جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي-
Université Larbi Ben M'hidi Oum el Bouaghi

كلية العلوم الإقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
Faculté Des Sciences économiques Commerciales et sciences de gestion

قسم علوم التسيير
Départements des sciences de gestion

رياضيات المؤسسة

مطبوعة محاضرات ملخصة موجهة لطلبة السنة الثانية علوم التسيير

إعداد:

د. أمال بوسمينة

السنة الجامعية: 2017/2016.

مقدمة:

إن التطور والتقدم الصناعي والتقني وخاصة بعد الحرب العالمية الثانية أدى إلى اتساع في حجم المؤسسات وكذلك تعدد وتنوع فعاليتها، وقد نتج عن هذا الاتساع العديد من المشاكل في مجالات الإنتاج، التخزين والنقل وغيرها مما يستوجب المعالجة من خلال سلسلة من القرارات الإدارية التي تستند على أسس علمية بعيدة عن التخمين والحدس.أي أن أسلوب إعتماد الحدس الشخصي أو الخبرة أو التجربة في اتخاذ القرار أصبح أسلوبا قديما لم يعد له مكان في الإدارة الحديثة التي أصبحت تواجه زيادة كبيرة في حجم المشاريع وتوسع هذه المشاريع وتعدد بدائل الانتاج ونوعيته والتطور في استخدام أساليب التكنولوجيا الحديثة في منافسة الأسواق.

وقد تبلورت هذه الأسس في مجموعة من النظريات والأساليب الإحصائية الرياضية في موضع رياضيات المؤسسة، إذ تعتبر رياضيات المؤسسة من العلوم التطبيقية التي تستخدم في عملية اتخاذ القرار.

ونحاول من خلال هذه المطبوعة ان نقدم إسهاما في مجال اتخاذ القرار في المؤسسة لطلبة تخصص علوم التسيير من خلال عرض أهم المبادئ والأساسيات في مقياس رياضيات المؤسسة بين النظرية والتطبيق وذلك من خلال تناول أهم الأساليب الكمية التي تلقى قبولا عاما واهتماما كبيرا من كل من الباحثين والممارسين في هذا المجال.

وتبدأ هذه المطبوعة بعرض الفصل الأول والذي جاء تحت عنوان: البرمجة الخطية والذي تناول أسلوب البرمجة الخطية ونماذجها وعرض لمفاهيمها ودلالاتها والأسس الرياضية والجبرية التي تستند إليها، والمفاهيم والمعلومات الناتجة عن واستخدامها وحدودها وتحليل مدى حساسياتها وقد تمت دراسة طريقة الرسم البياني ، إضافة إلى الطريقة الأكثر دقة واستخداما وهي طريقة السمبلكس، وذلك من حيث خطواتها وتطبيقاتها المختلفة، وكذلك المواضيع المرتبطة بها مثل تحليل الحساسية والنموذج المقابل (المرافق)، وتناول الفصل الثاني من هذه المطبوعة مشاكل النقل وكيفية صياغة المشكلة إضافة إلى طرق حلها وبصورة خاصة طريق الحل باستخدام الشبكة.

الفصل الأول: البرمجة الخطية

تحتل البرمجة الخطية في الوقت الحاضر مركزا مرموقا في مجالات بحوث العمليات، إذ بدأ تطور البرمجة الخطية عام 1947 عندما قام العالم وانترك بوضع الخطط الرئيسية لهذا الموضوع، وتسمى هذه الطريقة بالبرمجة لكنها تتكون من مجموعة من البرامج والحلول الممكنة، ويتم اختيار الأمثل منها، كما أنها توصف بالخطية لفرض وجود علاقات خطية بين المتغيرات الخاصة بالبرمجة.[1]

1- تعريف البرمجة الخطية.

يمكن تعريف البرمجة الخطية بأنها أسلوب رياضي لتوزيع مجموعة من القيود والعوامل الثابتة بحيث يحقق هذا التوزيع أفضل نتيجة ممكنة، أي أن يكون توزيعها مثاليا.[2] وتعرف البرمجة الخطية على أنها أسلوب أو تقنية رياضية تبحث عن حل أو حلول لمشكلة إقتصادية سواء (إنتاجية، مالية، نقل، تحليل المشاريع، مباريات أو خدمات) واختيار أفضل الحلول التي تمثل الحل الأمثل. هذه التقنية تستخدم اد الطريقة المثلى لتخصيص موارد المؤسسة المحدودة لإستخدامات مختلفة من أجل تحقيق هدف معين.[3]

2- فرضيات البرمجة الخطية.

إن أهمية أسلوب البرمجة الخطية يعود إلى أهمية المشاكل التي يمكن حلها بصفة عامة. ولكن ليس كل مشكلة يمكن حلها بأسلوب البرمجة الخطية، حيث يتطلب حل المشكة بأسلوب البرمجة الخطية أن تتوفر فيها الشروط الاتية:

2-1-التناسبية (الخطية): وهذه الفرضية تشمل كل من دالة الهدف والقيود.

حيث أن خاصية التناسبية تعني أن مساهمة كل متغير لقيمة الهدف تعتبر نسبية لمستوى كل متغير xi، كذلك فإن مساهمة كل متغير للطرف الأيسر للقيد يعتبر نسبي لمستوى المتغيرxi،[4] معنى ذلك إذا كان ربح وحدة واحدة من المنتج 08 ون فإن ربح 5 وحدات من نفس المنتج يساوي 40 ون.

---

[1] -أحمد محمد الهزاع الصمدي، **أساسيات بحوث العمليات**، دار قنديل للبنشر والتوزيع، 2008، ص:17.

[2] - فتحي خليل حمدان، رشيق رفيق مرعي، **مقدمة في بحوث العمليات**، دار وائل للنشر، الأردن، 2004، ص: 21.

[3] - رابح بوقرة، **بحوث العمليات –الجزء الأول مع دراسة حالة-** جامعة المسيلة، الجزائر، 2010، ص: 20.

[4] -نفس المرجع السابق، مرجع سبق ذكره، ص:21.

2-2-التجميعية: تعني أن الأنشطة المختلفة والموجودة بالنموذج تستجيب لمبدأ التجميع وبهذا فإن الأثر الكلي يتم الحصول عليه بجمع الأثار الخاصة لكل متغير.[1]

2-3- الإستمرارية: أي أن بيانات نموذج البرمجة الخطية متصلة، ويقصد بهذا الشرط أن تكون قيمة المتغيرات التي تعبر عن المشكلة تتضمن القيم الصحيحة، وأيضا القيم الكسرية أي أن تكون هذه القيم قابلة للتجزئة.[2]

2-4-قابلية التكميم(الرياضية): ونقصد بها إمكانية التعبير عن متغيرات المشكلة بصورة كمية، وكذا إمكانية التعبير عن العلاقة بين هذه المتغيرات في شكل معادلات أو متباينات رياضية.[3]

2-5-الأكادة: يجب أن تكون جميع المعلومات التي تعتمد عليها البرمجة الخطية مؤكدة، ولا تتغير خلال فترة الدراسة، سواء كان ذلك لدالة الهدف أو القيود.[4]

2-6-عدم التفاعل(الإضافية): نقصد به أن أداء المتغيرات المختلفة يساوي مجرد الجمع الحسابي لأداء كل من المتغيرات بشكل مستقل، أي إنعدام التفاعل بين المتغيرات.(عدم التداخل)

2-7-عدم السلبية: ويطلق عليه كذلك بالشرط المنطقي، أين نفترض أن جميع المتغيرات لاتأخذ قيم سالبة،[5] فمن غير المنطقي أن نقول أن عدد الوحدات المنتجة (-2) أو عدد الساعات المستخدمة (-230).

