشغيل بـ8000دج نظرا لتكنولوجيتها العالية ومساهمتها في اقتصاد المواد الأولية وفي الوقت.

مع العلم أن قمة الآلة القديمة في السوق حالة تقدر بـ.7500دج، وأن معدل الفائدة المطبق على رأس المال 12%، ونسبة الضريبة على الأرباح 30% في هذه المؤسسة.

المطلوب:

1. أحسب صافي القيمة الحالية لكل من الآلة القديمة والآلة الجديدة عند اقتنائها.
2. أحسب معدل العائد الداخلي للاستثمارين.
3. هل يمكن أخذ اقتراح مدير الإنتاج وتطبيقه.
4. إذا تغير معدل الفائدة المطبق في السوق إلى 18%، فهل تصلح الإجابة رقم 3؟.

الفصل التاسع

تقييم الاسهم والسندات

الفصل التاسع: تقييم الاسهم والسندات

تتمثل منتجات سوق رأس المال في الأوراق المالية التي تعتبر مخزنا للقيمة، حيث تتزايد قيمتها مع استمرار نجاح الشركة أو المشروع، كما تسمح بتعبئة المدخرات وتحسين وتوزيع الدخل نظرا لإمكانية إصدارها بقيم تناسب مختلف المدخرين، وتنقسم هذه الأوراق إلى أوراق الملكية، أوراق الدين.

أولا: السندات

1. تعريف السندات

تمثل السندات أحد أشكال التمويل المتوسط والطويل الأجل، والذي تلجأ إليه الحكومة أو الشركات للحصول على احتياجاتها من خلال الاكتتاب العامة عن طريق سوق رأس المال.[1]

ويعرف السند "بأنه ورقة مالية ذات قيمة اسمية واحدة قابلة للتداول في سوق رأس المال تصدرها شركة المساهمة العامة للحصول على قرض على أن تتعهد الشركة بموجبها بسداد القرض وفوائده وفقا لشروط الإصدار.[2]"

2. أنواع السندات

يمكن تصنيف السندات على عدة معايير مختلفة أهمها:

أ. **حسب جهة الإصدار**: وتنقسم إلى:

- **سندات حكومية**: تصدر هذه السندات عن الدولة ومؤسساتها (الخزينة العامة والمؤسسات العامة)؛
- **سندات الأهلية**: يصدر هذا النوع من السندات عن المؤسسات والشركات التي تعمل في القطاع الخاص.[3]

ب. **حسب شكل الإصدار**: وتنقسم إلى:

1 ضياء مجيد، البورصات أسواق رأس المال وأدواتها الأسهم والسندات، مؤسسة شهاب الجامعة، الإسكندرية، ص32.

2 زياد رمضان، مروان شموط، زياد رمضان ومروان شموط، الأسواق المالية، الطبعة الرابعة، الشركة العربية المتحدة للتسويق والتوريدات، القاهرة، 2015ص 106.

3 ضياء مجيد، مرجع سبق ذكره، ص33.

- **سندات لحاملها**: وهي السندات التي تكون خالية من اسم صاحبها، وتنتقل ملكيتها بمجرد الاستلام، فيحصل حاملها على فائدة بمجرد نزع الكوبون المرفق بالسند وتقديمه للبنك الذي يتولى دفع الفوائد.
- **سندات اسمية أو مسجلة**: يكون السند اسميا أو مسجلا متى حمل اسم مالكه، وتنتقل ملكيتها عن طريق التسجيل، ويمكن أن تكون هذه السندات مسجلة بالكامل (الدين الأصلي وفائدته) أو جزئيا فقط، أما الفائدة فتكون في شكل كوبونات ترفق بالسند وتنزع منه بمجرد استحقاقها لتحصيلها من البنك مباشرة.[1]

ت. من حيث تاريخ الاستحقاق

- **سندات قصيرة الأجل**: وهي سندات لا يتجاوز أجلها عاما واحدا.
- **سندات متوسطة الأجل**: وهي سندات يزيد أجل استحقاقها سنة ولا يتجاوز 7سنوات.
- **سندات طويلة الأجل**: وهي سندات يتجاوز أجلها 7سنوات.[2]

