2

المحـــــاضـــرة

مراحل صياغة مسألة البرمجة الخطيـة

1- شروط صياغة مسائل البرمجة الخطية (مسألة تعظيم- مسألة تخفيض).

2- صياغة نموذج رياضي لبعض مسائل البرمجة الخطية (أمثلة تطبيقية)

تمهيد:

إن أحد الاستخدامات الشائعة للبرمجة الخطية هو تحديد المزيج الإنتاجي، وتحدث هذه الحالة عند وجود منتجين أو أكثر تتنافس على كميات محددة من الموارد (قوى عاملة، مكائن، مواد أولية، أموال، مساحات....الخ)، فإذا كان هدف المؤسسة هو تحقيق أعلى ربح ممكن فإنه يجب أن تحدد الكميات التي ستنتجها من كل منتج أو ما يسمى بالمزيج الإنتاجي من أجل تحقيق ذلك الهدف.

1- شروط صياغة مسائل البرمجة الخطية (مسألة تعظيم- مسألة تخفيض): بعد أن يتم جمع المعومات اللازمة عن المشكلة البرمجة الخطي، ويقوم متخذ القرار أو خبير البرمجة الخطية المفروضة على الحل، " وتستخدم في غرفة الدرس مسائل مبسطة تتضمن عدة متغيرات لا تزيد في أغلب الأحيان عن أربعة متغيرات من أجل تسهيل التعامل مع النموذج، وحل المسألة بشكل يدوي، وفي الحياة العملية تستخدم برامج الحاسوب لحل مشاكل لمعقدة تحتوي أعدادًا كبيرة من المتغيرات، لأنه من المستحيل التعامل مع هذه المشاكل بشكل يدوي" (محمد و عيسى، 2007، صفحة 37)، وتتعامل الإدارة في أغلب الغالب مع نوعين من المسائل: تعظيم الأرباح وتقليل التكلفة، وفيما يلي بيان النموذج الرياضي في كل نوع من أنواع المسائل أعلاه.

1.1 دالة الهدف: تختلف الصيغة الرياضية لدالة الهدف في مسائل تعظيم الأرباح عنها في مسائل تقليل التكلفة نظرًا لاختلاف الهدف في كل منها.وفيما يلي إيضاح لطريقة صياغة دالة الهدف بشكله الرياضي في كل المسائل.

أ- مسائل تعظيم الأرباح: يرمز لدالة الهدف بالرمز "Z" ويضاف أمام هذا النوع من المسائل عبارة تدل على تعظيم الأرباح "Maximi Z" لتظهر بالطريقة التالية:

$$MaxZ = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 \cdots\cdots c_i \cdot x_i \cdots c_n \cdot x_n$$

حيث:

$(x_1, x_2 \cdots x_n)$:x_i عدد الوحدات المنتجة من المنتجات؛

$(c_1, c_2 \cdots c_n)$: c_i: وهي معامل رقمي يمثل ربح الوحدة الواحدة من المنتج.

مثال: مؤسسة تتعامل مع نوعين من كمبيوتر (بنتيوم3، بنتيوم4) وتريد أن تعظم أرباحها، حيث تربح في الجهاز الأول 30 دج، وتربح في الجهاز الثاني 50 دج، وفي هذه الحالة تكتب دالة الهدف:

$$MaxZ = 30x_1 + 50x_2$$

ويتبين من النموذج بأن المؤسسة باعت "x_1" من جهاز بنتيوم 3 لتتحصل منها على ربح مقداره $30x_1$ دج، وباعت "x_2" جهاز من بنتيوم 4 لتتحصل على ربح قدره $50x_1$,

نلاحظ أن مقدار الربح الإجمالي الذي تحققه المؤسسة من بيع جهازين يتغير كلما تغيرت قيمة "x_1"، وقيمة "x_2" والمؤسسة تهدف إلى تحقيق أكبر قدر ممكن من الأرباح مع الالتزام بالقيود أو الشروط المفروضة عليها، فلو باعت المؤسسة 100 جهاز من النوع الأول وباعت 200 جهاز من النوع الثاني، فإن الربح الذي تنتجه هو:

$$Z = 30x_1 + 50x_2 = 30 \times 100 + 50 \times 200 = 13000 \text{ دج}$$

ولو أن المؤسسة باعت 200 جهاز من النوع الأول، وباعت 100 جهاز من النوع الثاني، فإن مقدار الربح الذي تنتجه:

$$Z = 30x_1 + 50x_2 = 30 \times 200 + 50 \times 100 = 8000 \text{ دج}$$

ويتضح مما تقدم بأن المؤسسة تستطيع أن تلتزم بالقيود المفروضة على عملية البيع، وتحقق أكبر قدر ممكن من الأرباح.

