

## الفصل الاول : تحليل سلوك المستهلك

## 1- تحليل سلوك المستهلك باستخدام نظرية المنفعة المقاسة L'Utilité Cardinale

## 1-1-1- مدخل لنظرية المنفعة :

بعد ان أخذنا نظرة بسيطة على بعض المفاهيم الاقتصادية ، سنحاول في هذا الفصل التعمق في تحليل احدى قوى السوق و هي الطلب عن طريق دراسة سلوك المستهلك. و بما ان سلوك الانسان تحكمه متغيرات كثيرة لا يمكن حصرها، فقد بسطنا دراستنا عن طريق وضع مجموعة من الفرضيات.

## 1-1-1-1 فرضيات النظرية:

- للمستهلك هدف هو تعظيم منفعته و قيد هو دخله المحدود ؛
- امكانية قياس المنفعة بوحدة تسمى وحدة منفعة؛
- تناقص المنفعة الحدية و تزايد المنفعة الكلية؛
- المنفعة الحدية للنقود ثابتة لكل فرد؛
- المنفعة الكلية هي دالة بالنسبة لكميات المستهلكة من السلع المختلفة.

## 1-1-1-2 المنفعة الكلية : L Utilité Totale

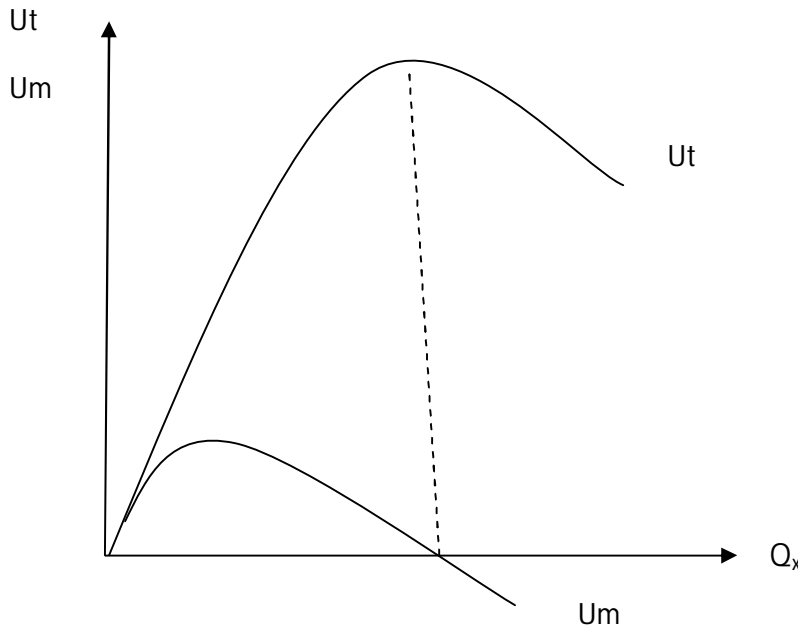
و تمثل الاشباع الكلي و المستمر و الناتج عن استهلاك كميات مختلفة من السلع، و تتناسب تناسباً طردياً مع هذه الكميات. فهي تعتبر كدالة بالنسبة للكميات المختلفة و تكتب كما يلي :

$$U=f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$$

حيث تمثل U المنفعة الكلية و  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  الكميات المختلفة من السلع و f دالة.

### 1-1-3- المنفعة الحدية : L' Utilité marginale

هي المنفعة التي يحصل عليها المستهلك نتيجة لاستهلاكه وحدة اضافية واحدة من سلعة ما، و هي ايضا التغير في المنفعة الكلية و الناتج عن التغير في الكمية المستهلكة من سلعة ما بوحدة واحدة، و المنفعة الحدية متناقصة، فمثلا منفعة الكأس الاول من الماء الذي نشربه اكبر من منفعة الكأس الثاني و منفعة هذا الاخير اكبر من منفعة الكأس الثالث و هكذا، و هو ما نسميه بقانون تناقص المنفعة الحدية او القانون الاول لقوسن (1810-1858) Hermann Heinrich Gossen و الشكل التالي يبين ذلك:



نلاحظ ان المنفعة الكلية متزايدة و المنفعة الحدية متناقصة، و ان المنفعة الكلية تصل الى اعظم قيمة لها لما تكون المنفعة الحدية مساوية للصفر.

مثال:

لديك المنفعة الكلية لفرد ما حسب الكميات المستهلكة حيث تمثل Q الكميات المستهلكة و UT المنفعة الكلية و المطلوب هو إيجاد المنفعة الحدية.