3- بناء (صياغة) نموذج البرمجة الخطية

نقصد ببناء نموذج البرمجة الخطية وضع البيانات والمعلومات المتاحة في شكل يسمح بحل المشكلة وفق القواعد والإفتراضات التي يقوم عليها أسلوب البرمجة الخطية.[6]

أ- **دالة الهدف:** وتبين هذه الدالة الهدف المنشود والذي نرغب في تحقيقه، ويكون الهدف عادة هو الوصول إلى أقصى ربح ممكن أو أدنى تكلفة ممكنة، وهي عبارة عن دالة خطية بدلالة متغيرات القرار،[1] تتميز بالوحدانية.[2]

---

[1] - السعدي رجال، **بحوث العمليات "البرمجة الخطية"**، دار رجزو، قسنطينة، الجزائر، 2004، ص:32.

[2] - محمد اسماعيل بلال، **بحوث العمليات – استخدام الأساليب الكمية في صنع القرار**، دار الجامعة الجديدة، 2005، ص:22.

[3] - نفس المرجع السابق، نفس الصفحة.

[4] - حسين محمود الجنابي، الأحدث في بحوث العمليات، دار الحامد للنشر والتوزيع، 2010، ص: 47.

[5] - السعدي رجال، مرجع سبق ذكره، ص: 34.

[6] - محمد اسماعيل بلال، مرجع سبق ذكره، ص: 23.

ويعبر عنها رياضيا:

حالة التعظيم $Max : Z = \sum_{j=1}^{n} CjXj$

حالة التدنية $Min : W = \sum_{j=1}^{n} CjXj$

ب- تحديد قيود المشكلة: وتشير هذه القيود عادة إلى الكميات المتاحة من الموارد أو العلاقات الفنية التي توضح ما تحتاجه كل وحدة إنتاج من كل مورد من الموارد المتاحة المحدودة،[3] ويعبر عنها بمتابينات أو معادلات خطية.

ويعبر عنها رياضيا:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \ (\leq, =, \geq) \ b_i \ , (i = 1, 2, \ldots, m)$$

ج- تحديد شرط عدم السلبية: ويعني هذا الشرط بأن تكون جميع متغيرات القرار الداخلة في النموذج غير سالبة.

ويعبر عنها رياضيا:

$$Xj \geq 0 \quad , (j = 1, 2, \ldots, n)$$

حيث أن:

Z: تمثل دالة الهدف المطلوب تعظيها

W: تمثل دالة الهدف المطلوب تدنيتها

C_j: معامل متغير القرار(X_j) وتمثل هامش الربح، التكلفة الوحدوية، سعر البيع، ...

X_j: متغير القرار رقم j

a_{ij}: المعاملات الفنية للنموذج

---

[1] - حسين ياسين طعيمة، مروان محمد النسور، إيمان حسين حنوش، **بحوث العمليات –نماذج وتطبيقات-** دار صفاء للنشر والتوزيع –عمان، 2009، ص: 41.

[2] -السعدي رجال، مرجع سبق ذكره، ص:34.

[3] - حسين ياسين طعيمة، مروان محمد النسور، إيمان حسين حنوش، مرجع سبق ذكره، ص: 41.

b_i: تمثل الموارد المحدودة من النوع i

لكن من ضروري الإشارة إلى ضرورة تسمية المتغيرات كخطوة أولى لبناء النموذج .

4- صيغ النماذج الخطية

يمكننا أن نميز بين ثلاث صيغ للنماذج الخطية وهي:[1]

4-1- الصيغة النظامية (القانونية)

يقال أن مسألة برمجة خطية أنها تأخذ الصيغة النظامية إذا كانت:

- جميع متغرات القرار غير سالبة
- جميع القيود عبارة عن متباينات
- جميع متباينات القيود من إشارة واحدة ($\leq$ أو$\geq$)
- إذا كان تابع الهدف من نوع التعظيم إشارة المتباينات هي أصغر أو يساوي ($\leq$)
- إذا كان تابع الهدف من نوع التدنية إشارة المتباينات هي أكبر أو يساوي ($\geq$)
- b_i غير محدد الإشارة.

4-2-الصيغة القياسية (النموذجية)

يقال أن مسألة برمجة خطية أنها تأخذ الصيغة النظامية إذا كانت:

- جميع متغيرات القرار غير سالبة
- جميع القيود عبارة عن معادلات (تستثنى من ذلك قيود عدم السلبية)
- تابع الهدف تعظم أو تدنية
- bi غير سالب

4-3- الصيغة المختلطة:

يقال عن مسألة برمجة خطية أنها ذات صيغة مختلطة إذا لم تأخذ هذه المسألة عند صياغتها بدلالة المعطيات، لا صيغة نظامية، ولا صيغة قياسية.

[1] - السعدي رجال، مرجع سبق ذكره، ص ص: 46، 47.

5-طرق حل نموذج البرمجة الخطية

عرضنا فيما سبق بعض الأمثلة لإيضاح طريقة صياغة المسائل العملية رياضيا على نحو مسائل برمجة خطية. وتهدف الخطوة الثانية بعد الصياغة، إلى حل المسألة رياضيا للحصول على أنسب حل ممكن.

ويمكن حل مشكلة البرمجة الخطية بالطرق التالية:

- طريقة الحل البياني
- طريقة الحل الجبري
- الطريقة المبسطة (السمبلكس)

5-1- طريقة الحل البياني.

تستخدم هذه الطريقة عندما تحوي المشكلة على متغيرين فقط. وذلك لأن النموذج الذي يكون فيه أكثر من متغيرين يتعذر علينا تمثيله بيانيا.[1]

ولحل مشكلة برمجة خطية بعد صياغتها رياضيا بإستخدام هذه الطريقة نتبع الخطوات التالية:

- نرسم محورين أفقي وعمودي
- التمثيل البياني لجميع القيود
- شرط عد السلبية يحدد منطقة الحل لتكون في الربع الأول من المستو
- تحديد منطقة الحلول الممكنة[2]
- تحدد الحل الأمثل (سواء عن طريق انسحابات المستقيم الممثل لدالة الهدف، أو عن طريق تقييم النقط الركنية)

[1] - علي حسين علي، مؤيد عبد الحسين الفضل، نجاح باقر إبراهيم، **بحوث العمليات وتطبيقاتها في وظائف المنشأة**، دار زهران للنشر والتوزيع، عمان ، 1999، ص: 41.

[2] - فتحي خليل حمدان،رشيق رفيق مرعي، مرجع سبق ذكره، ص: 29.

5-2- الطريقة الجبرية

تعد الطريقة الجبرية من الطرق الرياضية البحتة التي تعتمد أسلوب التعويض الجبري للقيم المتوقعة للمتغيرات الداخلة في النموذج الرياضي وفقا إلى عدد الطرق الممكنة لهذه القيم، وتستخدم هذه الطريقة عندما يحتوي النموذج على متغيرين فقط.[1]

ولحل نموذج البرمجة الخطية بموجب هذه الطريقة، نتبع الخطوات الاتية:

1- تصنيف متغيرات النموذج الرياضي، إلى نوعين هما:

- متغيرات أساسية: وهي تلك المتغيرات التي لها دور مهم في المشكلة، وتكون قيم هذه المتغيرات تختلف عن الصفر.

- متغيرات غير أساسية: وهي تلك المتغيرات التي ليس لها دور في المشكلة، وتكون قيم هذه المتغيرات دائما مساوية للصفر.

2- تحويل النموذج الرياضي من الصيغة القانونية إلى الصيغة القياسية' وذلك بإستخدام متغيرات وهمية في دالة الهدف وقيود النموذج، وذلك موضح في الجدول الاتي:

نوع وإشارة القيد	الية استخدام المتغيرات الوهمية	الية استخدام المتغيرات (S) في دالة الهدف	
أقل أو يساوي($\leq$)	$+S_i$	$+0S_i$	$+0S_i$
أكبر أو يساوي($\geq$)	$-S_i$	$-0S_i$	$-0S_i$
يساوي(=)	/	/	/

3- عمل جدول يتضمن المتغيرات الأساسية والمتغيرات غير الأساسية، لغرض الوصول إلى الحل الأمثل للمشكلة بموجب الطريقة الجبرية.

5-3- طريقة السمبلكس:

[1] - حسين ياسين طعيمة، مروان محمد النسور، إيمان حسين حنوش، مرجع سبق ذكره، ص: 87.