ب- مسائل تقليل التكلفة: يرمز لدالة الهدف بالرمز "C" ويضاف أمام هذا النوع من المسائل عبارة تدل على تقليل التكلفة "Minimize coste" لتظهر بالطريقة التالية:

$$Minc = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 \cdots\cdots c_i \cdot x_i \cdots c_n \cdot x_n$$

مثال: مؤسسة تمتلك مستودعين من البضائع الجاهزة في منطقتين مختلفتين حتى تلبي طلبات العملاء في كل منطقة من المستودع الأقرب للعميل، فإذا كانت تكلفة نقل الوحدة الواحدة من المستودع الأول 5 دج في المتوسط.

$$Minc = 5x_1 + 7x_2$$

ويتبين من النموذج بأن المؤسسة نقلت "x_1" وحدة من المستودع الأول تكلفتها $5x_1$ دج، ونقلت "x_2" وحدة من المستودع الثاني تكلفتها $7x_2$دج ونلاحظ بأن مقدار التكلفة الإجمالي الذي تتكبده المؤسسة من نقل الوحدات من المستودعين تتغير كلما تغيرت قيمة "x_1" وقيمة "x_2" والمؤسسة تهدف إلى تخفيض هذه التكلفة إل أقل قدر ممكن مع الالتزام بالقيود والشروط المفروضة عليها، فلو نقلت المؤسسة 10 وحدات من المستودع الأول، ونقلت 200 وحدة من المستودع الثاني فإن تكلفة النقل كلية هي:

$$Minc = 5x_1 + 7x_2 = 5 \times 100 + 7 \times 100 = 1900_{\text{دج}}$$

فلو نقلت المؤسسة 100 وحدة من المستودع الأول، ونقلت 200 وحدة من المستودع الثاني فإن كلفة النقل الكلية هي:

$$Minc = 5x_1 + 7x_2 = 5 \times 200 + 7 \times 100 = 1700_{\text{دج}}$$

ويتضح مما تقدم بأن المؤسسة تستطيع أن تلبي حاجات الزبائن من المستودعين بطريقة تكون معها تكلفة النقل الكلية أقل ما يمكن.

2.2 القيود: كما ذكرنا سابقًا تتمثل القيود في موارد محددة يتنافس على استغلالها واستخدامها مجالات مختلفة، ويأتي التعبير عنها في مشكلة البرمجة الخطية من خلال المتاح من الموارد، بمعنى أننا نعظم أو نقلل المتغيرات الداخلة ضمن دالة الهدف في ظل قيود تتمثل في موارد محدودة.

أ- بالنسبة مسألة تعظيم الأرباح: تنحصر مهمة متخذ القرار في التخطيط لإنجاز مهمة الحصول على أكبر قدر ممكن من الأرباح، وبموجب ذلك تتشكل القيود في هذه المسائل محددات تمنع زيادة الأرباح إلى مالا نهاية، لأن محدودية الموارد لا تؤهل أي جهة كانت لتحقيق مقدار لا نهائي من الأرباح ولا بد من سقف للأرباح لا تتجاوزه ليتناسب مع موارد المؤسسة المحدودة، وتضمن القيود المفروضة على هذا النوع من المسائل بقاء الأرباح دون هذا السقف، وتكون القيود كما يلي:

$$\begin{array}{c}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \cdots\cdots\cdots a_n x_n \leq b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \cdots\cdots\cdots a_n x_n \leq b_2 \\
\vdots \qquad\qquad \vdots \\
\vdots \qquad\qquad \vdots \\
\vdots \qquad\qquad \vdots \\
a_{m_1}x_1 + a_{m_2}x_2 \cdots\cdots\cdots a_m x_n \leq b_m
\end{array}$$

وبذلك تكون الصيغة الرياضية للقيد المفروض في مسألة تعظيم الربح على شكل متباينة تتضمن إشارة $\leq$ وقد تكون على شكل معادلة خط مستقيم.