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
Utx	36	68	96	120	140	156	168	176

الحل:

8	7	6	5	4	3	2	1	Q
176	168	156	140	120	96	68	36	Utx
8	12	16	20	24	28	32	36	Umx

المنفعة الحدية هي منفعة الوحدة الأخيرة أو التغير في المنفعة الكلية و الناتج عن التغير في المنفعة الكلية بوحدة واحدة اي ان

$$Um = \frac{UT_2 - UT_1}{Q_2 - Q_1}$$

وبالتالي فان المنفعة الحدية للوحدة الاولى هي 36 باعتبارها منفعة وحدة واحدة. اما

$$Um_2 = (68 - 36) / (2 - 1) = 32 \quad \text{منفعة الوحدة الثانية فهي :}$$

و هكذا بالنسبة لباقي الوحدات.

#### 1-1-4- المنفعة المكتسبة :

و هي المنفعة التي يحصل عليها المستهلك من استهلاكه للسلع المختلفة و قد تكون منفعة كلية مكتسبة او منفعة حدية مكتسبة.

#### 1-1-5- المنفعة المضحي بها :

و هي منفعة النقود اذا كنا في اقتصاد نقدي، فعند شرائنا لوحدة واحدة من سلعة ما فإننا ندفع ثمننا معيناً يتمثل في عدد من الوحدات النقدية، لكل وحدة نقدية منفعة معينة تسمى منفعة حدية مضحي بها، ومجموع ما ندفعه يسمى منفعة كلية مضحي بها.

#### 1-1-6- فائض المستهلك:

هو عبارة عن الفرق بين المنفعة المكتسبة و المنفعة المضحي بها، وهناك فائض مستهلك كلي و فائض مستهلك حدي.

## 2-1- توازن المستهلك باستخدام المنفعة الحدية:

ان المستهلك العقلاني او الرشيد Le Consommateur Rationnel هو الذي يوزع دخله توزيعا امثل على مجموعة من السلع و الخدمات بحيث يعظم إشباعه، و بالتالي يعظم منفعة الكلية. و يتوازن المستهلك عند تعظيم منفعته، و يكون ذلك عندما تتساوى المنافع الحدية منسوبة الى أسعارها. اي ان شرط التوازن هو :

$$\frac{U_{mx1}}{Px1} = \frac{U_{mx2}}{Px2} = \frac{U_{mx3}}{Px3} = \dots = \frac{U_{mxn}}{Pxn}$$

و يسمى بالقانون الثاني لقوسن و يضاف الى ذلك ضرورة انفاق الدخل (R) Revenu كاملا، ففي حالة بقاء دينار واحد فقط نقول ان الوضع غير امثل ، لان هناك امكانية زيادة الاشباع بذلك الدينار.

مثال :

لديك فرد ما يستهلك سلعتين X و Y و اذا كانت المنفعة الكلية المتحصل عليها كما يلي:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
Utx	36	68	96	120	140	156	168	176
Uty	39	72	99	120	135	144	150	153

و اذا كان سعر X هو  $Px = 4$  و سعر Y هو  $Py = 3$  و اذا كان دخل هذا الفرد هو  $R = 46$  المطلوب : حدد الكميات التوازنية للمستهلك.

الحل:

8	7	6	5	4	3	2	1	Q
176	168	156	140	120	96	68	36	U <sub>tx</sub>
153	150	144	135	120	99	72	39	U <sub>ty</sub>
8	12	16	20	24	28	32	36	U <sub>mx</sub>
3	6	9	15	21	27	33	39	U <sub>my</sub>
2	3	4	5	6	7	8	9	U <sub>mx</sub> /P <sub>x</sub>
1	2	3	5	7	9	11	13	U <sub>my</sub> /P <sub>y</sub>

إذا نلاحظ ان هناك عدة حالات التي تحقق علاقة التوازن لقوسن و هي :

$$\frac{U_{mx}}{P_x} = \frac{U_{my}}{P_y}$$

لا بد من ادخال قيد جديد و هو ان ينفق الفرد كامل دخله

$$\lambda = 2 \rightarrow X=8, Y=7 \rightarrow 8*4+7*3=55 > R$$

حالة غير مقبولة

$$\lambda = 3 \rightarrow X=7, Y=6 \rightarrow 7*4+6*3=46 = R$$

حالة مقبولة

$$\lambda = 5 \rightarrow X=5, Y=5 \rightarrow 5*4+5*3=35 < R$$

حالة غير مقبولة

$$\lambda = 7 \rightarrow X=4, Y=3 \rightarrow 4*4+3*3=25 < R$$

حالة غير مقبولة

$$\lambda = 9 \rightarrow X = 3, Y = 1 \rightarrow 3 \cdot 4 + 1 \cdot 3 = 15 < R$$

حالة غير مقبولة

نلاحظ ان هناك حالة واحدة و وحيدة فقط تحقق شرط التوازن و ينفق من خلالها المستهلك كامل دخله و هي ان يبستهك 7 وحدات من X و 6 وحدات من Y.