تعد الطريقة المبسطة أو ما يطلق عليها طريقة السمبلكس أسلوب رياضي متقدم في حل مشكلات البرمجة الخطية، كونها تعالج المشكلات التي تحتوي على عدد كبير من المتغيرات، كما وتعد هذه الطريقة أفضل وأدق من الطريقتين السابقتين.

إن البدايات التاريخية لتطبيق طريقة السمبلكس تعود إلى الجهوذ المبذولة من قبل العالم (Dantzig) عام 1947، عندما تبين له قصور وعجز كل من الطريقة البيانية والطريقة الجبرية في معالجة مشكلات البرمجة الخطية، عندما تحتوي على أكثر من متغيرين.[1]

وتتلخص طريقة الحل بإستخدام طريقة السمبلكس بالخطوات التالية:[2]

1. بناء النموذج الرياضي للمسألة
2. إعادة كتابة النموذج الرياضي حسب الشكل القياسي
3. إيجاد الحل الأساسي الممكن (الحل الأولي)
4. تحسين الحل الممكن حتى الحصول على الحل الأمثل

5-3-1- حل مشكلات البرمجة الخطية في حالة التعظيم بإستخدام طريقة السمبلكس

لإيجاد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية بطريقة السبملكس في حالة التعظيم سنحاول الشرح بالإستعانة بمثال توضيحي.

المثال:

$$\text{Max:} Z = 50X_1 + 80X_2$$

$$3X_1 + X_2 \leq 90$$

$$2X_1 + X_2 \leq 60$$

$$2X_1 + 2X_2 \leq 20$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

[1] - حسين ياسين طعيمة، مروان محمد النسور، إيمان حسين حنوش، مرجع سبق ذكره، ص: 101.

[2] - أحمد محمد الهزاع الصمدي،مرجع سبق ذكره، ص: 43.

لايجاد الحل بإستخدام طريقة السمبلكس، نتبع الخطوات التالية:

1. تحويل نموذج البرمجة الخطية من الصيغة القانونية إلى الصيغة القياسية، بعد إضافة متغيرات وهمية الي دالة الهدف والقيود وفق القاعدة المبينة في الجدول الاتي مع مراعاة جعل دالة الهدف مساوية للصفر.

إشارة القيد	الية استخدام المتغيرات الوهمية والمتغيرات الإصطناعية		الية استخدام المتغيرات (S) و (a)في دالة الهدف	
	القيد المعني	بقية القيود	Max	Min
أقل أو يساوي(≤)	$+S_i$	$+0S_i$	$+0S_i$	$+0S_i$
أكبر أو يساوي(≥)	$-S_i+a_i$	$-0S_i+0a_i$	$+0S_i$	$-0S_i$
يساوي(=)	$+a_i$	$+0a_i$	$-Ma_i$	$+Ma_i$

إذا رجعنا للمثال فالصيغة القياسية لهذا النموذج هي كالاتي:

$$Max:Z= 50\ X_1+ 80X_2 + 0S_1+0S_2+0S_3=0$$

$$3X_1+X_2+ +S_1+0S_2+0S_3 = 90$$

$$2X_1+X_2+0S_1+S_2+0S_3= 60$$

$$2X_1+2X_2+ 0S_1+0S_2+S_3 =20$$

$$X_1,\ X_2, S_1,\ S_2,\ S_3\geq 0$$

2. تصميم جدول الحل الأساسي الممكن بالاعتماد على جميع معاملات المتغيرات (X_j, S_i)، فمن أجل جعل العمليات الحسابية أكثر وضوح توصل دانتزينغ إلى تمثيل جدولي مبسط للمعطيات المتعلقة بالنموذج حيث تجرى مختلف العمليات على هذا الجدول بشكل مباشر.[1]

[1] - السعدي رجال، بحوث العمليات، في الإدارة المالية، التجارة، مرجع سبق ذكره، ص:19.

جدول السمبلكس الأولي

	متغيرات النموذج	X_1	X_2	...	Xn	S_1	...	S_m	قيم الحل bi
معامل المتغير القاعدي	معاملات دالة الهدف	C_1	C_2	...	Cn	0	...	0	
0	S_1	$a_{1.1}$	$a_{1.2}$	...	$a_{1.n}$	1	...	0	b_1
0	S_2	$a_{2.1}$	$a_{2.2}$	...	$a_{2.n}$	0	...	0	b_2
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0	Sm	a_{m1}	a_{m2}		a_{mn}	0		1	b_m
Zj		0	0	0	0	0	0	0	0
Cj-Zj		C_1	C_2	...	Cn	0	...	0	

سنحاول إتباع هذا النموذج لجدول السمبلكس من أجل حل مثالنا، **فمتغيرات النموذج** هي X_1، X_2، S_1، S_2، S_3. أما **معاملات دالة الهدف** فنقصد بها معاملات كل متغير من متغيرات النموذج في دالة الهدف علما أننا نستعين دائما **بالصيغة القياسية** للنموذج.

$$Max:Z= 50\ X_1+ 80X_2 + 0S_1+0S_2+0S_3=0$$

أي السطران الأول والثاني لجدول السمبلكس الأولي هو كالاتي

	متغيرات النموذج	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	قيم الحل
معامل المتغير القاعدي	معاملات دالة الهدف	50	80	0	0	0	Bi

أما السطر الثالث فهو خاص بالقيد الأول

$$3X_1+X_2+S_1+0S_2+0S_3 = 90$$

إنطلاقا من هذا القيد نضع قيم a المعاملات الفنية للقيود.

	متغيرات النموذج	X_1	X_2	S_1	S_2	S_m	قيم الحل Bi
معامل المتغير القاعدي	معاملات دالة الهدف	50	80	0	0	0	

0	S_1	3	1	1	0	0	90

وبنفس الطريقة نكمل السطرين الرابع والخامس

$$2X_1+X_2+0S_1+S_2+0S_3= 60$$

$$2X_1+2X_2+ 0S_1+0S_2+S_3 \quad =20$$

	متغيرات النموذج	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	قيم الحل Bi
معامل المتغير القاعدي	معاملات دالة الهدف	50	80	0	0	0	
0	S_1	3	1	1	0	0	90
0	S_2	2	1	0	1	0	60
0	S_3	2	2	0	0	1	20

أما قيم السطر ما قبل الأخير Zj فهي مجموع ناتج ضرب المعاملات المقابلة للمتغيرات الأساسية في الأرقام المناظرة في مصفوفة المعاملات لكل عمود.

	متغيرات النموذج	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	قيم الحل Bi
معامل المتغير القاعدي	معاملات دالة الهدف	50	80	0	0	0	
0	S_1	3	1	1	0	0	90
0	S_2	2	1	0	1	0	60
0	S_3	2	2	0	0	1	20
Zj		0	0	0	0	0	0

أما قيم السطر الأخير فمن الواضح أنها نتيجة طرح قيم cj في السطر الثاني من قيم Zj في السطر ما قبل الأخير.

جدول السمبلكس الأولي

	متغيرات النموذج	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	قيم الحل bi

معامل المتغير القاعدي	معاملات دالة الهدف	50	80	0	0	0	
0	S_1	3	1	1	0	0	90
0	S_2	2	1	0	1	0	60
0	S_3	2	2	0	0	1	20
Zj		0	0	0	0	0	0
Cj - Zj		50	80	0	0	0	

-

إن قيم السطر الأخير$Cj - Zj$ هي التي تساعدنا في معرفة مثلوية الحل من عدمه

ففي حالة التعظيم مثلما هو الحال في هذا النموذج يجب أن تكون كل قيم السطر الأخير $Cj - Zj$ غير موجبة، فوجود قيمة أو قيم موجبة يعني إمكانية تحسين الحل.

أما في حالة التدنية يجب أن تكون كل قيم السطر الأخير غير سالبة.

عودة إلى مثالنا لأنه توجد قيم موجبة في السطرالأخير $Cj - Zj$ يجب تحسين الحل. وهذا ما سنوضحه في الخطوات الموالية.

