

Nivellement direct et Indirect

Chapitre 5

Nivellement direct et indirect

A- Nivellement direct :

5.1 Rappels sur le nivellement direct

Le nivellement est la partie de la topographie qui traite le relief du sol et sa représentation sur les plans ou les cartes. Le nivellement est l'ensemble des opérations qui permettent de déterminer les dénivelées ou différences d'altitudes et les altitudes des points. L'altitude d'un point se mesure par rapport à une surface de référence. C'est une distance qui se mesure selon la verticale et est exprimée en mètre.

La surface de référence ou plan de comparaison (figure 5.1) est le niveau des mers et des océans au repos ou « le géoïde ».

Fig. 5.1 : La surface de référence (plan de comparaison)

Le point origine des altitudes en Algérie (N.G.A = Nivellement Général de l'Algérie) se situe sur un marégraphe qui donne le niveau moyen des mers (côte 0).

Le nivellement permet donc, de déterminer avec exactitude (tolérance de quelques mm) les différentes altitudes du sol en différents points d'un terrain à partir **d'un repère** connu en altitude.

Lors des opérations de terrassement le nivellement permet de déterminer les volume des déblais et des remblais afin d'établir le métré ou de placer dans un même plan horizontal plusieurs points à une altitude donnée.

Les repères : Ce sont des points connus en altitudes avec une grande précision par les services topographiques de l'état afin de servir de base ou de référence pour la détermination des altitudes des points sans revenir à chaque fois au niveau des mers.

5.2 Procédés de nivellement

On obtient les altitudes et les dénivelées par deux procédés :

- Le nivellement direct : des mesures verticales à l'aide de niveaux ;
- Le nivellement indirect : des mesures inclinées à l'aide de tachéomètre ou le théodolite.

5.3 Le nivellement direct

Le nivellement direct appelé aussi **nivellement géométrique**. Il se base sur une visée horizontale à travers un niveau qui définit un plan de visée, où on lit une lecture avec laquelle on calculera les altitudes et les dénivelées.

5.3.1 Principe du nivellement direct

Soit un point A dont l'altitude est connue et un point B dont on cherche à déterminer l'altitude. Le nivellement consiste à déterminer la dénivelée entre les deux points A et B à l'aide d'un niveau et d'une échelle verticale appelée la mire présentée dans la (figure 5.2).

Le niveau est placé entre les deux points A et B, la mire est placée successivement sur les deux points. L'opérateur lit la valeur $L(A)$ sur la mire posée en A et la valeur $L(B)$ sur la mire posée en B.

La différence des lectures sur la mire est égale à la dénivelée entre A et B :

La dénivelée de A vers B est $D_n(A, B) = L(A) - L(B)$.

La dénivelée de B vers A est $Dn (B, A) = L(B) - L(A)$.

Donc l'altitude de B égale à : $Z(B) = Z(A) + Dn (A,B) = Z(A) + [L(A) - L(B)]$.

Fig. 5.2 : Principe du nivellement direct

5.3.1.1 Nivellement direct simple

On en déduit l'altitude du point M :

$$Alt_M = Alt_{Rep} + (LAR_{Rep} - LAV_M)$$

Fig. 5.3 : Lectures sur mire au moyen du niveau

- Lectures sur la mire

La mire est une échelle linéaire qui doit être tenue verticalement (elle comporte une nivelle sphérique) sur le point intervenant dans la dénivelée à mesurer. La précision de sa graduation et de son maintien en position verticale influent fortement sur la précision de la dénivelée mesurée.

Le réticule d'un niveau est généralement constitué de quatre fils :

- le fil stadimétrique supérieur fss;

- le fil stadimétrique inférieur fsi;
- le fil niveleur fn;
- le fil vertical fv.

fn

Fig. 5.4 : désignations des Lectures sur mire

La lecture sur chaque fil est estimée visuellement au millimètre près.

Les fils stadimétriques permettent d'obtenir une valeur approchée de la portée (distance horizontale entre l'appareil et la mire) à l'aide de la relation :

Pour chaque lecture, il est judicieux de lire les trois fils horizontaux de manière à éviter les fautes de lecture.