ث. من حيث الضمان

- **سندات مضمونة**: وهي سندات مرهونة بأصول معينة كالأراضي والمباني، وعند تصفية الشركة المصدرة أو عدم قدرتها على الوفاء بالتزاماتها تجاه أصحاب السندات فانهم يستطيعون التصرف بهذه الأصول واستيفاء حقوقهم.
- **سندات غير مضمونة**: يطلق على هذا النوع من السندات بالسندات العادية Debentures، إذ يعتمد الدائن على تعهد المصدر فقط بالدفع، وضمان الوحيد لحامل هذه السندات هو حق الأولوية في الحصول على الفوائد من أرباح الشركة، و حقه في الدين الأصلي من أصول الشركة عند الإفلاس أو التصفية. [3]

ج. من حيث العائد

- **من حيث قابليتها للتحويل**: وتنقسم إلى:

- **السندات القابلة للتحويل**: وهي سندات تصدر بقيمة لا تقل عن القيمة الاسمية للسهم، وتعطي لحاملها الحق في طلب تحويلها الى أسهم أو الاحتفاظ بها كما هي. [4]

1 زياد رمضان ومروان شموط، مرجع سبق ذكره،ص 108.

2 جبار محفوظ جبار محفوظ، الأوراق المالية المتداولة في البورصات والأسواق المالية، دار الهومة، الطبعة الأولى، الجزء 2، 2002. ص258.

3 زياد رمضان، مروان شموط، مرجع سبق ذكره، ص 109.

4 محمد يوسف ياسين، البورصة عمليات البورصة تنازع القوانين، اختصاص المحاكم، الطبعة الأولى، منشورات الحلبي الحقوقية، لبنان، 2004. ص 47.

- **السندات غير القابلة للتحويل**: وهي سندات لا تعطي لحاملها حق التحويل، وهي تصدر عادة بمعدل فائدة أعلى من معدل فائدة السندات القابلة للتحويل.
- **السندات الدولية**: وهي سندات تصدر في بلد ما بعملة أجنبية تختلف عن عملته، ولصالح مقترض أجنبي، وهي بذلك تختلف عن السندات الأجنبية Foreign Bonds والتي تصدر لصالح مقترض أجنبي ولكن بنفس عملة البلد الذي تصدر فيه.[1]

3. تقييم السندات

يقصد بتقييم السندات هي معرفة القيمة المتوقعة للسند الممثل للقرض في تاريخ معين وفائدة معينة، ولما كان صاحب السند ذا حق في الحصول على مبلغ إجمالي بتاريخ استهلاك السند، وكذلك الفوائد الدورية المترتبة على السند، فإن القيمة السوقية للسند بتاريخ ما تتكون من عنصرين هما:

- القيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية لهذا السند وتحسب وفق العلاقة التالية:

$$v_a = v_n(1 + \acute{t})^{-n}$$

حيث:

v_n: القيمة الاستهلاكية للسند (القيمة الاسمية للسند).

$\acute{t}$: معدل الفائدة في السوق المالية ويسمى ومعدل الاستثمار.

n: مدة السند.

- القيمة الحالية للفوائد الدورية الباقية لهذا السند حتى تاريخ استحقاقه محسوبة بمعدل الاستثمار، حيث:

$$v_a = v_n \times t \times \frac{1 - (1 + \acute{t})^{-n}}{\acute{t}}$$

مما تقدم يتضح أن القيمة التقديرية للسند بتاريخ معين أي القيمة السوقية v_m ، تساوي مجموع القيم الحالية للقيمة الاستهلاكية لهذا السند والقيمة الحالية للفوائد، أي أن:

$$v_m = v_n(1 + \acute{t})^{-n} + v_n \times t \times \frac{1-(1+\acute{t})^{-n}}{\acute{t}}$$

وتتغير قيمة السند السوقية صعودا وهبوطا بحسب اختلاف معدل فائدة السند عن معدل الفائدة في السوق المالية، فتنقص القيمة السوقية كلما كان معدل الاستثمار أكبر من معدل

1 محمد مطر وفايز تميم، إدارة المحافظ الاستثمارية، الطبعة الأولى، دار وائل، الأردن،2005، ص 114.

