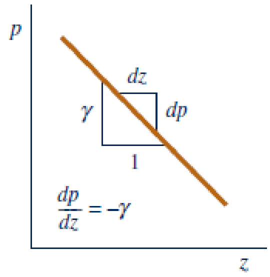
Résumé du chapitre II : Statique des fluides

- **Pression** :

Le terme pression est utilisé pour indiquer la force <u>normale</u> par unité de surface en un point et qui agit sur un plan dans la masse du fluide en question. La pression dans un point d'un fluide en stagnation est indépendante de la direction, c'est la loi de Blaise Pascal.



On démontre que $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ et $\frac{\partial p}{\partial z} = -\gamma$

Ces équations montrent que la pression ne varie pas dans les plans horizontaux, donc l'équation est : $\frac{dp}{dz} = -\gamma$

<u>Si le fluide est incompressible</u> ***ρ=cste*** partout, on peut aussi considérer *g* comme constante et donc $\gamma = \rho g = cste$, on intègre $\int_{p_1}^{p_2} dp = -\gamma \int_{z_1}^{z_2} dz$ d'où $p_2 - p_1 = -\gamma(z_2 - z_1)$ ou bien $p_1 - p_2 = \gamma(z_2 - z_1)$. La distribution de pression augmente avec la profondeur $h = z_2 - z_1$.

La différence de pression peut être spécifiée par $h = \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$ et on la note par « élévation ». Cette équation montre aussi que la pression ne dépend pas du volume ou la forme du réservoir ou récipient, elle ne dépend que de *h*.

<u>Si le fluide est compressible</u>, on prend le cas d'un gaz parfait ou $\rho = \frac{P}{RT}$, $\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = \ln \frac{p_2}{p_1} = -\frac{g}{R} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{T}$ si la température ne varie pas en fonction de la hauteur z (isotherme), on aura $p_2 = p_1 exp\left[-\frac{g(z_2 - z_1)}{RT_0}\right]$.

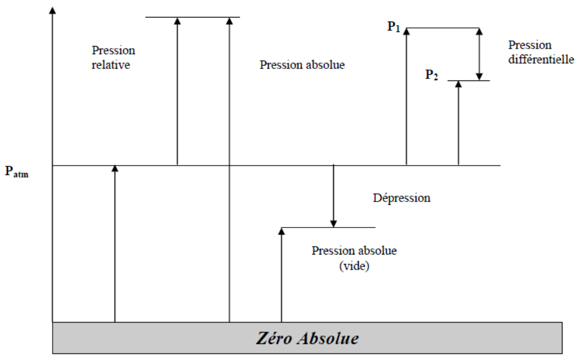
- **Mesure de la pression**

Généralement, on utilise trois types de pressions, la pression absolue, effective ou relative et atmosphérique. Celle absolue est la somme des deux autres :

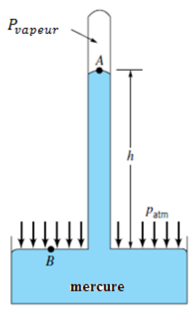
$$P_{abs} = P_{atm} + P_{eff}$$

La pression atmosphérique est donnée par un baromètre

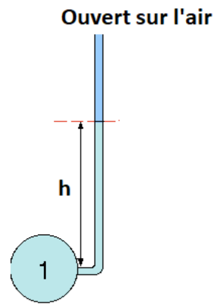
$$P_B = \rho g h + P_A \rightarrow P_{atm} = \rho g h + P_{vapeur} \approx \rho g h$$



<u>Les différents types de pression</u>



La pression effective est mesurée par un manomètre formé par un tube piézométrique, par exemple :



- $P_{abs1} = P_{atm} + \rho g h$

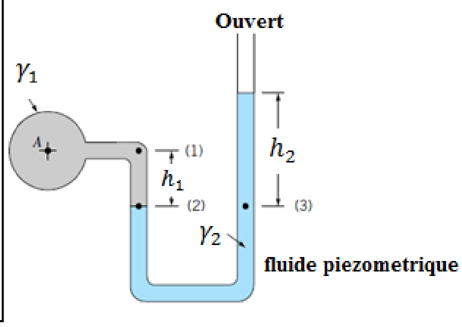
$P_{eff} = P_{abs1} - P_{atm} = \rho g h$

$P_{eff} = P = \rho g h$

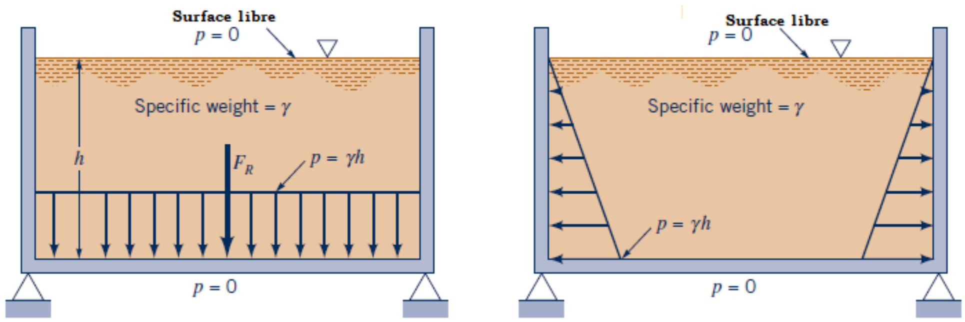
- $P_{absA} = P_{atm} + \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$