أمثلة:

*تمتلك مؤسسة 250 وحدة فقط من المادة الأولية، ولا تستطيع أن تزيد هذه الكمية المتوفرة أو تتجاوزها، هذه المادة تدخل في تركيبة منتجين (x1,x2)، حيث يستهلك "x_1" وحدتين من هذه المادة، ويستهلك "x_2" 3 وحدات منها.

يكون القيد كالتالي: $2x_1 + 3x_2 \leq 250$

*تمتلك مؤسسة 1200 وحدة من المادة الأولية ولا تستطيع أن تزيد هذه الكمية المتوفرة أو تتجاوزها، وتدخل هذه المادة في تركيب ثلاثة منتجات (x_1,x_2,x_3) حيث يحتاج "x_1" إلى 5 وحدات، و"x_2" يحتاج إلى وحدتين، و"x_2" يحتاج إل وحدة واحدة.

ويكون القيد كتالي: $$5x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1200$$

* تمتلك مؤسسة 72 وحدة من المادة الأولية لا تستطيع زيادتها ويتوجب عليها أن تستهلك كامل الكمية في إنتاج السلعتين(x_1,x_2)، حيث يحتاج "x_1" إلى وحدة واحدة، و"x_2" إلى 4 وحدات.

$$x_1 + 4x_2 = 72$$

ملاحظة: قد نجد في بعض مسائل تعظيم الأرباح قيدًا على شكل متباينة تتضمن إشارة ($\geq$) وهذه الحالات تعبر عن قيد أو قيود خص: (الكمية التي يجب أن تتوفر في السوق، الدخل الذي يجب أن تتحصل عليه...الخ).

ب- مسائل تقليل التكلفة: يعني ذلك أن الحد الأعلى للتكلفة كبير جدا وتنحصر مهمة متخذ القرار في التخطيط لإنجاز المهمة بأقل مقدار ممكن من التكلفة، إذ لا بد من أرضية للتكلفة لا تقل عنها بما يتناسب مع مستويات الأسعار السائدة في السوق، وتضمن القيود المفروضة على هذا النوع من المسائل عدم انخفاض التكلفة على المستوى الأدنى لها.وتكون القيود كما يلي:

$$\begin{array}{l}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \cdots\cdots\cdots a_n x_n \geq b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \cdots\cdots\cdots a_n x_n \geq b_2 \\
\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\
\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\
\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\
a_{m_1}x_1 + a_{m_2}x_2 \cdots\cdots\cdots a_m x_n \geq b_m
\end{array}$$

وبذلك تكون الصيغة الرياضية للقيد المفروض في مسألة تقليل التكلفة على شكل متباينة تتضمن إشارة $\geq$ وقد تكون على شكل معادلة خط مستقيم.

مثال:

* تنتج مؤسسة ثلاث منتجات (X_1,X_2,X_3)تستغرق في ذلك 1200 وحدة على الأقل ويستغرق المنتج الأول "X_1" ساعة واحدة والمنتج الثاني "X_2"ساعتين والمنتج الثالث"X_3" 5 ساعات على التوالي:

ويكون القيد: $$5x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1200$$

* تنتج المؤسسة منتجين(X_1,X_2) لإتمام العملية يجب أن يستغرق العمال في عملية الإنتاج 72 ساعة عمل كاملة لا زيادة ولا نقصان، حيث يستغرق المنتج الأول ساعة واحدة والمنتج الثاني 4 ساعات.