عائد السند، وبالعكس تزداد القيمة السوقية إذا كان معدل عائد السند أكبر من معدل الاستثمار في السوق المالية.[1]

مثال:

1. ما الثمن الذي تدفعه لشراء سند قيمته الاسمية 3000دج، يستهلك بعد 8 سنوات بالقيمة نفسها، ويعطي فائدة سنوية معدلها 8%، وكان معدل الاستثمار في السوق المالية 10%سنويا؟
1. إذا كان معدل الاستثمار 7% فما هو الثمن الذي تدفعه لقاء الحصول على هذا السند وماذا تلاحظ؟

الحل:

1. **القيمة السوقية للسند** (**الحد الأولي**):

$$v_m = v_n(1+\acute{t})^{-n} + v_n \times t \times \frac{1-(1+\acute{t})^{-n}}{\acute{t}}$$

$$v_m = 3000(1+0,1)^{-8} + 3000 \times 0,08 \times \frac{1-(1+0,1)^{-8}}{0,1}$$

$$v_m = 1399,5221 + 1280,3822 = 2679,9043$$

2. **القيمة السوقية للسند** (**الحالة الثانية**):

$$3000(1+0,07)^{-8} + 3000 \times 0,08 \times \frac{1-(1+0,07)^{-8}}{0,07}$$

$$v_m = 1746,0273 + 1433,1116 = 3179,1389$$

نلاحظ أنه إذا كان معدل الفائدة السائد بالسوق أقل من معدل الفائدة على السند فإن القيمة السوقية للسند تقل أو العكس.

ملاحظات:

1. إذا كان معدل الاستثمار أكبر من معدل الفائدة يكون ثمن الشراء (القيمة السوقية) أقل من القيمة الاسمية للسند، وذلك بهدف تعويض المستثمر (حامل السند) عن الخسارة الناشئة عن النقص في معدل عائد السند عن معدل الاستثمار.

1 سعاد عون الله، مرجع سبق ذكره، ص94.

2. إذا كان معدل الاستثمار أقل من معدل فائدة السند يكون ثمن الشراء أكبر من القيمة الاسمية للسند، وذلك لأن المستثمر لديه الاستعداد في سداد الربح الناشئ عن زيادة معدل فائدة السند عن معدل الاستثمار.
3. إذا كان معدل الاستثمار مساويا لمعدل فائدة السند، يكون ثمن الشراء هو القيمة الاسمية نفسها، وبالتالي فليس هناك أية ضرورة للمستثمر لسداد أكثر من القيمة الاسمية، كما وليس هناك أي تعويض يجب سداده للمستثمر لتخفيض الثمن[1].

ثانيا: الأسهم:

1. تعريف الأسهم:

الأسهم هي منتوج مالي تمثل الحق في ملكية جزء من رأس المال الاجتماعي للشركة التي تصدرها، وهي قيم ذات عائد متغير، ذلك لأن المساهم يتلقى أو يتحصل على نسبة من الأرباح تتماشى مع ما يملكه من أسهم وهذا العائد متوقف على قيمة الأرباح المحققة، وأيضا على قرار الجمعية العامة للمساهمين في توزيع الأرباح أم لا. وتأخذ الأسهم ثلاث قيم هي[2]:

القيمة الاسمية: هي القيمة التي يتم بها الإصدار، وتكون مدونة في عقد التأسيس.

القيمة السوقية: وهي قيمة السهم في سوق الأوراق المالية، وهي القيمة الأكثر أهمية من وجهة نظر المستثمر، وأيضا من وجهة نظر أطراف أخرى عديدة تهتم بالشركة ومركزها المالي لأنها تعبر مباشرة عن قيمة ثروة المساهمين.

القيمة الدفترية: تعادل قيمة الملكية: احتياطيات، الأرباح المحتجزة، الأسهم العادية مقسوما على عدد الأسهم العادية المصدرة، وتستعمل هذه القيمة في حالة تصفية الشركة.

2. أنواع الأسهم

تنقسم الأسهم إلى نوعين أسهم ممتازة وأسهم عادية:

1 سعاد عون الله، مرجع سبق ذكره، ص95.
2 - محمد الصيرفي، البورصات، الطبعة الأولى، دار الفكر الجامعي، الاسكندرية، 2007، ص. 155.