### 3-1- توازن المستهلك باستخدام طريقة التعويض و طريقة مضاعف لاغرانج

#### 3-1-1- معادلة خط الميزانية :

اذا كان لمستهك ما دخل R ينفقه على سلعتين X و Y و اذا كان  $P_x$  سعر السلعة X و  $P_y$  سعر السلعة Y ، فان معادلة الميزانية تكون كما يلي : الدخل = الانفاق

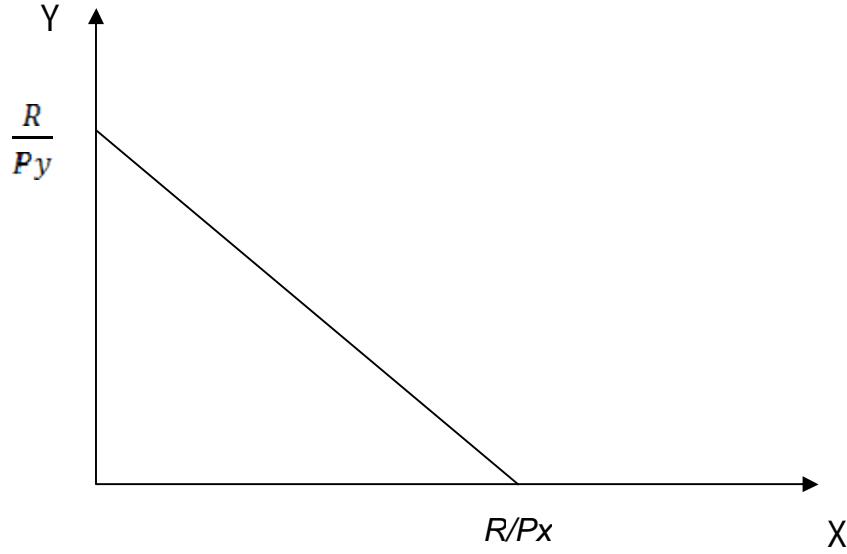
$$R = X P_x + Y P_y \quad \text{و تكتب كما يلي :}$$

و يمكن كتابة هذه المعادلة على شكل  $Y = f(X)$

$$Y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} X \quad \text{اي}$$

و هي عبارة عن خط مستقيم له ميل سالب  $-\frac{P_x}{P_y}$

و يمكن رسم خط الميزانية كما يلي:



### 1-3-2- تعظيم دالة المنفعة باستخدام طريقة التعويض

ذا كان لمستهلك ما دخل R ينفقه على سلعتين X و Y و اذا كان  $P_x$  سعر السلعة X و  $P_y$  سعر السلعة Y ، ولديه دالة منفعة كما يلي :

$$U=f(X, Y)$$

نقوم بتعويض Y بواسطة معادلة خط الميزانية فتصبح دالة المنفعة كما يلي:

$$U=f\left(X, \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} X\right)$$

اي دالة بمتغير واحد وهو X ، ولتعظيم هذه الدالة نقوم باشتقاقها و مساواتها بالصفر اي

$$U'_X = 0$$

و هو الشرط الاول او الشرط اللازم اما الشرط الثاني او الشرط الكافي فهو كما يلي:

$$U'' < 0$$

و هذا الشرط هو للتأكد باننا بصدد التعظيم و ليس التندنية.

مثال:

لتكن لديك دالة المنفعة التالية :  $U=XY$

و اذا كان الدخل  $R=100$  و سعر  $X$  هو  $P_x=5$  و سعر  $Y$  هو  $P_y=2$

المطلوب : حدد الكميات المستهلكة و التي تحقق للفرد اكبر اشباع ممكن

الحل

$$R=XP_x+YP_y$$

$$100=5X+2Y$$

$$Y = \frac{100}{2} - \frac{5}{2}X = 50 - \frac{5}{2}X$$

و بالتعويض في دالة المنفعة نحصل على:

$$U = X \left( 50 - \frac{5}{2}X \right) = 50X - \frac{5}{2}X^2$$

$$U'_X = 50 - 5X = 0$$

$$X^*=10$$

$$Y^*=25$$

اي ان المستهلك لتعظيم اشباعه لابد ان يستهلك 10 وحدات من السلعة  $X$  و 25 وحدة

من السلعة  $Y$

الشرط الثاني:

$$U''_{xx} = -5$$



محاضرات في الاقتصاد الجزئي 1 د. عبد الوحيد صرامة جامعة ام البواقي

نلاحظ ان المشتق من الدرجة الثانية سالب و بالتالي يتعلق الامر بتعظيم المنفعة، حيث ان المنفعة الكلية المتحصل عليها:

$$U=250 \quad (\text{و م})$$

و هي اكبر منفعة يستطيع الفرد الحصول عليها في اطار دخله المحدود. و هذه الطريقة تستخدم بشكل محدود، فهي بسيطة و لكن لا يمكنها معالجة جميع الحالات.