- **Principe de portées égales**

Si, pour une raison quelconque le niveau est quelque peu dérégulé, cela entraînerait pour les lectures sur mire un décalage dû à une erreur de collimation.

Si on respecte des portées égales, même avec un niveau dérégulé, cette erreur s'annule et la dénivelée obtenue est correcte.

Selon la distance entre les points et la possibilité de visée, nous distinguons deux méthodes de nivellement direct :

- Le nivellement direct par rayonnement ;
- Le nivellement direct par cheminement.

5.3.2 Nivellement par rayonnement

Le rayonnement altimétrique est le nivellement de plusieurs points situés dans différentes directions, à partir d'une même station. (figure 5.5)

Fig. 5.5 : Nivellement par rayonnement

L'instrument est placé dans une zone centrale par rapport aux points dont l'altitude est cherchée.

La première lecture est faite sur la mire placée sur le point connu en altitude ; on obtient la visée arrière (notée L_r).

Ensuite sans changer le niveau de place, il suffit de lire la côte sur chaque point, on obtient alors des visées avant (notée L_v).

Pour contrôle, en fin de mesures, on relit la première lecture sur le point référence. (Cette fois on note la lecture en visée avant).

Soit R le repère d'altitude connue, l'appareil étant en station (figure 5.6). On peut déterminer les altitudes des points A, B et C comme suit :

Fig. 5.6 : Nivellement par rayonnement

Les calculs sont simples :

On a le CPV (côte du plan de visée) qui est égale à :

$$CPV = L(R) + Z(R) = L(A) + Z(A) = L(B) + Z(B) = L(C) + Z(C)$$

Les points à viser	Les lectures sur mire L	C PV	Les altitudes Z
R	L(R)	CPV = L(R) + Z(R)	Z(R) connue
A	L(A)		$Z(A) = CPV - L(A)$
B	L(B)		$Z(B) = CPV - L(B)$
C	L(C)		$Z(C) = CPV - L(C)$

- Exemple sur le nivellement par rayonnement

Soit à niveler depuis la station st1 quatre points 1, 2, 3 et 4 et le point A repère, déterminer les altitudes des point cités, sachant que l'altitude de A est : $Z = 178.426$ m (Figure 5.7).

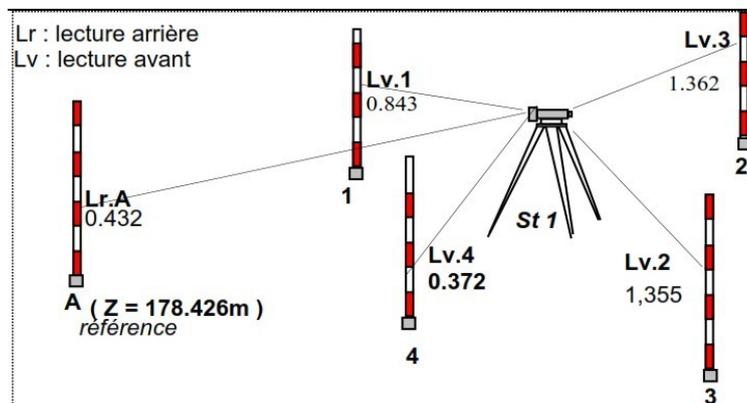


Fig. 5.7 : exemple sur nivellement par rayonnement

Suivant le schéma on peut dresser le tableau suivant :

N° point	Fil niveleur (m)		Dénivelée		Altitudes points (m)
	AR	AV	+	-	
			(m)	(m)	

A	0.432	/		0.411	178.426
1	0.843	0.843			178.015
2	1.3 62	1.3 62		0.519	177.496

			0.007		
3	1.355	1.355			177.503
4	0.372	0.372	0.983		178.486
A	/	0.432		0.060	178.426

Observation : Altitude du plan de visée PV = 178.426 + 0.432 = 178.858 m

5.3.3 Nivellement direct par cheminement

Le cheminement altimétrique ou de nivellement est une succession de nivellements simples. (Figure 5.8)