أ. **الأسهم العادية**

تعرف الأسهم العادية بأنها " وثيقة مالية تصدر عن شركة مساهمة ما بقيمة اسمية ثابتة، تضمن حقوقا وواجبات متساوية لمالكيها، وتطرح على الجمهور عن طريق الاكتتاب العام في الأسواق الأولية، ويسمح لها بالتداول في الأسواق الثانوية، فتخضع قيمتها السوقية لتغييرات مستمرة والتي تعود إلى أسباب وتقييمات متباينة"[1]

وتمر الأسهم العادية بمرحلتين في التعامل: ففي المرحلة الأولى يجري الاكتتاب عليها في الأسواق الأولية وبالتالي فهي إضافة حقيقية إلى رأسمال الشركة، وفي المرحلة الثانية يتم تداول هذه الأسهم كأي أداة استثمارية تعرض في السوق الثانوية وبأسعار تخضع لقوى العرض والطلب، وبالتالي فان هذه المرحلة لا تمثل أي إضافة في رأسمال الشركة بل هي مجرد عملية تداول بين البائع والمشتري[2].

ب. الأسهم الممتازة

تعرف الأسهم الممتازة بأنها" حقوق ملكية مضمونة العائد تعطي حاملها الأولوية في الحصول على الأرباح على حملة الأسهم العادية[3]، والأسهم الممتازة ليس لها تاريخ استحقاق، ولكن من الممكن أن ينص في العقد على استدعائها في أي وقت لاحق، كما انها لا تتمتع بحق التصويت[4].

3. تقييم الأسهم

هناك العديد من الطرق لتقييم الأسهم نذكر منها ما يلي:

أ. **تقييم السهم وفق دخله والعائد عليه** : تقوم الشركة بتوزيع الأرباح على المساهمين كالآتي:

سعر السهم (ربح السهم \ سعر السهم = العائد (%)).

حيث العائد هو النسبة المئوية من الأرباح الناتجة عن شراء السهم.

مثال: إذا كانت شركة توزع أرباحا سنوية بمقدار 2 دج عن كل سهم وكان سعر السهم وقت الشراء 52 دج فإن العائد سيكون 4 %.

أي: 2/52=0.40%

1 محمد عوض عبد الجواد، علي إبراهيم الشديفات، الاستثمار في البورصة، أسهم-سندات- أوراق مالية، الطبعة الأولي، دار الجامد للنشر والتوزيع، 2006، ص: 88.

1. 2 محمد عوض عبد الجواد، علي إبراهيم الشديفات، ، أسهم-سندات- أوراق مالية، الطبعة الأولي، دار الجامد للنشر والتوزيع، 2006، ص:88.

3 نضال الشعار، سوق الأوراق المالية وأدواتها(البورصة)، الطبعة الثالثة، 2006، ص:54

4 ديما وليد حنا الربضي، الأسواق المالية" تركيبتها، كفاءتها، سيولتها، والتجربة العربية"، الطبعة الأولى، المنظمة العربية للتنمية الإدارية، 2015، ص 21.

ومع هذا لا يعتبر العائد على السهم مقياس كل الاسهم لوحده.[1].

ب. الربحية الرأسمالية والربحية الكلية للأسهم: يتطلب التعامل بالأسهم التعرف على الكثير من المعلومات بخصوص الأسواق المالية وكيفية حساب ربحية السهم الواحد وفق ما يلي:

- إن معظم الأسهم التفضيلية هي أسهم تراكمية الأرباح فإذا صرحت الجهة المصدرة للأسهم بنسبة أرباح معينة في سنة ما، فإن هذه الأسهم تحقق أرباحا عن السنوات السابقة التي لم يصرح فبها عن وجود أرباح إضافة إلى أرباح السنة الحالية، ويعد ذلك أحد الفروق الجوهرية بينها وبين الأسهم العادية حيث تصرف للأسهم العادية أرباحا عن السنة الخيرة فقط.
- **الإنتاجية السنوية للسهم الواحد:** وهي نسبة الربح السنوي للسهم الواحد مقسوما على سعر السهم الواحد أي: **الإنتاجية السنوية للسهم= ربحية السهم الواحد السنوية/ سعر السهم الواحد**.
- **الربحية الرأسمالية:** وتمثل الفرق بين الربح الصافي للسهم أي سعر بيع السهم والكلفة الكلية للسهم

  الربحية الرأسمالية =صافي سعر بيع السهم- كلفة السهم الكلية.
- **الربحية الكلية للسهم:** وتمثل حاصل جمع مجموع الأرباح السنوية المحققة من السهم مضافا اليها الربحية الرأسمالية للسهم، ويأخذ المستثمر قراره بالبيع أو الشراء اعتمادا على الربحية الكلية للسهم خلال فترة معينة بغض النظر عن عمولة الوسطاء والضرائب الأخرى.[2]

مثال:

1. تمتلك مؤسسة مجموعة من الأسهم العادية، حيث كانت أرباح السهم الواحد النصف سنوية تقدر بـ2,75دج، وأن سعر شراء السهم 19,5دج.