### 1-3-3- تعظيم دالة المنفعة باستخدام طريقة مضاعف لاغرانج

#### Le Multiplicateur de Lagrange

اذا كان لدينا نفس الوضعية السابقة لمستهلك ما فنقوم اولا بصياغة اشكالية المستهلك صياغة رياضية كما يلي:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{MAX } U = f(X, Y) \\ \text{S/C } R = XP_x + YP_y \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{هدف المستهلك هو تعظيم دالة المنفعة} \\ \text{القيود هو ان الانفاق يساوي الدخل} \end{array}$$

و تكتب دالة لاغرانج كما يلي :

$$L = f(X, Y) + \lambda(R - XP_x - YP_y)$$

حيث يمثل  $\lambda$  مضاعف لاغرانج

اذا لدينا دالة بثلاث متغيرات و لتعظيم دالة المنفعة نقوم بتحقيق الشرطين اللازم و الكافي كما يلي :

الشرط اللازم : نقوم باستخراج المشتقات الجزئية من الدرجة الاولى للمتغيرات الثلاث و نساويها بالصفر، فنحصل على:

$$L'_x = f'_x - \lambda P_x = 0$$

$$L'_y = f'_y - \lambda P_y = 0$$

$$L'_\lambda = R - X P_x - Y P_y = 0$$

اصبح لدينا ثلاث معادلات بثلاث متغيرات و بالتالي امكانية حل جملة المعادلات هذه. حيث نحصل بقسمة المعادلة الاولى على الثانية على ما يلي :

$$\frac{f'_x}{P_x} = \frac{f'_y}{P_y}$$

و اذا كان  $f'_x = U_{mx}$  و  $f'_y = U_{my}$  فان المساواة السابقة تصبح كما يلي:

$$\frac{U_{mx}}{P_x} = \frac{U_{my}}{P_y}$$

و هو شرط التوازن الذي رأيناه سابقا

الشرط الكافي : و يتمثل في استخراج المحدد الهيسي و حسابه، بحيث يكون اكبر من الصفر

$$D = \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} & f''_{x\lambda} \\ f''_{yx} & f''_{yy} & f''_{y\lambda} \\ f''_{\lambda x} & f''_{\lambda y} & f''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} > 0$$

مثال

بالاعتماد على معطيات المثال السابق  $U = XY$

نقوم اولا بتشكيل دالة لاغرانج كما يلي:

$$L = XY + \lambda(R - X P_x - Y P_y)$$

$$L'_x = Y - \lambda P_x = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$L'_y = X - \lambda P_y = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$L'_\lambda = R - X P_x - Y P_y = 0 \dots\dots\dots(3)$$

بقسمة المعادلة (1) على المعادلة (2) نحصل على ما يلي:

$$\frac{Y}{X} = \frac{\lambda P_x}{\lambda P_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\rightarrow Y = \frac{P_x}{P_y} X \dots\dots\dots(4)$$

نعوض المعادلة (4) في المعادلة (3) فنجد:

$$R = X P_x + \left( \frac{P_x}{P_y} X \right) P_y = 2 X P_x$$

$$X = \frac{R}{2 P_x} \dots\dots\dots(5)$$

و هي دالة الطلب على السلعة X

نعوض المعادلة (5) في المعادلة (4) فنحصل على:

$$Y = \frac{R}{2 P_y}$$

و هي دالة الطلب على السلعة Y

و بتعويض قيم الدخل و الاسعار في دوال الطلب نحصل على الكميات التوازنية التالية:

$$Y^* = 25 \quad \text{و} \quad X^* = 10$$

$$\lambda = \frac{Y}{P_x} = 5 \quad \text{بالنسبة لمضاعف لاغرانج}$$

يمثل المنفعة الحدية للنقود و هي منفعة اخر وحدة نقدية، و هي تختلف من شخص لآخر فالمنفعة الحدية ل 10 دج للغني تختلف عن منفعتها الحدية بالنسبة للفقير.

الشرط الثاني ( للتأكد)

$$D = \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} & f''_{x\lambda} \\ f''_{yx} & f''_{yy} & f''_{y\lambda} \\ f''_{\lambda x} & f''_{\lambda y} & f''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -5 \\ 1 & 0 & -2 \\ -5 & -2 & 0 \end{vmatrix} > 0$$

$$D = 0 \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -5 & -2 \end{vmatrix} + (-5) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -5 & -2 \end{vmatrix} = 12 > 0$$

بالتالي فان الكميات المستهلكة تعظم منفعة الفرد.