6–4 معامل الاقتران و معامل التوافق :
:Coefficient Of Contingency Coefficient Of Association

يستخدم معامل الاقتران و معامل التوافق لقياس قوة الارتباط بين متغيرين اسميين (وصفيين) (nominal variables) حيث لا نستطيع استخدام مقياس الارتباط لبيرسون و مقياس ارتباط الرتب لسبيرمان لتلك البيانات . فعندما كلّ من المتغيرين x,y يأخذ فقط حالتين 1 , 0 (مدخن و غير مدخن أو مريض و سليم) .نستخدم معامل الاقتران. أما عندما أي من المتغيرين x و y أو كليهما يأخذ عدة قيم أو عدة حالات مثل 0,1,2 أو لون العينين (أسود– أزرق – بني) أو لون البشرة (أبيض – أسمر – أشقر) فنستخدم معامل التوافق لقياس شدة الارتباط بين المتغيرين.

أولاً : معامل الاقتران :

بفرض أننا نرغب في دراسة العلاقة بين صفتين لأفراد مجتمع ما و كل صفة تأخذ حالتين فقط مثل التدخين و الجنس ، فأي فرد من أفراد مجتمع ما سيكون مدخناً أو غير مدخن ، و كذلك سيكون إما ذكراً وإمّا أنثى ، أي إن الصفة الأولى x تقسم المجتمع إلى مدخنين و غير مدخنين و الصفة الثانية y تقسم المجتمع كذلك إلى فئتين ذكور و إناث ، فإذا رمزنا بـ A: لعدد المدخنين الذكور ، B: لعدد المدخنين الإناث ، C: لعدد غير المدخنين الذكور ، D: لعدد غير المدخنين الإناث ، أو وفق الجدول الآتي:

الصفة X / الصفةY	الحالة الأولى (مدخنون)	الحالة الثانية (غير مدخنين)
الحالة الأولى (ذكور)	A	C
الحالة الثانية (إناث)	B	D

نعرف معامل الاقتران r_c بالعلاقة الآتية:

$$r_c = \frac{A\,D - B\,C}{A\,D + BC} \qquad (9-6)$$

مثال (6−5) :

عند دراسة علاقة التدخين بالتعليم في إحدى المؤسسات أخذت عينة عشوائية مكونة من 50 موظفاً ، و كانت النتائج :

التدخين / التعليم	لا يدخن	يدخن
متعلم	25	5
غير متعلم	10	10

احسب معامل الاقتران r_c بين التدخين و التعليم .

الحل :

باستخدام العلاقة (6−9):

$$r_c = \frac{25\,(10) - 5\,(10)}{25\,(10) + 5\,(10)} = \frac{200}{300} = 0.67$$

نجد شدة الارتباط متوسطة. أي نسبة المدخنين في مجتمع المتعلمين أقل من نسبة المدخنين في مجتمع غير المتعلمين.

ثانياً : معامل التوافق :

أوجد كرامر Cramer (1946) مقياساً للارتباط يستخدم عندما يكون للمتغيرين الوصفين أكثر من حالتين أو عندما يكون متغير وصفي له أكثر من حالتين و الثاني كمي ، ويدعى معامل التوافق . فإذا فرضنا أن للمتغير (الصفة) x الحالات الآتية ($x_1 , x_2 , \ldots , x_r$) و للمتغير (الصفة) y الحالات ($y_1 , y_2 , \ldots , y_s$) حيث إحداها على الأقل اسمية (وصفية) و رمزنا بـ f_{ij} لتكرارات العينة التي لها الحالة i للصفة الأولى و لها الحالة j للصفة الثانية y ورتبنا الجدول:

الصفة y / الصفة x	y_1	y_2	....	y_s	المجموع
x_1	f_{11}	f_{12}	....	f_{1s}	$f_{1.}$
x_2 . .	f_{21}	f_{22}	....	f_{2s}	$f_{2.}$ . .
x_r	f_{r1}	f_{r2}	....	f_{rs}	$f_{r.}$
المجموع	$f_{.1}$	$f_{.2}$	....	$f_{.s}$	$n = f_{..}$

$f_{i.}$:عدد التكرارات في العينة التي لها الحالة i للصفة الأولى x.

$f_{.j}$:عدد التكرارات في العينة التي لها الحالة j للصفة الثانية y.

من الجدول السابق نحسب المقدار B

$$B = \frac{f_{11}^{\ 2}}{f_{1.}f_{.1}} + \frac{f_{12}^{\ 2}}{f_{1.}f_{.2}} + \cdots + \frac{f_{rs}^{\ 2}}{f_{r.}f_{.s}}$$

و نعرف معامل التوافق r_a :

$$r_a = \sqrt{\frac{B-1}{B}} \qquad (10-6)$$

مثال (6-6):

بهدف دراسة علاقة لون البشرة لمجموعة من الأمهات مع لون بشرة المولود الأول لكل منهن . اخترنا بشكل عشوائي عينة من مئة أم و عرفنا المتغير x لون بشرة الأمهات (أبيض – حنطي – أسمر) و كذلك المتغير y لون بشرة المولود الأول و يأخذ نفس الحالات و سجلنا النتائج في الجدول الآتي :

المجموع	أسمر	حنطي	أبيض	الأمهات / المولود الأول
40	7	6	27	أبيض
30	5	17	8	حنطي
30	18	7	5	أسمر
100	30	30	40	المجموع

بين إذا كان هناك توافق بين لون بشرة الطفل الأول و لون بشرة الأم .

الحل :

نحسب

$$B = \frac{f_{11}^{\ 2}}{f_{1.}f_{.1}} + \frac{f_{12}^{\ 2}}{f_{1.}f_{.2}} + \cdots + \frac{f_{33}^{\ 2}}{f_{3.}f_{.3}}$$

$$= \frac{(27)^2}{(40)(40)} + \frac{(6)^2}{(30)(40)} + \frac{(7)^2}{(30)(40)} + \frac{(8)^2}{(40)(30)} + \frac{(17)^2}{(30)(30)} + \frac{(5)^2}{(40)(30)} + \frac{(5)^2}{(30)(30)} + \frac{(7)^2}{(30)(30)} + \frac{(18)^2}{(30)(30)}$$

$$\cong 0.46 + 0.03 + 0.041 + 0.05 + 0.32 + 0.03 + 0.021 + 0.05 + 0.36 = 1.36$$

نبدل في (6− 10):

$$r_a = \sqrt{\frac{B-1}{B}} = \sqrt{\frac{0.36}{1.36}} = 0.51$$

إن معامل التوافق $r_a \cong 0.51$ يبين أن قوة الارتباط بين لون البشرة للأمهات و للأبناء متوسطة ليست قوية.