ملاحظة: قد نجد في بعض مسائل تخفيض التكلفة قيدًا على شكل متباينة تتضمن إشارة $\leq$

نظرية:

لبناء نموذج رياضي لمسألة البرمجة الخطية، يلتزم متخذ القرار أو خبير البرمجة الخطية ، يلتزم متخذ القرار أو خبير البرمجة الخطية عند تصميم النموذج الرياضي للمشكلة بالخطوات التالية:

- تحديد متغيرات القرار التي تتعلق عادة بكميات معينة من المدخلات أو المخرجات وإعطاؤها رموزًا (x_1,x_2,x_3......)؛

- تحديد دالة الهدف والتي تحتوي على رموز متغيرات القرار (x_1,x_2,x_3......) وتكون هذه الرموز ذات معاملات (الأرقام التي تسبق الرموز) ونشير إلى ربح وحدة واحدة في مسائل تعظيم الربح، أو نشير إلى تكلفة الوحدة الواحدة في مسائل تقليل التكلفة؛

- تحديد القيود المفروضة على البدائل المتاحة أمام متخذ القرار وصياغتها بشكل تعبير رياضي، حيث يرتبط كل قيد من القيود بصيغة رياضية إما على شكل معادلة، أو على شكل متباينة، كما هو مبين من خلال الصيغة العامة للبرمجة الخطية؛

- تحديد المعلمة والتي تشكل كميات عددية تر فق الصيغة الرياضية؛

- كتابة شرط عدم السلبية فمن الناحية العملية لا يمكن أن تكون قيمة أحد المتغيرات (x_1,x_2,x_3......) سالبة

2-صياغة نموذج رياضي لبعض مسائل البرمجة الخطية (أمثلة تطبيقية): سنستخدم بعض النماذج التي تبين طبيعة البرمجة الخطية، ونقوم بصياغتها بشكل رياضي مما يتيح إبراز الصياغة الرياضية للبرمجة الخطية.

مثال: على قطعة أرض معينة نود أن نبني عدة مساكن، ونود أن تكون بعض هذه المباني ذات أدوار خمسة والبعض الآخر ذات دورين، والمعطيات مبينة في الجدول التالي:

أنواع المباني	تكلفة المبنى الواحد	ساعات العمل اللازمة لكل مبنى	المساحة اللازمة لكل مبنى	عدد السكان في المبنى الواحد
مباني ذات 5 أدوار(x_1)	600000	120	800	30
مباني ذات دورين (x_2)	200000	60	600	12

كما أن المبلغ المتوفر هو: 18000000 دج وساعات العمل المتاحة 4500 ساعة عمل، ومساحة الأرض الكلية تبلغ 42000 م^2.

المطلوب: قم بصياغة نموذج رياضي لمسألة البرمجة الخطية كي تستوعب المباني **أكبر عدد** من السكان؟

- صياغة نموذج رياضي للمسألة:

من خلال المسألة نلاحظ أن المؤسسة ترغب في بناء نوعين من المباني وتكون بذلك متغيرات القرار كما يلي:

x_1: مباني ذات 5 أدوار؛

x_2: مباني ذات دورين.

* دالة الهدف من نوع تعظيم : استعاب المبنى أكبر عدد من السكان إذن دالة الهدف هي تعظيم وتظهر بالشكل التالي:

$$\text{Minc} = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

*القيود: تظهر لنا في المسألة ثلاثة قيود:

قيد المساحة المباني: $800x_1 + 600x_2 \leq 42000$

قيد ساعات العمل: $120x_1 + 60x_2 \leq 4500$

قيد المبلغ المتوفر لشراء المباني: $600000x_1 + 200000x_2 \leq 18000000$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

ومنه يظهر النموذج بالشكل التالي:

$$MaxZ = 30x_1 + 12x_2$$

$$\begin{cases} 800x_1 + 600x_2 \leq 42000 \\ 120x_1 + 60x_2 \leq 450 \\ 600000x_1 + 200000x_2 \leq 18000000 \\ \qquad x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

أ- نموذج مسألة التغذية: فمثلا تود إدارة الخدمات في إحدى المؤسسات تأمين وجبة غذائية من قائمة تحتوي على الأطعمة التالية "الحليب، لحم، بيض"، وتحتوي على الفيتامينات التالية "A,b ,C" والكميات كم يبينها الجدول التالي:

الفيتامينات	كمية الفيتامين المتوفرة في وحدة الطعام			كمية الفيتامين التي يجب توفرها
	حليب	لحم	بيض	
فيتامين A	10	15	10	20
فيتامين B	100	10	10	50
فيتامين C	10	100	10	10
تكلفة الوحدة	2	3	1	

المطلوب: قم بصياغة نموذج الرياضي لمسألة البرمجة الخطية للحصول على الوجبة بأقل تكلفة؟