3. تحديد **عمود الدوران**، على أساس أكبر قيمة موجبة في السطر الأخير$Cj - Zj$. والمتغير المقابل نطلق عليه **المتغير الداخل.**
4. تحديد **سطر الدوران**، عن طريق قسمة القيم الواقعة في الجهة اليمنى في الجدول (قيم الحل bi)، على ما يقابلها في عمود الدوران، والمتغير الذي يقابل أصغر قيمة موجبة من خوارج القسمة يعد هو المتغير الخارج، الذي سيحل محله المتغير الداخل.
5. نقطة تقاطع عمود الدوران وسطر الدوران نطلق عليها: نقطة الإرتكاز أو الـ: Pivot

عودة إلى مثالنا

جدول السمبلكس الأولي

	متغيرات النموذج	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	قيم الحل Bi
معامل المتغير القاعدي	معاملات دالة الهدف	50	80	0	0	0	

0	S_1	3	1	1	0	0	90
0	S_2	2	1	0	1	0	60
0	S_3	2	2	0	0	1	20
Zj		0	0	0	0	0	0
Cj – Zj		50	80	0	0	0	

- نختار عمود الدوران: لدينا أكبر قيمة موجبة هي 80 إذا X_2 هو المتغير الداخل.

- نختار سطر الدوران: بعد حساب قيم العمود الأخير{90، 60، 10} نختار 10 بإعتبارها أصغر قيمة، والمقابلة للمتغير S_3، إذا S_3 هوالمتغير الخارج ليحل محله X_3.

-نقطة الإرتكاز هي 2.

6. إيجاد قيم الجدول الجديد: لإيجاد قيم جدول السمبلكس الموالي نتبع القواعد التالية:

- قيم سطر المتغير الخارج تساوي قيم السطر القديم على Pivot

- قيم عمود المتغير الداخل كلها مساوية للصفر ماعدا قيمة الـ Pivot فهي تساوي الواحد (1)

- بقية قيم الجدول تحسب وفق القاعدة : [1]

القيمة الجديدة= القيمة الحالية (القديمة) - [(العنصر المقابل لها في سطر الدوران) x(العنصر المقابل لها في عمود الدوران) / نقطة الارتكاز].

أما قيم Zj و Cj –Zj فتحسب بنفس طريقة الجدول السابق.

عودة إلى مثالنا:

جدول السمبلكس الثاني (النهائي)

	متغيرات النموذج	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	قيم الحل
معامل المتغير	معاملا ت دالة	50	80	0	0	0	Bi

[1] - جهاد صياح بني هاني، نازم محمود ملكاوي، فالح عبد القادر الحوري، **تطبيقات بحوث العمليات في إدارة الأعمال**، دار الحامد، عمان، 2013، ص:133.

القاعدي	الهدف						
0	S_1	2	0	1	0	-0.5	80
0	S_2	1	0	0	1	-0.5	50
80	X_2	1	1	0	0	0.5	10
Zj		80	80	0	0	40	800
Cj – Zj		-30	0	0	0	-40	

من خلال ملاحظتنا لقيم السطر الأخير Cj – Zj - ولأنه لدينا حالة تعظيم- نلاحظ أن لا توجد هناك ولا قيمة موجبة فكل قيم السطر الأخير إما سالبة أو معدومة، وبالتالي هذا الجدول يعبر عن الحل الأمثل، إذ لا يمكننا تحسين الحل.

يتكون هذا الحل من متغيرات أساسية: $X_2=10$، S2=50، S1=80. ومتغيرات غير أساسية: $X_1=S_3=0$. وأقصى ربح يمكن تحقيقه في ظل هذه الشروط: Z=800.

كلما زاد عدد المتغيرات وعدد القيود في النموذج يلزمنا عدد أكبر من جداول السمبلكس للوصول إلى الحل الأمثل.

5-3-2- حل مشكلات البرمجة الخطية في حالة التدنية بإستخدام طريقة السمبلكس (أسلوب المتغيرات الإصطناعية)

لاحظنا في المثال السابق الخاص بحالة التعظيم استخدمنا المتغيرات الوهمية في حالة كون القيود على شكل متباينات أقل أو يساوي(≤) ودالة الهدف هي التعظيم. ولكن هناك الكثير من مشاكل البرمجة الخطية التي لا نستطيع فقط بإستخدام المتغيرات الوهمية إيجاد الحل الأساسي الأولي. ان هذه المشاكل تتضمن على الأقل على قيد يحتوي على إشارة أكبر أو يساوي(≥) أو مساواة (=)، أو دالة الهدف هي تدنية (تصغير). في هذه الحالة نضيف إلى القيود ودالة الهدف متغير اخر يسمى المتغير الإصطناعي.[1] . ولنرمز له بالرمز a وذلك بإتباع القواعد الموضحة في الجدول:[2]

إشارة القيد	الية استخدام المتغيرات الوهمية والمتغيرات الإصطناعية	الية استخدام المتغيرات (S) و (a)في دالة الهدف

[1] - دلال صادق الجواد، حميد ناصر الفتال، **بحوث العمليات**، دار اليازوري،عمان، 2008، ص: 53.

[2] - حسين ياسين طعيمة، مرجع سلق ذكره، ص: 59.

	القيد المعني	بقية القيود	Max	Min
أقل أو يساوي(≤)	$+S_i$	$+0S_i$	$+0S_i$	$+0S_i$
أكبر أو يساوي(≥)	$-S_i+a_i$	$-0S_i+0a_i$	$+0S_i$	$-0S_i$
يساوي(=)	$+a_i$	$+0a_i$	$-Ma_i$	$+Ma_i$

ولحل مثل هذه المشكلات نستخدم إحدى الطريقتين:

- طريقة M الكبرى (Big –M technique)
- طريقة المرحلتين (Tow Phase Method)

ولتوضيح هذه الطريقة سنستعين بمثال توضيحي.

- معامل المتغير الوهمي في دالة الهدف هو M وهي قيمة كبيرة جدا يحمل إشارة موجبة في حال كانت دالة الهدف تدنية، ويحمل إشارة سالبة في حال كانت دالة الهدف تعظيم، تساعد إضافة Mعلى إخراج المتغيرات الوهمية من الحل الأمثل.

6-1- صياغة النموذج المقابل

هناك مجموعة من الخطوات لصياغة مشكلة برمجة خطية ثنائية، ويمكن تخليص الية صياغة نموذج مقابل لمشكلة برمجة خطية بالخطوات الاتية:

- عكس صيغة دالة الهدف، فإذا كانت دالة الهدف تعظيم (Max) فإنها تصبح تدنية (Min) في النموذج المقابل، أما إذا كانت دالة الهدف تدنية (Min)فإنها تصبح تعظيم (Max) في النموذج المقابل، مع مراعاة تحويل رمز دالة الهدف.[1]
- استبدال المتغيرات المشار إليها بالرمز X في النموذج الأولي ، إلى متغيرات مشار إليها بالرمزY في النموذج المقابل.[2]

[1] - حسين ياسين طعيمة، مروان محمد النسور، إيمان حسين حنوش، مرجع سبق ذكره، ص: 136.

[2] - فتحي خليل حمدان، رشيق رفيق مرعي، مرجع سبق ذكره، ص: 79.