Fig. 5.8 : Succession de nivellement par cheminement

IL existe 3 types de cheminement :

- **Cheminement "encadré" :** part d'un « point origine » connu en altitude, passe par un certain nombre de points intermédiaires et se referme sur un « point extrémité » différent du point d'origine et également connu en altitude, fermeture et contrôle sur un autre point connu en altitude. (Figure 5.9)

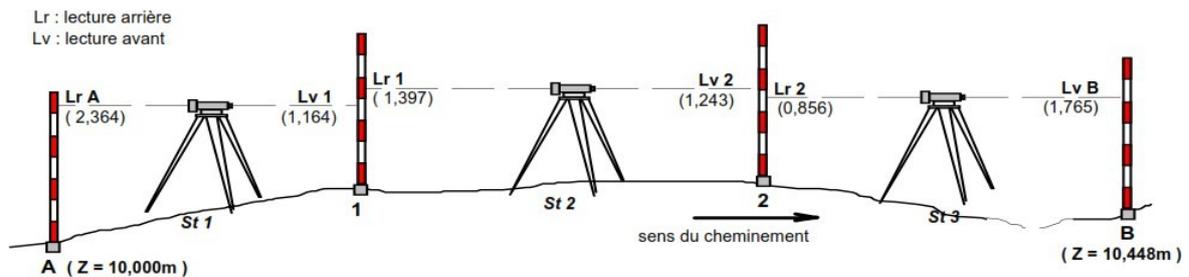


Figure 5.9 : lectures avants et arrières sur mires

- Cheminement "fermé" :

Ce cheminement constitue une boucle retournant à son point de départ A, fermeture et contrôle sur le point de départ. (Figure 5.10)

Fig. 5.10 : Lectures sur mires - cheminement fermé

- Cheminement "antenne" : Lorsque l'on cherche à déterminer l'altitude d'un point extrémité B à partir d'une altitude connue d'un repère A, on effectue généralement un cheminement aller-retour de A vers A en passant par B. Ceci permet de calculer l'altitude de B et de vérifier la validité des mesures en retrouvant l'altitude de A, pas de contrôle possible (Utilisé pour la création d'un nouveau niveau altimétrique de référence)

5.3.3.1 Déroulement d'un cheminement

Etape 1 : Pour chaque station

Lecture sur mire et report sur carnet de levé.

Remarque:

- Après chaque déplacement du niveau le point avant devient point arrière.
- Les lectures des fils stadimétriques permettent un contrôle de la lecture du fil niveleur

Etape 2 : Contrôle de la fermeture

Que ce soit en cheminement fermé ou en cheminement encadré, un contrôle de fermeture est indispensable.

A chaque station l'opérateur et le porte mire commettent des erreurs dites

accidentelles (erreur de verticalité de la mire, erreur de lecture sur la mire etc.).

Ces erreurs font que la différence d'altitude mesurée sur le terrain et celle calculée à partir des altitudes des points connus sont légèrement différentes : c'est l'écart de fermeture (ef). Cette différence doit être inférieure à une tolérance pour être acceptée.

Pour un nivellement fermé :

Il suffit de faire la somme de toutes les dénivelées arrière moins la somme de toutes les dénivelées avant.

Pour un nivellement encadré :

C'est la même chose que pour un cheminement fermé, il suffit ensuite de soustraire la dénivelée trouvée (Δ mesurée) à la dénivelée réelle (alt de départ - alt arrivée)

Tolérance de fermeture : $T = \pm 4,6 \times \sqrt{n}$

Avec n: nombre de dénivelées

Si $ef < T$ Le cheminement est acceptable

Si $ef > T$ Il faut refaire le nivellement

Etape 3 : Calcul des dénivelés

La fermeture du cheminement étant acceptable, il est possible de calculer les dénivelées entre points.

Etape 4 : Compensation du cheminement et calcul des altitudes

Règle de compensation ARRETE DU 21 JANVIER 1980.