صياغة نموذج رياضي للمسألة:

من خلال المسألة نلاحظ أن إدارة خدمات المؤسسة ترغب في تأمين وجبة غذائية متكونة من ثلاثة أطعمة وتكون بذلك متغيرات القرار كما يلي:

x_1: عدد وحدات الحليب؛

x_2: عدد وحدات اللحم؛

x_3: عدد وحدات البيض؛

* دالة الهدف من نوع تخفيض : تكوين الوجبة بأقل تكلفة إذن دالة الهدف هي تخفيض فتظهر دالة الهدف بالشكل التالي:

$$MaxZ = c_1x_1 + c_2x_2 + c_2 \cdot x_3 = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

*القيود: تظهر لنا في المسألة ثلاثة قيود:

قيد الفيتامين A: $10x_1 + 15x_2 + 10x_3 \geq 20$

قيد الفيتامين B: $100x_1 + 10x_2 + 10x_3 \geq 50$

قيد الفيتامين C: $10x_1 + 100x_2 + 10x_3 \geq 10$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

ومنه يظهر النموذج بالشكل التالي:

$$Minc = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

$$\begin{cases} 10x_1 + 15x_2 + 10x_3 \geq 20 \\ 100x_1 + 10x_2 + 10x_3 \geq 50 \\ 10x_1 + 100x_2 + 10x_3 \geq 10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

ب- نموذج مسألة الإنتاج : وهو النموذج الأكثر شيوعًا فمثلاً تقوم مؤسسة بإنتاج نوعين من المنتجات البلاستكية، حيث يحقق المنتج الأول ربحا قدره 17 دج، بينما المنتج الثاني يحقق ربحا قدره 23 دج، وتستخدم في هذه العملية مادتين أوليتين، حيث إنتاج وحدة واحدة من المنتج الأول "x_1" يتطلب 3 كغ من المادة الأولى و5 كيلوغرام من المادة الثانية ويحتاج إنتاج وحدة واحدة من المنتج الثاني "x_2" 2 كغ من المادة الأولى، و6 كلغ من المادة الثانية، وتمتلك المؤسسة في مخزنها 7200 كغ من المادة الأولية الأولى، 15800 كغ من المادة الأولية الثانية.

المطلوب: قم بصياغة نموذج رياضي لمسألة البرمجة الخطية إذا أرادت المؤسسة تعظيم أرباحها؟

- صياغة نموذج رياضي لمسألة البرمجة الخطية:

من خلال المسألة نلاحظ أن المؤسسة ترغب في إنتاج نوعين من المنتجات وتكون بذلك متغيرات القرار كما يلي:

x_1: عدد المنتج الأول؛

x_2: عدد وحدات المنتج الثاني؛

دالة الهدف: دالة هدف من نوع تعظيم تظهر كما يلي:

$$MaxZ = c_1x_1 + c_2x_2 = 17x_1 + 23x_2$$

*القيود: يمكن الاستعانة بالجدول الموالي لإعداد النموذج الرياضي:

المادة الأولية / المنتجات	المنتج الأول "x_1"	المنتج الثاني "x_2"	الطاقة المتاحة
المادة الأولية "m_1"	3	2	7200
المادة الأولية "m_2"	5	6	15800
ربح الوحدة الواحدة	17 دج	23 دج	

ومنه تظهر القيود كما يلي:

قيد المادة الأولية m_1: $3x_1 + 2x_2 \leq 7200$

قيد المادة الأولية m_2 : $5x_1 + 6x_2 \leq 15800$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

ومنه يظهر النموذج بالشكل التالي:

$$MaxZ = 17x_1 + 23x_2$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 7200 \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 15800 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

مثال: تنتج مؤسسة منتجين (طاولات وكراسي)، يمران على ورشتي إنتاج، ورشة النجارة وورشة الطلاء، فتحتاج الطاولة الواحدة 4 ساعات في ورشة النجارة وساعتين في ورشة الطلاء، أما الكرسي الواحد فيحتاج إلى 3 ساعات في ورشة النجارة وساعة واحدة في ورشة الطلاء تقدر الطاقة المتاحة لورشة النجارة 240 ساعة، وورشة الطلاء 100 ساعة، كل طاولة تباع تأتي بربح قدره 70 دج، وكل كرسي يباع يأتي بربح قدره 500 دج.