- قيم bi (الطرف الأيمن للقيود) في قيود النموذج الأولي تصبح معاملات لمتغيرات دالة الهدف في النموذج المقابل.[1] ومعاملات دالة الهدف في النموذج الاولي هي قيم الجوانب اليمنى لقيود النموذج المقابل.[2]
- تحويل مصفوفة المعاملات للمتغيرات في قيود النموذج الأولي بحيث تصبح الصفوف أعمدة والأعمدة صفوف. (إيجاد منقول مصفوفة معاملات المتغيرات).
- إشارة متغيرات النموذج المقابل تتأثر بإشارة قيود النموذج الأولي.
- إذا كانت القيود في النموذج الأولي على شكل أكبر أو يساوي فإنها تتغير في النموذج المقابل إلى أقل او يساوي والعكس صحيح.[3]

ويمكن تلخيص ما سبق في الجدول الموالي:[4]

المرافق	الأصلي
دالة الهدف	**دالة الهدف**
Min	max
الطرف الثاني من القيود	معاملات دالة الهدف
معاملات دالة الهدف	الطرف الثاني من القيود
القيود	**المتغيرات**
القيدj يكون :≥	Xj ≥0
القيدj يكون:≤	Xj ≤0
القيدj يكون:=	Xjغير محدد الإشارة
المتغيرات	**القيود**
Yi≤0	القيدi يكون :≥
Yi ≥0	القيدi يكون:≤
Yiغير محدد الإشارة	القيدiيكون:=

[1] - صالح مهدي محسن العامري، عواطف إبراهيم الحداد، **تطبيقات في بحوث العمليات في الإدارة**، إثراء للنشر والتوزيع' الشارقة، 2009، ص: 196.

[2] - دلال صادق الجواد، حميد ناصر الفتال، مرجع سبق ذكره،ص: 101.

[3] - نفس المرجع السابق، ص: 101.

[4] - السعدي رجال، بحوث العمليات في الإدارة، المالية والتجارة، مرجع سبق ذكره، ص: 40.

1- تحليل الحساسية:

كان الوصول إلى الحل الأمثل لمشكلة البرمجة الخطية الذي تم تناوله فيما سبق يتم تحت مجموعة من الفروض، من بينها افتراض التأكد التام من المعلومات المتعلقة بالمشكلة قيد الدراسة غلى سبيل المثال افتراض ثبات الأسعار، الموارد المتاحة، أسعار السلع،..لكن الواقع أن المؤسسات تعمل في بيئة ديناميكية.لذا من الضروري إذا كانت هذه المعاملات غير معروفة بصورة أكيدة يجب القيام بتحليل الحساسية. ويقصد بتحليل الحساسية تحديد المجال الذي يمكن أن تتقلب أو تتغير في حدودها معاملات وثوابت النموذج دون تأثيرها على قيم المتغيرات الأساسية في الحل الأمثل.[1]

إن التغيرات التي يمكن أن تحدث في النموذج تتمثل في:

- تغيير قيم الطرف الأيمن للقيود.
- إضافة قيد جديد.
- تغيير في معاملات الهدف
- تغيير معاملات القيود
- إضافة متغير جديد.

إن هذه التغيرات تؤدي إلى واحد من الحالات الثلاث:[2]

- أن يبقى الحل الأمثل للمسألة كما هو دون أن يتأثر بالتغيرات الجديدة
- تبقى المتغيرات الأساسية نفسها ولكن ربما تتغير قيمتها نتيجة للتغيرات الإضافية (الجديدة).
- يتغير الحل الأساسي بأكمله من جراء التغيرات الجديدة.

[1] - سليمان محمد مرجان، مرجع سبق ذكره، ص: 99.

[2] - سهيلة عبد الله سعيد، مرجع سبق ذكره، ص: 131.

لكن ونتيجة لصعوبة معالجة كل هذه التغيرات محتملة الوقوع دفعة واحدة فإنه يتم إستعراض طريقة الحل عندما يكون فقط التابع الإقتصادي هو المستهدف، مع إفتراض أن بقية المعاملات الفنية والموارد المتاحة ستبقى ثابتة،[1] وكذلك الحال مع بقية التغيرات.

من أجل تحليل الحساسية نتبع مجموعة من الخطوات تختلف بإختلاف العنصر الذي حدثت فيه التغيرات وفيما يلي سنوضح هذه الخطوات إعتماد على النموذج الرياضي التالي على سبيل المثال.

$$Max: Z = 4x1 + 3x2$$

$$2x1 + x2 \leq 12$$

$$x1 + 3x2 \leq 8$$

$$5x1 + 2x2 \leq 45$$

$$x1, x2 \geq 0$$

كخطوة أولى مشتركة من الضروري إيجاد جدول السمبلكس الذي يعكس الحل الأمثل.

قبعد تحويل النموذج إلى الصيغة القياسية، وحله بإستخدام طريقة السمبلكس حسب الخطوات والقواعد المشار إليها مسبقا، تحصلنا على الحل الأمثل والموضح في الجدول الموالي.

جدول السمبلكس النهائي

	متغيرات النموذج	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	قيم الحل bi
معامل المتغير القاعدي	معاملات دالة الهدف	4	3	0	0	0	
4	X_1	1	0	3/5	-1/5	0	28/5
3	X_2	0	1	-1/5	2/5	0	4/5
0	S_3	0	0	-13/5	1/5	1	77/5
Zj		4	3	9/5	2/5	0	124/5
Cj-Zj		0	0	-9/5	2/5-	0	

[1] - السعدي رجال، بحوث العمليات- البرمجة الخطية-، مرجع سبق ذكره، ص:171.

من خلال هذا الجدول يتضح أن البرنامج الإنتاجي لهذه المؤسسة هو:

$X_1 = 28/5, X_2 = 4/5$

للحصول على أكبر ربح ممكن في ظل قيود هذا النموذج ويساوي 124/5.

7-1- حدوث تغيرات في معاملات دالة الهدف:

يؤثر التغير في معاملات دالة الهدف على أمثلية الحل، فعند إجراء تحليلات الحساسية يجب أن نفرق فيما إذا كان التغير في معاملات دالة الهدف يشمل المتغيرات الأساسية فقط، أو المتغيرات غير الأساسية فقط أو كليهما

لذلك نفرض أو C_1 يتغير من 4 إلى $4 + \Delta$ وبإجراء عملية تعويض للمقدر 4 في جدول السمبلكس الأخير فإننا نتحصل على الجدول التالي:

	متغيرات النموذج	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	قيم الحل bi
معامل المتغير القاعدي	معاملات دالة الهدف	$4 + \Delta$	3	0	0	0	
	X_1	1	0	3/5	-1/5	0	28/5
3	X_2	0	1	-1/5	2/5	0	4/5
0	S_3	0	0	-13/5	1/5	1	77/5
Zj		$4 + \Delta$	3	$9+3\Delta/5$	$2-\Delta/5$	0	$124+28\Delta/5$
Cj-Zj		0	0	$-9-3\Delta/5$	$-2+\Delta/5$	0	

الحل المعطى بالجدول يبقى أمثلا إذا:

$$\begin{cases} -9 - 3\Delta/5 \leq 0 \\ -2 + \Delta/5 \leq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \Delta \geq -3 \\ \Delta \leq 2 \end{cases}$$

هذا يعني أن الحل الأمثل سيكون مستقرا و يأخذ القيمة:

$X_1 = 28/5, X_2 = 4/5$

إذا كانت التغيرات في سعر المنتج رقم واحد ضمن المجال [-3، 2] أي كلما كان سعر هذا المنتج يتغير ضمن المجال [C1-3، C1+2] أي [1، 6] سيبقى أمثلا وستحافظ المؤسسة على برنامجها الإنتاجي، إلا أن قيمة الربح المتحصل ستتغير.

أما إذا كانت التغيرات التي تمس معامل دالة الهدف خارج المجال المحدد فيجب إعادة الحل

7-2- التغير في القيم الحرة (الكميات المتاحة bi)

إن التغير في عمود القيم الحرة لا يؤثر على متغيرات الجدول النهائي طالما بقيت هذه القيم في الحل النهائي غير سالبة، وإنما يؤثر فقط على فيم المتغيرات الأساسية الممثلة للحل الأمثل وبالتالي على القيمة النهائية لدالة الهدف.[1]

لمزيد من التوضيح نعود إلى المثال السابق. ونفترض وجود تغيرات في القيد الأول.