3 cas possibles : Calculer l'écart type

Ecart type = $\pm 1,7 \times \sqrt{n}$

Avec n: nombre de dénivelées

CAS 1: si l'écart de fermeture est faible ($<$ à l'écart type), la compensation est

effectuée proportionnellement aux dénivelées.

$$C_i = \frac{-ef}{N}$$

ef : écart de fermeture,

n : nombre de dénivelées = nombre de stations.

Il suffit d'ajouter ou de retrancher « c », suivant son signe, à chaque dénivelée.

CAS 2 : l'écart de fermeture est compris entre l'écart type et la tolérance (écart type < ef < tolérance) et **on a relevé les fils stadimétriques** supérieurs et inférieurs.

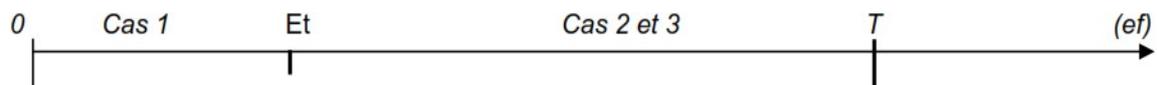
La compensation est proportionnelle à la longueur du cheminement

$$C_i = \frac{-ef}{\sum d_i} \times d_i \text{ avec } d_i \text{ distance partielle}$$

CAS 3 : l'écart de fermeture est compris entre l'écart type et la tolérance (écart type < ef < tolérance) mais **on n'a pas relevé les fils stadimétriques** supérieurs et inférieurs.

La compensation est proportionnelle à la dénivelée totale du cheminement.

$$C_i = \frac{-ef}{\sum |\Delta h_i|} \times |\Delta h_i| \text{ avec } |h_i| \text{ dénivelée entre 2 points}$$



- **Compensation :**

Si l'écart de fermeture est inférieur à la tolérance, il faut compenser les dénivelées pour obtenir un écart nul.

Si les portées sont équivalentes, alors la compensation est répartie également sur l'ensemble du cheminement, si les portées sont différentes, alors la compensation est proportionnelle à chaque portée.

• **Arrêté du 21/01/80 :**

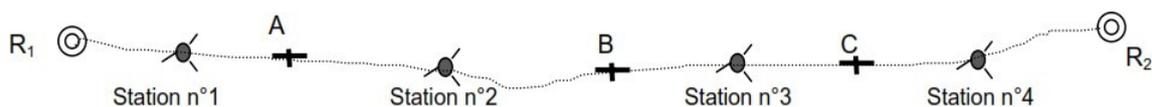
L'arrêté du 21 janvier 1980 publié au Journal Officiel du 19 mars 1980 précise les tolérances applicables au nivellement (tableau ci-contre). L est la longueur totale du parcours en kilomètre. « N » est le nombre de dénivelées. « n » est le nombre de dénivelées au kilomètre.

($n = N/L$). La valeur limite $n = 16$ correspond à un cheminement dont la distance moyenne entre points est de 62,50 m soit une portée moyenne d'environ 30 m. Cette valeur est la limite supérieure autorisée en nivellement de haute précision.

Tolérance $T_{\Delta H}$ en mm	$N \leq 16$	$N \geq 16$
Ordinaire	$4\sqrt{36L+L^2}$	$\sqrt{36N+N^2/16}$
Précision	$4\sqrt{9L+L^2}$	$\sqrt{9N+ N^2/16}$
Haute précision	$8\sqrt{L}$	$2\sqrt{N}$

5.3.3.2 Applications sur les cheminements simples

5.3.3.2.1 Cheminement encadré



Depuis la station 1 on fait les lectures suivantes : L_{AR} sur $R_1 = 1,208$ m; L_{AV} sur $A = 1,312$ m

Depuis la station 2 on fait les lectures suivantes : L_{AR} sur $A = 1,735$ m; L_{AV} sur $B = 1,643$ m

Depuis la station 3 on fait les lectures suivantes : L_{AR} sur $B = 1,810$ m; L_{AV} sur $C = 0,763$ m

Depuis la station 4 on fait les lectures suivantes : L_{AR} sur $C = 1,739$ m; L_{AV} sur $R_2 = 1,934$ m

