Comportement thermomécanique

Considérons un matériau orthotrope dans les conditions d'un état de contraintes planes soumis à une différence de température ΔT. Si on doit tenir compte des déformations dues à la variation de température, la loi de comportement en termes de constantes de souplesse s'écrit :

$$\{\varepsilon\}_{(1,2)} = [S]\{\sigma\}_{(1,2)} + \Delta T\,\{\alpha\}_{(1,2)}$$

Cette équation représente la loi de Hook – Duhamel généralisée ;
Le terme $\{\boldsymbol{\alpha}\}_{(1,2)}$ s'exprime par :

$$\{\alpha\}_{(1,2)} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Avec $\boldsymbol{\alpha}_1$ et $\boldsymbol{\alpha}_2$ les coefficients de dilatation thermique de l'unidirectionnel suivant le sens long et le sens travers respectivement.

Ecriture de loi de Hook – Duhamel hors des axes d’orthotropie

Sachant que :

$$\{\varepsilon\}_{(1,2)} = [T']\{\varepsilon\}_{(x,y)} \quad \text{et} \quad \{\sigma\}_{(1,2)} = [T]\{\sigma\}_{(x,y)}$$

On démontre aisément que :

$$\boxed{\{\varepsilon\}_{(x,y)} = \left[\overline{S}\right]\{\sigma\}_{(x,y)} + \Delta T\,\{\alpha\}_{(x,y)}}$$

Tel que :

$$\{\alpha\}_{(x,y)} = \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} \alpha_x &= \cos^2\theta.\alpha_1 + \sin^2\theta.\alpha_2 \\ \alpha_x &= \sin^2\theta.\alpha_1 + \cos^2\theta.\alpha_2 \\ \alpha_{xy} &= 2\cos\theta\sin\theta\left(\alpha_2 - \alpha_1\right) \end{aligned}$$