	متغيرات النموذج	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	قيم الحل bi
معامل المتغير القاعدي	معاملات دالة الهدف	4	3	0	0	0	
4	X_1	1	0	3/5	-1/5	0	28+ 4Δ /5
3	X_2	0	1	-1/5	2/5	0	4-Δ/5
0	S_3	0	0	- 13/5	1/5	1	77-13Δ /5
Zj		4	3	9/5	2/5	0	124+9Δ/5
Cj-Zj		0	0	-9/5	2/5-	0	

قمنا بإدخال القيمة (Δ جداء معامل S1 في جدول الحل الأمثل) في العمود الأخير من هذا الجدول.

[1] - علي حسين علي، مؤيد عبد الحسين الفضل، نجاح باقر إبراهيم، مرجع سبق ذكره، ص: 106.

وإنطلاقا من هذا العمود يمكننا معرفة مجال التغيرات في قيمة الموارد المتاحة للقيد المعني والذي يحافظ على مثلوية الحل.

إذ يجب أن تكون كل قيم هذا العمود غير سالبة

$$\begin{cases} (28 + 4\Delta)/5 \geq 0 \\ (4 - \Delta)/5 \geq 0 \\ (77 - 13\Delta)/5 \geq 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq -7 \\ \Delta \leq 4 \\ \Delta \leq 77/13 \end{cases}$$

معناه إذا كانت التغيرات في المورد الأول ضمن المجال [-7، 4] فالحل سيكون قارا.

7-3- إضافة قيد جديد:

يترتب على إضافة قيد جديد إحدى الحالتين الاتيتين:

- أن يكون القيد الجديد مستوفى في الحل الحالي، مما يعني أنه قيد غير محدد، أو قيد زائد بمعنى أن إضافته للنموذج لن تغير الحل الحالي.
- أن يكون القيد الجديد غير مستوفى في الحل الحالي، مما يعني أنه قيدا محدد، ويجب إعادة الحل.[1]

7-4- التغير في معاملات القيود:

إن التغيرات في معاملات متغيرات القرار تؤثر مباشرة على عناصر مصفوفة الحل والتي تؤدي إلى التعقيد في الحسابات ويمكن أن تؤثر على الجانب الأيسر للقيود المشكلة المقابلة المتعلقة بها. قد تجعل في كثير من الاحيان من الحل الحالي غير ممكن أو غير أمثل ، لذا يفضل إعادة حل المشكلة كمشكلة جديدة.[2]

7-5- إضافة متغير أو متغيرات جديدة:

قد يحدث أنه وبعد الحصول على الحل الأمثل يتبين لمتخذ القرار أن أحد المتغيرات قد تم إهمالها، أو أحد المتغيرات يجب إدراجها في النموذج من جديد.[3]

---

[1] -حمدي. أ طه، **مقدمة في بحوث العمليات**، دار المريخ للنشر، المملكة العربية السعودية، 1996، ص:189.

[2] - دلال صادق الجواد، حميد ناصر الفتال، مرجع سبق ذكره، : 128.

[3] - السعدي رجال، بحوث العمليات، البرمجة الخطية، ص: 178.

الفصل الثاني: مشاكل النقل

تظهر مشكلات النقل في الحياة العملية بصورة متكررة فكثيرا مانلاحظ وسائل النقل تسير عبر طرق مختلفة من مواقع عديدة لإيصال المادة المنقولة إلى المستهلك أو إلى مراكز التصدير أو التموين إلى المستودعات أو قد يتم نقل المادة كالنفط أو الغاز والماء...عبر أنابيب من مراكز التصدير أو التموين إلى مراكز التوزيع أو الإستهلاك، وعادة ما يتم نقل المواد من مراكز متعددة كل مركز له سعته الخاصة.[1]

لذا تعتبر مشكلة النقل من الأساليب الرياضية الهامة المساعدة في عملية اتخاذ القرار الملائم في نقل كمية من مادة (سلع) من مصادر تصنيعها او من مخازن الى مراكز متعددة بهدف سد حاجة هذه المراكز وبأقل تكلفة كما وتخصص طريقة النقل في توزيع الموارد المادية البشرية بأفضل صورة على اعتبار هذه الموارد محدودة دائما.[2]

1- صياغة المسألة (المشكلة)

يمكن أن نعرف مشكلة على أنها عبارة عن عملية نقل مواد متشابهة من الأصول (المركز الإنتاجي، التسوويقي...) إلى النهايات (مركز الطلب أو مركز الإستهلاك) بأقل التكاليف، أو بأكبر الأرباح أو بأقل زمن... [3]

ولصياغة مشكلة النقل نفترض الاتي:

- وجود عدد من المراكز الأنتاجية مقدارها n وعدد من المراكز التسويقية أو مراكز الطلب (الاستهلاك) مقدارها m/
- تكلفة نقل الوحدة الواحدة من البضاعة من المركز التسويقي i إلى مركز الطلب (الاستهلاك) j معلومة ومحددة وهي C_{ij}.
- إن الكميات المنقولة من المراكز الإنتاجية إلى المركز التسويقية محددة وهي Xij.
- الهدف هو تخفيض التكاليف الكلية إلى أقل ما يمكن.

ولغرض تبسيط وتسهيل دراسة مشكلة النقل يمكن تمثيلها عن طريق جدول يدعى جدول النقل.[4]

جدول يمثل الشكل العام لمسائل النقل

---

[1] - عزام صبري، **أساسيات في بحوث العمليات**، الطبعة الأولى، عالم الكتب الحديث، الأردن، 2003، ص: 109.

[2] -حسن علي مشرقي ، عبد الكريم القاضي، **بحوث العمليات، تحليل كمي في الإدارة**، دار المسيرة للنشر، الطبعة الأولى.، عمان، 1997، ص: 109.

[3] - دلال صادق الجواد، حميد ناصر الفتال، مرجع سبق ذكره، ص: 141.

[4] - مُحَّد سالم الصفدي، **بحوث العمليات، تطبيق وخوارزميات**، دار وائل للنشر، الأردن، 1999، ص: 236.

حجم الانتاج	مراكز الطلب (الاستيلام)(B)				المراكز التوزيعية(A)
	n	…	2	1	
A_1	C_{1n} X_{1n}	…	C_{12} X_{12}	C_{11} X_{11}	1
A_2	C_{2n} X_{2n}	…	C_{22} X_{22}	C_{21} X_{21}	2
A_3	C_{3n} X_{3n}	…	C_{32} X_{32}	C_{31} X_{31}	3
….	….	….	….	….	….
A_m	C_{mn} X_{mn}	:::	C_{m2} X_{m2}	C_{m1} X_{m1}	M
	Bn	…..	B_2	B_1	حجم الطلب

1-1- الصيغة الرياضية لمشاكل النقل:

يمكن كتابة النموذج الرياضي لمشكلة النقل فق الصورة الاتية:

أولا: دالة الهدف:

$$Min: Z= C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12}+ C_{13}X_{13}+\ldots+ C_{nm}X_{nm}$$

ثانيا: قيود النموذج

أ- قيود مراكز التوزيع (مصادر العرض):

$$X_{11}+ X_{12}+ X_{13}+ \ldots+X_{1n}= a_1$$

$X_{21}+ X_{22}+ X_{23}+ \ldots+X_{2n}= a_2$

: : : : :

$X_{m1}+ X_{m2}+ X_{m3}+ \ldots+X_{mn}= a_m$

ب- قيود مراكز الإستلام(مراكز الطلب):

$X_{11}+ X_{21}+ X_{31}+ \ldots+X_{m1}= b_1$

$X_{12}+ X_{22}+ X_{32}+ \ldots+X_{m2}= b_2$

: : : : :

$X_{1n}+ X_{2n}+ X_{3n}+ \ldots+X_{mn}= b_n$

ثالثا: قيد عدم السلبية

$X_{11}, X_{12}, X_{13},\ldots, X_{mn} \geq 0$

علما أن $(m\geq 2)$ و$(n\geq 2)$

1-2- الطرق المستخدمة لحل مشاكل النقل:

لغرض إيجاد الحل الأساسي الأولي المقبول لمشكلة النقل، هناك عدة طرق للحل منها:

- طريقة الركن الشمالي الغربي
- طريقة أقل تكاليف
- طريقة الجزاء (فوجل)