المطلوب: قم بصياغة نموذج رياضي لمسألة البرمجة الخطية في حالة تعظيم الربح؟

* صياغة النموذج الرياضي لمسألة البرمجة الخطية:

من خلال المسألة نلاحظ أن المؤسسة ترغب في إنتاج منتجين وتكون بذلك متغيرات القراركما يلي:

x_1: عدد وحدات من الطاولات؛

x_2: عدد وحدات من الكراسي؛

دالة الهدف: دالة هدف من نوع تعظيم تظهر كما يلي:

$$\text{MaxZ} = c_1x_1 + c_2x_2 = 17x_1 + 23x_2$$

*القيود: يمكن الاستعانة بالجدول الموالي لإعداد النموذج الرياضي:

المادة الأولية / المنتجات	الطاولات "x_1"	الكراسي "x_2"	الطاقة المتاحة
ورشة النجارة	4	3	240
ورشة الطلاء	2	1	100
ربح الوحدة الواحدة	70 دج	500 دج	

ومنه تظهر القيود كما يلي:

قيد ورشة النجارة: $4x_1 + 3x_2 \leq 7200$

قيد ورشة الطلاء : $2x_1 + x_2 \leq 15800$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

ومنه يظهر النموذج بالشكل التالي:

$$\text{MaxZ} = 70x_1 + 500x_2$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 240 \\ 2x_1 + x_2 \leq 100 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

مثال: تنتج مؤسسة ثلاثة منتجات (الكراسي، الطاولات، الخز ائن)، تستعمل مادتين أوليتين حيث يحتاج الكرسي الواحد 3 كغ من المادة الأولى و2 كغ من المادة الثانية، بينما تحتاج طاولة واحدة 4 كغ من المادة الأولى و1 كغ من المادة الثانية، في حين الخز انة الواحدة تحتاج 2 كغ من المادة الأولى و2 كغ من المادة الثانية، يستغرق إنتاج الكرسي الواحد 4 ساعات، والطاولة الواحدة 5 ساعات، بينما الخز انة الواحدة تحتاج 4 ساعات، ويتوفر في المؤسسة 57 كغ من المادة الأولى و27 كغ من المادة الثانية، أما الوقت المتاح لإنتاج المنتجات الثلاث لا يتجاوز 73 ساعة.

المطلوب: إذا علمت أنَّ ربح الوحدة الواحدة من الكراسي، الطاولاتين الخز ئن يقدر بـ: 160 دج، 210 دج، 100 دج على التوالي، قم بصياغة نموذج لرياضي لمسألة البرمجة الخطية إذا أرادت المؤسسة تعظيم أرباحها؟

* صياغة النموذج الرياضي لمسألة البرمجة الخطية:

من خلال المسألة نلاحظ أن المؤسسة ترغب في إنتاج ثلاث منتجات وتكون بذلك متغيرات القراركما يلي:

x_1: عدد وحدات الكراسي؛

x_2: عدد وحدات الطاولات؛

x_3: عدد وحدات الخز ئن؛

دالة الهدف: دالة هدف من نوع تعظيم تظهر كما يلي:

$$MaxZ = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 = 160x_1 + 210x_2 + 100x_3$$

*القيود: يمكن الاستعانة بالجدول الموالي لإعداد النموذج الرياضي:

المادة الخام / المنتجات	كمية المادة الخام اللازمة لإنتاج وحدة الواحدة من كل منتج			كمية المادة الأولية المتوفرة
	الكرسي	الطاولة	الخز ئة	
المادة الأولية الأولى	3	4	2	57
المادة الأولية الثانية	2	1	2	27
ساعات العمل	4	5	4	73
ربح كل وحدة	160	210	100	

ومنه تظهر القيود كما يلي:

قيد المادة الأولية الأولى: $3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 57$

قيد المادة الأولية الثانية : $2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 27$

قيد ساعات العمل : $4x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 73$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

ومنه يظهر النموذج بالشكل التالي:

$$MaxZ = 160x_1 + 210x_2 + 100x_3$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 57 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 27 \\ 4x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 73 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$