Point R_1 d'altitude connue 35,000 NGF Point R_2 d'altitude connue 35,840 NGF

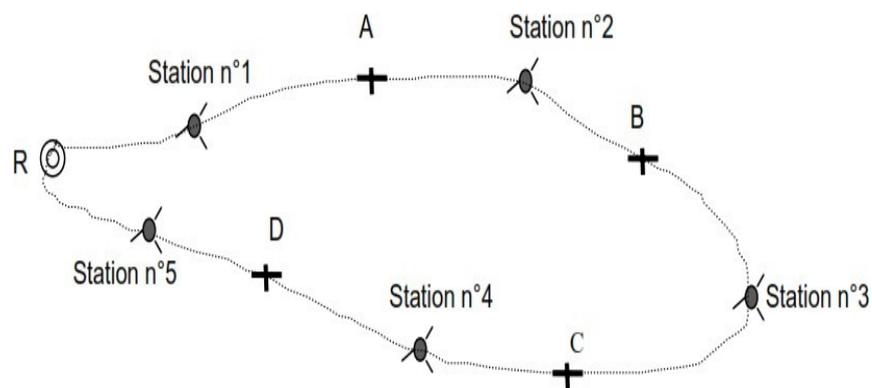
Déterminez l'altitude des points A, B et C.

station s	Poi nts vis és	L_{AR} (m)	L_{AV} (m)	Dénivelée ΔH (m)		Altitude (m)
				+	-	

S 1	R 1	1.208	/		0.104	35.000
	A	1.735	1.312			34.896

S 2				0.092		
	B	1.810	1.643			34.988
S 3				1.047		
	C	1.739	0.763			36.035
S 4					0.195	
	R 2	/	1.934			35.840

5.3.3.2 Cheminement fermé



Remarque : Les nivellements par cheminement encadré et par cheminement fermé peuvent être considérés comme des cheminement fermés tous deux car l'altitude des points de départ et d'arrivée est connue.

Le contrôle est facile à effectuer car il faut retrouver les altitudes des points connus.

Depuis la station n°1 on fait les lectures suivantes : L_{AR} sur R = 1.210m ; L_{AV} sur A = 1.308m

Depuis la station n°2 on fait les lectures suivantes : L_{AR} sur A = 1.416m ; L_{AV} sur B = 1.542m

Depuis la station n°3 on fait les lectures suivantes : L_{AR} sur B = 1.638m ; L_{AV} sur C = 1.712m

Depuis la station n°4 on fait les lectures suivantes : L_{AR} sur C = 1.238m ; L_{AV} sur D = 1.400m

Depuis la station n°5 on fait les lectures suivantes : L_{AR} sur D = 1.011m ; L_{AV} sur R = 0.551m

Point R d'altitude connue 40,000 NGF

Déterminez l'altitude des Points A, B, C et D.

Solution :

D'après les données de l'application on peut dresser le tableau suivant :

station	Points visés	L _{AR} (m)	L _{AV} (m)	Dénivelée ΔH (m)		Altitude (m)
				+	-	
	R	1.210	/			40.000
S 1					0.098	
	A	1.416	1.308			39.902
S 2					0.126	
	B	1.638	1.542			39.776
S 3					0.074	
	C	1.238	1.712			39.702
S 4					0.162	
	D	1.011	1.400			39.540
S 5				0.460		
	R	/	0.551			40.000

5.3.4 Cheminements mixtes

Depuis une station quelconque du niveau dans un cheminement, et après avoir enregistré la lecture arrière sur le point de cheminement précédent, l'opérateur vise plusieurs points de détail et effectue sur chacun d'eux une lecture unique qui est donc une lecture avant.

Ensuite, il termine la station par la lecture avant sur le point de cheminement suivant. Par exemple, sur la figure ci-dessous., les points 1, 2 et 3 sont rayonnés depuis la station S1 dont le point arrière est la référence (R) et le point avant A. L'opération en S1 est appelée **rayonnement**. Lorsqu'un cheminement comprend des points rayonnés et des points cheminés, on dit que c'est un **cheminement mixte**.