1-2-1- طريقة الركن الشمالي الغربي:

تعتبر هذه الطريقة من أسهل وأبسط الطرق و أكثرها شيوعا، إذ لا تأخذ في الاعتبار تكاليف النقل من المصدر إلى مناطق أو مراكز التوزيع (الاستخدام)، بل تعتمد على البدء بالزاوية الشمالية الغربية من

الجدول (أعلى يسار الجدول) وتتجه شرقا نحو الاتجاه الجنوبي لغاية الوصول إلى الزاوية الجنوبية الشرقية من الجدول.[1]

وبالتالي لحل مشكلة النقل بإستخدام هذه الطريقة نتبع الخطوات التالية:[2]

أ- نحدد عدد المتغيرات الأساسية من العلاقة التالية:

عدد المتغيرات الأساسية= M+N-1

M: عدد الأسطر

N: عدد الأعمدة

ب- نختار المربع الواقع في الركن الشمالي الغربي لنملأه، أي المربع (1،1) (السطر الأول، العمود الأول)

ج- نقارن بين الكمية الموجودة في المصدر الأول والكمية المطلوبة في مركز التوزيع الأول، فإذا كانت الكمية المخزونة فبي المصدر الأول أكبر من الكمية المطلوبة، عندها يتم إرسال متطلبات مركز التوزيع الأول حتى يلبي إحتياجاته، وما تبقى من مخزون المصدر الأول يرسل إلى مركز التوزيع الثاني (السطر الأول، العمود الثاني)، ويبدأ التوزيع بالصورة نفسها في السطر الثاني من العمود الثاني.

د- نستمر بنفس الأسلوب حتى نلبي جميع احتياجات مراكز التوزيع من مختلف المصادر المتاحة.

هـ- نحسب التكلفة الإجمالية لمسألة النقل من العلاقة:

$$Z= C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12}+ C_{13}X_{13}+\ldots+ C_{nm}X_{nm}$$

حيث أن X_{ij} متغيرات أساسية.

1-2-2- طريقة أقل تكلفة:

إن إعتماد هذه الطريقة يتطلب الأخذ بمبدأ أقل كلفة، أي نقوم بتعبئة المربع الأقل تكلفة ثم ننتقل إلى التكاليف الأقل بالمربعات الأخرى في الجدول.[3] كما ويجب الإشارة إلى أنه عندما تتساوى أصغر كلفتين في الجدول فأن الاختيار بينهما يكون عشوائيا.[4]

---

[1]- نفس المرجع السابق، ص: 181.

[2] - أحمد محمد هزاع، مرجع سبق ذكره، ص: 137.

[3] - السعدي رجال، بحوث العمليات –البرمجة الخطية- مرجع سبق ذكره، ص: 190.

[4] - دلال صادق الجواد، حميد ناصر الفتال، مرجع سبق ذكره، ص: 146.

1-2-3- طريقة الجزاء (فوجيل)

تعتبر هذه الطريقة أفضل الطرق الثلاثة ويرمز لها بالرمز VAM مختصر vogel's Approximation Method حيث تعطي حل أساسي أولي أفضل ويكون قريبا من الحل الأمثل، ولكن هذه الطريقة تحتاج إلى بعض العمايات الحسابية لإختيار الكلفة لتوزيع الكمية المنقولة.[1]

1-3- اختبار مثلوية الحل:

مهما كانت الطريقة المتبعة لإيجاد الحل إلا أن احصول على الحل الأولي لا يعني نهاية المشكلة، وإنما يجب أن نستخدم أساليب أخرى لإختبار هل الحل الذي تم الحصول علية من تطبق إحدى الطرق السابقة هو الحل الأمثل.[2]

وأهم طريقتين تستخدمان لهذا الغرض هما:

- طريقة المسار المتعرج stepping-stone method
- طريقة عوامل الضرب Multipliers method

وسنكتفي هنا بالتطرق إلى الطريقة الاولى فقط.

1- تمثيل نماذج النقل بإستخدام الشبكة

يتم حل نماذج النقل التي تعبر عن عملية تدفق السلع والبضائع من مراكز التوزيع إلى مراكز الإستلام مرورا بأكثر من مرحلة واحدة، وكذلك بأكثر من مركز توزيع واستيلام، وتتصف هذه الحالة بأن هناك تبادل للبضائع والسلع بين إثنين أو أكثر من المراكز، بعبارة أخرى، هناك إمكانية لأن يقوم كل مركز بتوزيع واستيلام البضاعة من المراكز الأخرى بكلف مختلفة كما تتميز هذه الحالة بوجود مراكز وسيطة.[3] ويطلق عليها بنماذج النقل متعدد المراحل غير النظامية –نماذج التدفق-

[1] - سهيلة عبد الله سعيد، مرجع سبق ذكره، ص: 176.
[2] - فتحي خليل حمدان، رشيق رفيق مرعي، مرجع سبق ذكره، ص: 135.
[3] - حسين ياسين طعيمة، مروان محمّد النسور، إيمان حسين حنوش، مرجع سبق ذكره، ص: 195.

هذه المشاكل والمشاريع التي تتسم بالتعقيد يمكن أن نعبر عنها على شكل شبكة، إلا أن حل تلك المشاكل يكون سهلا وميسرا إذا كان هناك إلمام بالقواعد التي نتعامل معها مع تحليل الشبكات. لاشك أن تحليل شبكات النقل على جانب كبير من الأهمية فهي انعكاس للتطور الاقتصادي.

ويعبر **فيتز جيرالد** عن ذلك بقوله "ان التباين في خصائص شبكات النقل هو انعكاس للمظاهر الاقتصادية والاجتماعية ، وأول خطوة لتحليل ودراسة شبكات النقل هي تحويلها إلى بيان يتكون من مجموعة من العقد و تمثل محطات في شبكة النقل و الأقواس هي الطرق المباشرة بين هذه العقد و الأسلوب الذي يدرس مثل هذه الأنماط للعقد و الوصلات يعرف ب نظرية الشبكات أو نظرية البيانات

تعتبر نظرية الشبكات إحدى الفروع الرياضيات والتي عرفت تطورا ملحوظا في السنوات الأخيرة حيث في البداية كانت امتدادا لنظرية الجموعات ولكن مع مرور الزمن تمكنت من اكتساب مصطلحات غنية خاصة بها نظرا لأهميتها واتساع مجالات تطبيقابها و منها :مسائل المرور و النقل،الحواسب ،الإعلام الآلي،الكيمياء العضوية ، علوم اجتماعية نمدجة العلاقات ، جدولة المشاريع.....الخ[1].

2-1- تعريف الشبكة:

تعرف الشبكة بأنها منظومة خطوط أو قنوات واصلة بين نقاط مختلفة، ونذكر كمثال على الشبكات: خطوط الإتصال، شبكات السكة الحديدية، و أنابيب النقل(Pipline) وشبكات الطرق، وخطوط الشحن البحري، والشبكات الجوية. وفي جميع هذه الشبكات نهتم بنقل سلعة محددة من نقط توريد معينة إلى نقاط الطلب.[2]

2-2- بناء شبكة :

تعتبر الخطوة الأولى لحل نموذج بإستخدام الشبكة هي ورسم الأنشطة بيانيا في شبكة تدفق، ويطلق على هذه المرحلة الوجه التخطيطي للمشروع. أي إعداد مسودة للخطة، ولكن قبل الشروع في بناء هذه الخطة توجد هناك عدة قواعد وشروط أساسية يجب أن نأخذها بعين الإعتبار.

أ- القواعد والشرط الأساسية لبناء الشبكة:[3]

[1] - **إلياس بن سبع ، استعمال الأساليب الكمية في إدارة النقل دراسة حالة شركة" نفطال"**، مذكرة مقدمة ضمن متطلبات نيل شهادة ماجستير في بحوث العمليات وتسيير المؤسسات جامعة أبو بكر بلقايد، تلمسان، 2009-2010، ص: 115.

