Université Larbi ben m'hidi, Oum el Bouaghi
Faculté de SE et SNV **Département de MI**
Master 1 Mathématique **Option : Mathématiques Appliquées**
Module: Programmation Linéaire **Par: Dr. OUSSAEIF Taki Eddine**

Série TD 1 : Modélisation de problèmes pratiques

Exercice 1: "Problème de production" Une usine fabrique trois sortes de pièces (p_1, p_2, p_3) à l'aide de deux machines (M_1, M_2). Chaque pièce en cours de fabrication doit passer successivement sur les deux machines dans un ordre indifférent et pendant les temps suivants (en minutes).

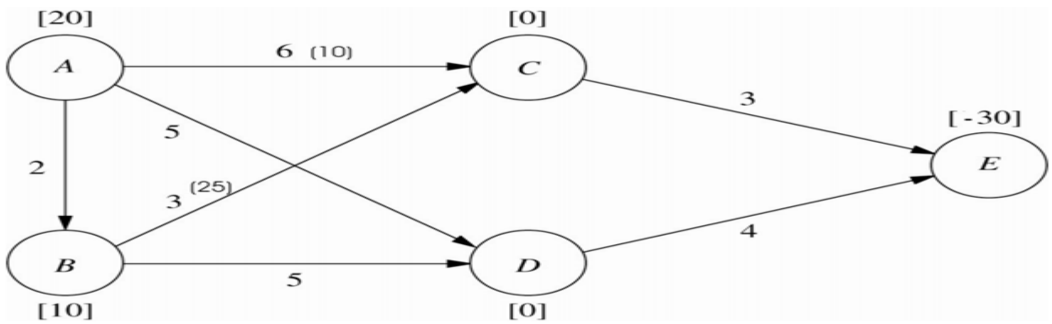
Machines	Temps d'usinage (minutes par pièce)		
	p_1	p_2	p_3
M_1	2	4	3
M_2	6	12	13

La machine M_1 est disponible 8 heures, la machine M_2 est disponible 10 heures. Le profit réalisé sur une pièce p_1 est de 50 DA, sur une pièce p_2 est de 80 DA, celui réalisé sur une pièce p_3 est de 60 DA.
Combien doit-on fabriquer de pièces p_1, p_2 et p_3 pour avoir un profit total maximum ?. Donner un modèle mathématique du problème.
Exercice 2: "Problème de Mélange" Il faut mélanger trois gaz de telle manière que le gaz mixte soit le plus bon marché que possède un pouvoir calorifique entre plus de 1700 et 2000 $k.cal/m^3$ et un taux de sulfure au plus de 2,8 g/m^3. Indications sur les trois gaz :

Gaz	Pouvoir calorifique en $k.cal/m^3$	Taux de sulfure en g/m^3	Prix en DA
1	1000	6	100
2	2000	2	250
3	1500	3	200

Ecrire le modèle mathématique de ce problème.
Exercice 3: "Problème de découpe" Une usine a reçu des plaques de métal d'une largeur de 200 cm et d'une longueur de 500 cm. Il faut en fabriquer au moins 30 plaques de largeur de 110 cm, 40 plaques de largeur de 75 cm et 15 plaques de largeur de 60 cm.
Donner le modèle mathématique pour que les déchets soient les plus petits possibles.
Exercice 4: "Problème de fabrication" Une usine peut fabriquer quatre sortes de bureaux. La fabrication requiert un certain temps de travail dans l'atelier des composants, un certain temps de travail dans l'atelier d'assemblage et un certain temps dans l'atelier de finition. Ces temps sont donnés par :

Bureaux	Composants	Montage	Finition
A	1	2	0
B	3	1	1
C	1	2	4
D	1	1	1



« **Figure *** »

Le profit réalisé sur la vente de chacun de ces bureaux est respectivement de 900 DA, 1800 DA, 1400 DA et 450 DA. On désire maximiser le profit sachant qu'on ne dispose que de 4500, 4000 et 3000 unités de travail dans les ateliers de composants, de montage et de finition respectivement. Ecrire le problème linéaire correspondant à ce problème.

Exercice 5: "Problème de transport" Une ville A produit quotidiennement 500 tonnes d'ordures ménagères, une autre ville B produit 400 tonnes. Les ordures doivent être incinérées à l'incinérateur 1 ou à l'incinérateur 2 qui peuvent traités respectivement jusqu'à 500 tonnes par jour. Le coût de l'incinération des ordures est de 40 DA par tonne à l'incinérateur 1, et de 30 DA la tonne à l'incinérateur 2. L'incinération des ordures réduit chaque tonne de déchets à 0.2 tonne de débris, qui seront enfouis dans deux terrains vagues. Chaque terrain vague peut recevoir au plus 200 tonnes de débris par jours. Il coûtera 3 DA le kilomètre pour transporter une tonne de déchets (ordures ou débris). Les distances entre les différents lieus sont données par le tableau ci-dessous.

Formuler ce problème comme celui de la programmation linéaire pour minimiser le coût total de prélèvement des ordures ménagères des deux villes A et B.

	Incinérateur 1	Incinérateur2
Ville A	30	5
Ville B	36	42
Terrain Vague1	5	9
Terrain Vague2	8	6

Exercice 6: "Problème du flot de coût minimum"

Considérez le graphe orienté " **Figure *** "ci-dessus, pour lequel: Sur chaque arc (i, j) la valeur correspond au coût unitaire c_{ij}. La valeur entre parenthèses sur deux des arcs, (A, C) et (B, C) correspond à la capacité u_{ij} (les autres arcs sont à capacité infinie); La valeur en chaque sommet i correspond à b_i (> 0; s'il s'agit d'un sommet d'offre; < 0, s'il s'agit d'un sommet de demande; $= 0$, s'il s'agit d'un sommet de transfert). Lorsqu'un arc est emprunté pour transporter du flot, un coût fixe de 100 est encouru. Le problème consiste à assurer le transport du flot des sommets d'offre, A et B, vers le sommet de demande, E, de façon à minimiser le coût total, composé des coûts de transport du flot et des coûts fixes.

a) Pour chaque arc, déteminez une borne supérieure (laplus petite possible) sur le flot pouvant circuler sur cet arc.

b) Formulez ce problème à l'aide d'un modèle de programmation en nombres entiers, en utilisant les bornes supérieures déterminées en **a**.