- أحسب معدل الإنتاجية السنوي للسهم العادي؟

2.اشترت هذه المؤسسة أسهما عادية بسعر 25دج للسهم الواحد، حيث تعطي أرباحا ربع سنوية مقدارها0,75دج للسهم الواحد، فإذا باعت هذه المؤسسة ما هذه الأسهم بعد سنتين بمبلغ 40دج للسهم الواحد.

- أحسب الربح الكلي لكل سهم.
- أحسب نسبة الربح الكلي لكل سهم.

1 سامية خرخاش، مرجع سبق ذكره، ص45.

2 سعاد عون الله، مرجع سبق ذكره، ص ص102-103.

الحل:

1. حساب معدل إنتاجية السهم الواحد:

- الأرباح السنوية للسهم الواحد:

$$5{,}5 = 2{,}75 \times 2$$

- معدل إنتاجية السهم الواحد من الأرباح:

$$0{,}28 = 19{,}5 \div 5{,}5$$

2. حساب الربح الكلي لكل سهم:

رصيد السهم من الأرباح خلال السنتين:

$$6 = 0{,}75 \times 8$$

الربحية الرأسمالية للسهم= سعر البيع–التكلفة

40–25=15دج

الربحية الكلية للسهم=نصيب الأسهم من الأرباح+ الربحية الرأسمالية=6+15=21دج

نسبة الربحية= $\%84 = 100 \times (25 \div 21)$

أي أن السهم الواحد حقق أرباحا تعادل حوالي84% من كلفته خلال السنتين.

4. تـــــــمـــــاريـــــن

تمرين 01:

سند قيمته الاسمية 20000دج يستحق السداد بعد 10 سنوات بقيمته الاسمية نفسها فإذا كان السند يدر فائدة بمعدل 8% سنويا.

المطلوب: تحديد ثمن شراء السند في الحالات التالية:

1. على افتراض أن معدل الاستثمار في السوق المالية 8 % سنويا.

2. على افتراض أن معدل الاستثمار في السوق المالية 6%.

3. على افتراض أن معدل الاستثمار في السوق المالية 10%.

4. ماذا تلاحظ؟

تمرين02:

سند قيمته الاسمية 2000دج ويستهلك بهذه القيمة ويستحق الدفع بتاريخ الخامس عشر من أكتوبر2016، فإذا كان معدل الاستثمار السوقي 9,8% سنويا، وأن الفوائد تضاف مرتين خلال السنة.

المطلوب: أحسب ثمن شراء السند في الخامس عشر من أكتوبر2013.

تمرين 03:

حققت إحدى الشركات أرباحا مقدارها 45000دج في إحدى السنوات، وقررت توزيعها بنسبة 6% على الأسهم التفضيلية البالغ عددها 5000 سهم، وسعر السهم الواحد منها 100دج وكذلك على الأسهم العادية البالغ عددها 8000 سهما.

المطلوب: معرفة حصة كل من السهم التفضيلي والسهم العادي من الأرباح.

تمرين 04:

بلغت الأرباح السنوية المصرح بها من قبل إحدى الشركات ما يلي:

السنوات	2012	2013	2014	2015
الأرباح	12000	40000	10000	48000

وكانت البيانات المتعلقة بأسهم هذه الشركة كما يلي:

1. الأسهم التفضيلية وعددها 3500 سهم، تحقق أراحا بنسبة 7% سنويا، وان سعر السهم الواحد 100دج، علما بأن هذه الأسهم تراكمية الأرباح.
2. الأسهم العادية وعددها 5000سهم

فإذا علمت أن هذه الشركة لم توزع أية أرباح قبل 2012.

المطلوب: 1. معرفة حصة السهم الواحد من الأرباح الكلية خلال السنوات الأربعة لنوعي الأسهم.

2.نفس السؤال السابق، على افتراض أن الأسهم التفضيلية غير متراكمة الأرباح.