$P_A = P_{absA} - P_{atm} \rightarrow P_A = g(\rho_2 h_2 - \rho_1 h_1)$

$P_A + \sum_{descendant} \rho_i g h_i - \sum_{montant} \rho_i g h_i = P_B$



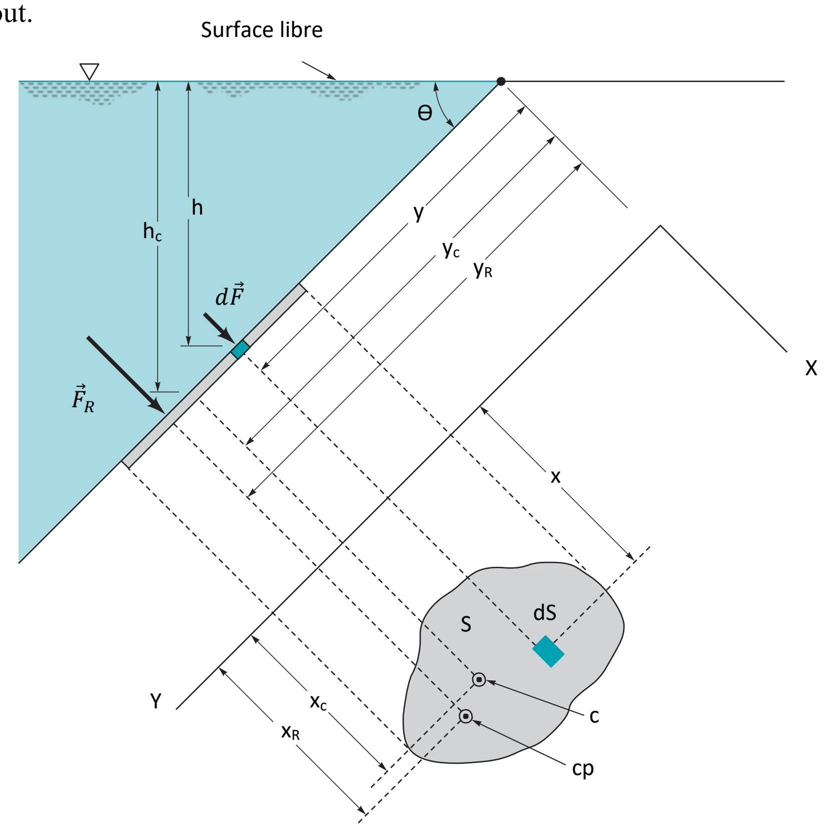
Lorsqu'une surface est submergée dans un fluide, des forces se développent sur la surface due à la pression du fluide. Pour le cas (a) $F_R = pS = \gamma h S$, elle est appliquée au centre de gravité de S.



(a) Pression en bas du réservoir

(b) Pression sur le côté du réservoi

Détermination de la force hydrostatique et son point d'application : Soit une surface S inclinée avec un angle ϴ soumise à la pression d'un liquide de masse volumique ρ, la pression ambiante étant P_{atm} partout.



a) Calcul de la valeur de la force F_R:

La force résultante est $F_R = \int_S dF = \int_S \rho g h dS$ avec $h = y sin\theta$

D'où $$F_R = \int_S \rho g y sin\theta dS = \rho g sin\theta \int_S y dS$$

L'intégrale $\int_S ydS$ représente le moment du premier ordre de la surface (barycentre) calculé par rapport à l'axe *x*. On écrit $\int_S yds = y_c S$ avec y_c la coordonnée *y* du barycentre de la surface *S* par rapport à l'axe x et qui passe par *O*, on a donc : $F_R = \rho g sin\theta y_c S$ Puisque $h_c = sin\theta y_c$

$$F_R = \rho g h_c S$$

a) Calcul de la position de la force F_R:

Commençant par la direction *Y*, la position de F_R est obtenue par le calcul du moment :

$$F_R\, y_R = \int_S ydF = \int_S \rho g y^2 sin\theta dS \text{ car } dF = \rho g y sin\theta dS$$

En remplaçant F_R par sa valeur $F_R = \rho g sin\theta y_c S$ cela donne $\rho g sin\theta y_c S y_R = \int_S \rho g y^2 sin\theta dS$

on obtient $y_R = \frac{\int_S y^2 dS}{y_c S}$, l'intégrale $\int_S y^2 dS$ est dite moment quadratique de la surface S (moment d'inertie) par rapport à l'axe OX, elle est notée I_x, on a donc $\boldsymbol{y_R = \frac{I_x}{y_c S}}$

Il est plus commode d'écrire le moment quadratique I_x par rapport à un axe qui passe par le barycentre de la surface *S* noté par I_{xc}. La position y_R est calculée en fonction de I_{xc} en utilisant la relation $I_x = I_{xc} + y_c^2 S$, cela donne : $\boldsymbol{y_R = y_c + \frac{I_{xc}}{y_c S}}$

Sauf pour les surfaces horizontales, on voit que la force résultante ne passe pas par le barycentre mais au-dessous car $\frac{I_{xc}}{y_c S} > 0$.