Le cheminement de la figure ci-contre passe par les points R, A, B, C, D, E et R'. Les points 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7 sont rayonnés. L'ensemble est un cheminement mixte encadré entre R et R'. Sur le carnet de nivellement, un point rayonné est repérable

directement au fait qu'il ne comporte pas de lecture arrière Le mesurage terminé, on

La longueur totale du cheminement ($R_1 - A - B - C - R_2$) est : $L = 250.81$ m.

Pour : un niveau ordinaire ;

$$n \leq 16 \rightarrow T = 4 \sqrt{36 L + L^2} \text{ et } n \geq 16 \rightarrow T = \sqrt{36 N + N^2 / 16}.$$

- Calculer les altitudes de points A, B et C sachant que les résultats des mesures sont :

Cheminement	Points	R ₁	A	B	C	R ₂
Encadré	L _{AR} (mm)	10 35	10 22	11 45	11 33	--
	L _{AV} (mm)	--	18 00	20 34	28 00	29 09

Solution :

D'après les données des lectures faites sur les points dénivélés on peut dresser le tableau de nivellement direct encadré suivant :

station	pts	Lectures (m)		Dénivelées calculées (m)		Altitudes calculées (m)	(C) mm	Dénivelées compensées (m)		Altitudes compensées (m)
		L _{AR}	L _{AV}	+	-			+	-	
	R ₁	1.035				100.000				100.000
S1	A	1.022	1.800		0.765	99.235	1		0.764	099.236
S2	B	1.145	2.034		1.012	98.223	1		1.011	098.225
S3	C	1.133	2.800		1.655	96.568	3		1.652	096.573
S4	R ₂		2.909		1.776	94.792	3		1.773	094.800
				$\Sigma = 5.208$ m						

1- Ecart de fermeture ef :

$$ef = \text{Altitude calculée} - \text{Altitude donnée} = 94.792 \text{ m} - 94.800 \text{ m} = - 0.008 \text{ m} = - 8 \text{ mm}$$

2- Tolérance T : $T = (4\sqrt{36L + L^2})$ si : $n \leq 16$ avec l'appareil niveau est ordinaire

$$n = N/L ; (L \text{ en km})$$

$$n = 4/250.81 \text{ m} = 4/0.250 \text{ m} = 15.948 < 16$$

$$\text{Donc } T = \pm (4\sqrt{36L + L^2}) = - 12.061 \text{ mm}$$

3- Ecart type σ :

$$\sigma = \pm 1.7\sqrt{N} = - 1.7\sqrt{4} = - 3.4 \text{ mm}$$

Cas : $\sigma < ef < T$: la compensation des altitudes est proportionnelle à la dénivelée totale du cheminement.

Avec h_i dénivelée entre 2 points et les C_i sont donnés par la formule suivante :