[2] -صباح الدين بقه جي واخرون، **بحوث العمليات** ، المركز العربي للتعريب والترجمة والتأليف والنشر، دمشق، 1998، ص: 73.

[3] - سليمان مُحَّد مرجان،**بحوث العمايات**، الجامعة المقتوحة، طرابلس، 2002، ص:169.

- تبدأ الشبكة البيانية بالحادثة البدائية والتي لا يصلها أي سهم ونرمز لها بالرمز E، و تنهي بالحادثة النهائية والتي لا يخرج منها أي سهم، ونرمز لها بالرمز S،
- كل حادثة (دائرة) مرحلية يجب أن يصلها سهم (نشاط) واحد على الأقل ويخرج منها سهم واحد على الأقل، ويجوز أن يكون أكثر من ذلك.
- الارتباطات المجودة بين الطرق هي ذات وجهة واحدة.

ب- بعض المصطلحات الأساسية لبناء الشبكة:

سنحاول تقديم مفاهيم أهم المصطلحات التي سنستخدمها في هذا الفصل وأهمها:

ب1- البيان: البيان عبارة عن مجموعة من الخطوط المتصلة عن طريق نقط أو دوائر تسمى بالقمم، يعبر كل خط عن إختيار معين، وعليه فالبيان يتكون من مجموعتين من المحددات:

- المجموعة X تسمى بالقمم وهي عبارة عن نقاط أو دوائر صغيرة.
- المجموعة U عبارة عن خطوط أو أسطر تربط كل قمتين.
- إذا كانت مجموعة الخطوط أو الأسطر موجهة أي في شكل أسهم من القمة i إلى القمة j أو العكس، فإنها تسمى الأقواس الموجهة ويسمى اللبيان حينئذ بالبيان الموجه.
- أما إذا كانت مجموعة الخطوط غير موجهة، فإن تلك الخطوط تسمى بالأحرف ويسمى البيان حينئذ بالبيان غير الموجه.[1]

ويعبر عن البيان بالصيغة:[2]

$$G= \{X ,U\}$$

ب2- المسار: المسار هو تعاقب لأقواس متجاورة (نقول عن قوسين أنهما متجاورين إذا كان لهما حد مشترك) تمكننا من الإنتقال بصورة مستمرة من قمة لأخرى، ويتم التعبير عن المسار من خلال ذكر أقواسه أو الرؤوس التي تكونه (القمم)، أما طوله فهو عبارة عن عدد الأقواس التي يتكون منها.[3]

---

[1] - محمد راتول، **بحوث العمليات**،ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006، ص: 209.

[2] - السعدي رجال، **بحوث العمليات في الإدارة- المالية- التجلرة**، مرجع سبق ذكره، ص: 68.

[3] - إلياس بن سبع، مرجع سبق ذكره،ص: 119.

ب3- الدارة: هي مسار حيث أن نقطة الانطلاق ونقطة الوصول متطابقتين.

ب4 - تمثيل البيان: يمكننا تمثيل البيان بعدة طرق منها: التمثيل الشبكي، التمثيل بتطبيق، التمثيل بمصفوفة(مصفوفة مربعة)...

ب5- بيان تام: نقول عن البيان $G= \{X , U\}$ انه بيان تام اذا:

$$\forall xi, xj, (xi, xj)\in U \rightarrow (xi, xj)\in U$$

بتعبير أخر اذا كان بين القمتين مختلفتين يوجد على الأقل قوس في احد الاتجاهين نقول عن هذا البيان انه تام[1].

2- عرض الحل بطريقة الشبكة

لأن المسألة التي نسعى في غالب الأوقات إلى معالجتها فيما يخص النقل هي تحديد التدفق الأعظمي الواجب تحقيقه من E نحو : S

من أجل إيجاد الحل الأمثل لهذا النوع من المسائل يجب:[2]

- توصيف كل قوس $(u: "xi, xj")$ بطاقته (قدرته$C(i,j)$
- منح كل قوس القيمة$\emptyset (i,j)$ التي تسمى الجريان (الجريان يقابل هنا عدد المارين ، التعبئة، التدفق،...) وهي الكمية الني عبرت القوس الذي يربط الرأس xi وليكن $\emptyset u$
- الجريان(التدفق) على القوس يجب أن يحترم قيد الطاقة (القدرة) أي:

$$0 \leq \emptyset (u) \leq c(u)$$

لإيجاد التدفق الأعظمي(أي أكبر إرسال ممكن بين مجموعة من المنابع ومجموعة من المصبات تحت قيد محدودية طاقة نقل الأقواس في الشبكة) يتم إستخدام خوارزمية فورد –فلكرسون، هذه الخوارزمية تبحث عن إمرار أكبر كمية ممكنة من المادة المراد نقلها عبر الأقواس المحدودة الطاقة إلى النقطة Sدون اعتبار للتكاليف، والتي لا تظهر أصلا في الشبكة.[3]

[1] - نفس المرجع السابق، ص: 122.

[2] - السعدي رجال، **بحوث العمليات –الإدارة- المالية- التجارة**،مرجع سبق ذكره، ص: 81.

[3] - مُحَّد راتول، مرجع سبق ذكره،ص: 271.

ج- المرحلة الثالثة (التأشير)

❖ السلسلة المشبعة:

نقول عن سلسة أنها مشبعة:[1]

- إذا كان بين كل الأقواس المعبورة ذات الاتجاه المتماشي مع الأسهم يوجد على الأقل قوس بحيث:

$$\emptyset\ (Xi, Xi + 1) = C(Xi, Xi + 1)$$

- إذا كان بين كل الأقواس المعبورة ذات الاتجاه العكسي مع الأسهم يوجد على الأقل قوس بحيث:

يمكننا زيادة التدفق إذا وجدنا سلسلة غبر مشبعة من القمة إلى المخرج. من نعتمد عملية التأشير.

❖ التأشير:

إنطلاقا من التدفق التام، وبأسلوب الإجراء التتابعي، نقوم بتأشير وبصورة متتالية كل رؤوس البيان حيث يمكننا إيصال وحدة إضافية.

بعد ما حددنا السلسلة غير المشبعة نقوم بعملية التأشير كما يلي:

- نؤشر المدخل بالعلامة: +، (المدخل دوما مؤشر بـ: +)
- الرأس X_i تم تأشيره:

راعاة ضرورة تسوية الوضعية عند كل قمة بحيث تكون الكميات الداخلة تساوي الكميات الخارجة (قاعدة كورشوف)، ودون تجاوز قدرة نقل كل قوس

[1] - نفس المرجع السابق، نفس الصفحة.

فهرس المحتويات

العنوان	الصفحة
مقدمة	01
الفصل الأول: البرمجة الخطية	02
1- تعريف البرمجة الخطية.	02
2- فرضيات البرمجة الخطية.	02
3-بناء (صياغة) نموذج البرمجة الخطية	03
4-صيغ النماذج الخطية	05
5-طرق حل نموذج البرمجة الخطية	06
5-1- طريقة الحل البياني.	06
5-2- الطريقة الجبرية	07
5-3- طريقة السمبلكس	07
5-4- طريقة المتغيرات الإصطناعية	14
6-الثنائية	15
6-1- صياغة النموذج المقابل	15
7-تحليل الحساسية	17
7-1- تغير في معاملات دالة الهدف	19
7-2- تغير قيم الطرف الأيمن	20
7-3- إضافة قيد جديد	21
7-4- تغير معاملات القيود	21
7-5-إصافة متغير جديد	21
الفصل الثاني: مشاكل النقل	22
1- صياغة المشكلة	22
1-1-الصيغة الرياضية لمشاكل النقل	23
1-2- الطرق المستخدمة لمشاكل النقل	24
1-2-1- طريقة الركن الشمالي الغربي	24

1-3-2- طريقة أقل تكلفة	25
1-3-3- طريقة الجزاء (فوجيل)	26
1-4-إختبار مثلوية الحل	26
2- تمثيل مشكلة النقل بنظرية الشبكة	26
3- عرض الحل بطريقة الشبكة	29
فهرس المحتويات	31