

السلسلة رقم (01) في مقياس إحصاء استدلالي

التمرين الأول: الجدول التالي يبين أرقام (مشاهدات) متعلقة بمتغيرين x و y حيث :

X : يمثل ضربات القلب.

Y : يمثل السن وهذا عند مجموعة من المتسابقين.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x	40	36	51	49	47	51	32	55	55	23	49	52	35
Y	187	195	180	190	185	183	195	185	189	201	189	185	195

المطلوب: 1- مثل هذه النتائج بيانيا؟ ماذا تلاحظ؟

2- احسب معامل الارتباط الخطي؟

3- احسب معامل التحديد؟

4- ماذا نستنتج من المطلوب 1 و 2؟

التمرين الثاني : عند تقييم مجموعة من الناقدین الرياضيين لعدد 10 من اللاعبين لرفع الأثقال، تبعا

لترتيبهم المحقق وفق نتائج التدريب و ترتيبهم بعد المسابقة الفعلية وكان الترتيب كالتالي :

x : ترتيب اللاعبين الخاص بالتدريب

y : ترتيب اللاعبين في المسابقة الفعلية

اللاعب	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
x	5	9	10	2	8	7	4	1	6	3
Y	4	8	10	2	9	6	3	1	7	5

المطلوب: احسب معامل الارتباط الرتي لسبيرمان لدراسة العلاقة بين المتغيرين .

التمرين الثالث: ليكن المتغيرين الوصفيين X و Y بحيث أن :

X : يمثل نوع الجنس " ذكر، أنثى "

Y : يمثل تطور مرض من الأمراض " نعم، لا "

الجدول التالي يلخص مجمع القيم الملاحظة على 700 شخص

الجنس تطور المرض	نعم	لا	المجموع الخطي L_i
أنثى	28.57	371.43	400
ذكر	21.43	278.57	300
المجموع العمودي c_j	50	650	$N=700$

المطلوب: اختبار الفرضيتين H_0, H_1

H_0 : المتغيرين X و Y غير مرتبطين (لا توجد علاقة)

H_1 : المتغيرين X و Y مرتبطين (توجد علاقة)

ملاحظة: كل الشروط محققة، $\alpha=1\%$

التمرين الرابع :

ليكن المتغيرين X و Y بحيث أن :

X : يمثل عدد حوادث المرور

Y : يمثل الفئة العمرية

السن / حوادث المرور	0	1 أو 2	3 أو 4
أقل من 20 سنة	8	23	14
20-25 سنة	21	42	12
أكبر من أو يساوي 25 سنة	71	90	19

المطلوب: اختبار الفرضيتين H_0, H_1 عند مستوى معنوية 5%

الإجابة عن التمرين الأول:

اختبار الفرض الآتي :

H_0 : لا يوجد ارتباط بين المتغيرين X و Y (غير مرتبطان)
 H_1 : يوجد ارتباط بين المتغيرين X و Y (مرتبطان)

قبل أن نقوم بالحساب :

1 نقوم بالتحقق من الشروط

المتغيرين كميين

لا توجد قيم مفقودة N للمتغير $X=Y$

العلاقة خطية بين المتغيرين (نمثل القيم في شكل سحابة انتشار)

2- بعد التأكد من الشروط نقوم بالحساب

X	Y	XY	X ²	Y ²
40	187	7480	1600	34969
36	195	7020	1296	38025
51	180	9180	2601	32400
49	190	9310	2401	36100
47	185	8695	2209	34225
51	183	9333	2601	33489
32	195	6240	1024	38025
55	185	10175	3025	34225
55	189	10395	3025	35721
23	201	4623	529	40401
49	189	9261	2401	35721
52	185	9620	2704	34225
35	195	6825	1225	38025

$575 = \sum X$	$2459 = \sum y$	$108157 \sum Xy$	$26641 \sum X^2$	$465551 \sum y^2$
----------------	-----------------	------------------	------------------	-------------------

بعد ذلك نحسب معامل الارتباط وفق العلاقة التالية :

$$r_p = \frac{N \sum XIYI - \sum XI \sum YI}{\sqrt{N \sum XI^2 - (\sum XI)^2 \cdot N \sum YI^2 - (\sum YI)^2}}$$

$$r = \frac{13(108157) - (575)(2459)}{\sqrt{13 \sum 26641 - (330625) \cdot 13 \sum 465551 - (6046681)}}$$

معامل الارتباط عكسي قوي بين دقات القلب و السن $r_p = -0.85$

$$R = r^2 = (-0.85)^2 = 0.7225$$

3-معامل الارتباط أعطى لنا نوع و قوة العلاقة بينما معامل التحديد يوضح الأثر ، أي X يفسر التغيرات في y بنسبة 72.25 بالمئة و الباقي عوامل أخرى لم تدرج .

حل التمرين الثاني :

بما أن المتغيرين هما متغيرين ترتيبيين فنستخدم معامل ارتباط لسبيرمان

اللاعب	R _x	R _y	d=R _x -R _y	d ²
A	5	4	1	1
B	9	8	1	1
C	10	10	0	0
D	2	2	0	0
E	8	9	1-	1
F	7	6	1	1
G	4	3	1	1
H	1	1	0	0
I	6	7	1-	1
J	3	5	2-	4

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot 10}{10(100 - 1)}$$

$$r_s = 0.94$$

هذا الارتباط هو ارتباط طردي قوي، أي كلما كانت زادت مرتبة اللاعب في التدريب، كلما حصل على مرتبة متقدمة في المسابقة .