قائمة المصادر

والمراجع

<u>قـــائمــــــة المصــــــادر والمراجـــــع</u>

- إبراهيم علي إبراهيم عبدرية، **الرياضيات المالية –النظرية والتطبيق**- دار النهضة العربية، الاسكندرية، 1988.
- جبار محفوظ جبار محفوظ، **الأوراق المالية المتداولة في البورصات والأسواق المالية، دار الهومة**، الطبعة الأولى، الجزء 2، 2002.
- ديما وليد حنا الربضي، **الأسواق المالية" تركيبتها، كفاءتها، سيولتها، والتجربة العربية**، الطبعة الأولى، المنظمة العربية للتنمية الإدارية، 2015.
- زياد رمضان، مروان شموط، زياد رمضان ومروان شموط، **الأسواق المالية**، الطبعة الرابعة، الشركة العربية المتحدة للتسويق والتوريدات، القاهرة، 2015.
- سامية خرخاش، **محاضرات في الرياضيات المالية**، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الثانية جذع مشترك، جامعة محمد بوضياف_المسيلة_ الجزائر
- سعاد عون الله، **محاضرات في الرياضيات مالية**، جامعة ابن خلدون تيارت، الجزائر، 2017-2018،
- ضياء مجيد، **البورصات أسواق رأس المال وأدواتها الأسهم والسندات**، مؤسسة شهاب الجامعة، الإسكندرية،
- غازي فلاح المومني، **الرياضيات المالية المعاصرة**، الطبعة الأولى، دار المناهج، الأردن، 2014.
- غازي فلاح المومني، **الرياضيات المالية المعاصرة**، الطبعة الأولى، دار المناهج للنشر والتوزيع، الأردن، 2014
- لحسن عبد الله باشيوة، **مدخل إلى الرياضيات المالية وتطبيقاتها**، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، الأردن،2011،
- محمد الأمين وليد طالب، **الرياضيات المالية محاضرات وتمارين**، مطبوعة موجهة للسنة الثانية نظام LMD، جامعة العربي بن مهيدي أم البواقي، الجزائر، 2017_2018.
- محمد الصيرفي، **البورصات**، الطبعة الأولى، دار الفكر الجامعي، الاسكندرية، 2007.
- محمد عوض عبد الجواد، علي إبراهيم الشديفات، ، **أسهم–سندات– أوراق مالية**، الطبعة الأولي، دار الجامد للنشر والتوزيع، 2006.
- محمد عوض عبد الجواد، علي إبراهيم الشديفات، **الاستثمار في البورصة، أسهم–سندات– أوراق مالية**، الطبعة الأولي، دار الجامد للنشر والتوزيع، 2006.
- محمد مطر وفايز تميم، **إدارة المحافظ الاستثمارية**، الطبعة الأولى، دار وائل، الأردن،2005،

- محمد يوسف ياسين، **البورصة عمليات البورصة تنازع القوانين، اختصاص المحاكم**، الطبعة الأولى، منشورات الحلبي الحقوقية، لبنان، 2004.
- مناضل الجواري، **مقدمة في الرياضيات المالية**، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، الأردن، 2013،
- منصور بن عوف عبد الكريم، **مدخل إلى الرياضيات المالية**، الطبعة الخامسة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،2009،
- ناصر دادي عدون، **الرياضيات المالية**، دار المحمدية الحامة، الجزائر، 1995.
- نبيل محمود إبراهيم الطائي، **الرياضيات المالية**، الطبعة الأولى، دار الشروق لنشر والتوزيع، 2003،
- نذير مياح، **الرياضيات المالية محاضرات وتمارين**، مطبوعة موجهة للسنة الثانية نظام LMD، جامعة الأمير عبد القادر للعلوم الإسلامية، قسنطينة، الجزائر،2012_2013.
- نضال الشعار، **سوق الأوراق المالية وأدواتها(البورصة)**، الطبعة الثالثة، 2006.
- نور الدين زعيبط، **محاضرات في الرياضيات المالية**، دار الفجر للطباعة والنشر، الجزائر، 2008.
- Devolder, Pierre, Mathilde Fox, and Francis Vaguener. **Mathématiques financières**. Pearson Education France, 2012.
- Mandou, Cyrille. **Procédures de choix d'investissement: principes et applications**. De Boeck Supérieur, BELGIQUE, 2009.