حل التمرين الثالث:

وهي الطريقة المختصرة تستخدم فقط في حالة وجود مستويين و يحسب كما يلي

$$\chi^2 = \frac{n(ac - db)^2}{(b+a)(c+d)(a+d)(b+c)}$$

B	A
C	D
(B+C)	(A+D)

و بالعودة للتمرين نطبق عدديا نجد :

$$= \frac{700(28.57 \cdot 278.57 - 21.43 \cdot 371.43)^2}{(400)(300)(50)(650)}$$

$$= \frac{700(7958.7449 - 7959.7449)^2}{3900000000}$$

$$= \frac{700(-1)^2}{3900000000}$$

$$=0.0000000179$$

و انطلاقا من قيم مربع كاي الجدولية عند مستوى معنوية 0.01 و درجة حرية 1 نلاحظ أن قيمة مربع كاي الجدولية =6.63 أي أن قيمة مربع كاي المحسوبة أقل من القيمة الجدولية ، فهي تقع ضمن منطقة قبول h_0 و لذلك نقبل الفرضية الصفرية ونرفض الفرضية البديلة أي لا يوجد ارتباط بين المتغيرين .

حل التمرين الرابع:

اختبار مربع كاي Chi-Square test

حل التمرين الأول (نموذجاً) :

إذا كان المطلوب اختبار الفرض الآتي :

H_0 : المتغيرين X و Y غير مرتبطان

H_1 : المتغيرين X و Y مرتبطان

أو هل هناك علاقة بين المتغيرين X و Y

للإجابة عن هذا السؤال هناك مراحل :

أولا :التأكد من تحقق الشروط

نلاحظ أن المتغيرين (الجنس، تطور المرض) هما متغيرين نوعيين (اسميين، كيفيين، غير كميي)، فغن الاختبار المناسب لمعرفة اذا كان علاقة بينهما هو اختبار χ^2 مربع كاي

فقبل حسابه يجب التأكد من تحقيق شروط الاختبار :

1- المتغيرين من طبيعة كيفية (الشرط محقق)

2- عشوائية العينة وتعرف من خلال صياغة التجربة (الشرط محقق)

3- عدد عناصر العينة أكبر من 30 و نلاحظ في التمرين $n=700$ (الشرط محقق)

4- يجب أن تكون التكرارات الهامشية على السطر مساوي لمجموع التكرارات الهامشية على العمود أي :

$$\sum_{j=1}^C N_{IJ} = \sum_{j=1}^L N_{IJ}$$

$$400+300=50+650$$

$$700=700 \text{ (الشرط محقق)}$$

5- التكرارات النظرية أكبر من الصفر، و هذا الشرط يمكن العدول عنه باعتبار أنه لا يمكن التحقق منه في بداية التمرين . (يعني هذا الشرط يمكن التغاضي عنه)

ثانيا: حساب χ^2

بعد التأكد من تحقق الشروط تأتي المرحلة الثانية وهي حساب قيمة χ^2

هناك طريقتين لذلك :

الطريقة الأولى : نحسبه بالعلاقة التالية :

$$\chi^2 = \frac{\sum(O_{IJ}-T_{IJ})^2}{T_{IJ}} \cdot \alpha \cdot DDL$$

حيث أن :

T_{IJ} : التكرارات النظرية

O_{IJ} : التكرارات الملاحظة (هي قيم الجدول المعطاة في التمرين)

بقي أن نحسب التكرارات النظرية وذلك بالقانون :

$$T_{IJ} = L_i \cdot C_j / N$$

L: المجموع الهامشي السطري

C: المجموع الهامشي العمودي

نقوم بحساب التكرارات النظرية T_{IJ}

$$T_{IJ1} = (100 \times 45) / 300 = 15$$

$$T_{IJ2}=(100 \times 75) / 300 = 25$$

$$T_{IJ3}=(100 \times 180) / 300 = 60$$

$$T_{IJ4}=(155 \times 45) / 300 = 23.25$$

$$T_{IJ5}=(155 \times 75) / 300 = 38.75$$

$$T_{IJ6}=(155 \times 180) / 300 = 93$$

$$T_{IJ7}=(45 \times 45) / 300 = 6.75$$

$$T_{IJ8}=(45 \times 75) / 300 = 11.25$$

$$T_{IJ9}=(45 \times 180) / 300 = 27$$

08	15	-7	49	3.26666667
21	25	-4	16	0.64
71	60	11	121	2.0166666667
23	23.25	-0.25	0.0625	0.002688172
42	38.75	3.25	10.5625	0.2725806452
90	93	-3	9	0.0967741936
14	6.75	7.25	52.5625	7.787037037
12	11.25	0.75	0.5625	0.05
19	27	-8	64	2.3703703704
المجموع				16.50278375

$$\chi^2 = 16.50278375 \quad \text{إن نجد قيمة}$$

نبحث عن درجة الحرية حيث: $\text{درجة الحرية} = (\text{عدد الأسطر} - 1)(\text{عدد الأعمدة} - 1) = (3 - 1)(3 - 1) = 4$

$$4 = (1$$

و انطلاقا من قيم مربع كاي الجدولية عند مستوى معنوية 0.05 و درجة حرية 4 نلاحظ أن 9.49
أي أن قيمة مربع كاي المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية ، فهي تقع ضمن منطقة رفض H_0 و لذلك نرفض الفرضية الصفرية و نقبل
الفرضية البديلة أي توجد المتغيرين مرتبطين .