$$C_1 = - (- 8) \times 0.765/5.208 = 1.175 \text{ mm} \approx 1 \text{ mm}$$

$$C_2 = - (- 8) \times 1.012/5.208 = 1.555 \text{ mm} \approx 1 \text{ mm}$$

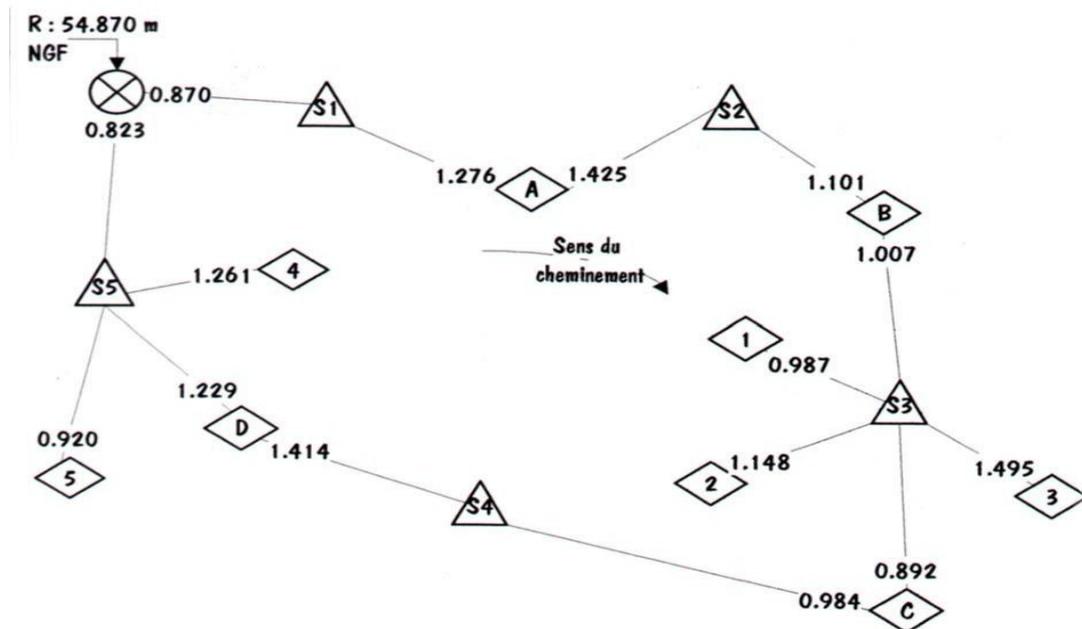
$$C_3 = - (- 8) \times 1.655/5.208 = 2.542 \text{ mm} \approx 3 \text{ mm}$$

$$C_4 = - (- 8) \times 1.776/5.208 = 2.728 \text{ mm} \approx 3 \text{ mm}$$

Exercice proposé :

Pour ce cheminement mixte (figure ci après), un topographe à niveler les points R (repère), A, B, C et D et deux rayonnements au niveau des stations S_3 et S_5 , le repère R à pour altitude 54.870 m.

On demande de calculer les altitudes des points A, B, 1, 2, 3, C, D, 4 et 5.



B - Nivellement indirect

Le nivellement indirect est l'ensemble des opérations topométrique permettant la détermination de dénivelées à partir de mesures d'angles et de distances. Pour cela on utilise un appareil appelé tachéomètre pour la mesure des angles on peut utiliser le théodolite, ces deux appareils comportent 2 cercles gradués, un cercle horizontal et un cercle vertical, suivant la portée, on distingue 02 types de nivellement indirect : nivellement trigonométrique à courte portée ≤ 400 m contrairement au nivellement géodésique qui s'effectue sur des longues portées de 400 m à 4 kms.

Procédé :

Soit à déterminer la dénivelée ΔH entre A et B

- On installe le théodolite en A et la mire en B
- On vise la mire et on mesure l'angle vertical V (zénithal)
- A l'aide de la roulette, on mesure H_t de l'appareil
- On fait le calcul suivant le schéma ci après :

H_t

Z_A

Pour déterminer l'altitude de **B** connaissant celle de **A** on se base sur les formules suivantes :

Sachant que :

L_s : lecture supérieure, L_m : lecture médiane, L_i : lecture inférieure

H_i : hauteur des tourillons de l'instrument en A, V : angle zénithal, i : angle de site

Z_A et Z_B : les altitudes des points A et B successivement, ΔZ : la dénivelée entre A et B.

✚ $Z_B = Z_A + \Delta Z$

✚ $\Delta Z = \Delta Y + H_i - H_m$

✚ $\Delta Z = D_h \cdot \text{tgi} + H_t - H_m$

✚ Si $H_t = H_m \rightarrow \Delta Z = D_h \cdot \text{tgi}$

✚ $D_h = 100 \cdot (L_s - L_i) \cdot \sin^2 V$

✚ $D_h = 100 \cdot (L_s - L_i) \cdot \cos^2 i$

Avec :

✚ $i = 100 - V$

✚ $V = V_G + |C_v| = 400 - (V_D + |C_v|)$

✚ $V = [V_G + (400 - V_D)]/2$

✚ $C_v = [400 - (V_G + V_D)]/2$

Pour les longues portées :

$$\Delta Z = D_h \cdot \text{tgi} + H_t - H_m + N_a; N_a = \text{niveau apparent} = S - r$$

= correction de sphéricité et r = correction de refraction

$$S = (D_h)^2/2R$$

$$r = K(D_h)^2/2R; R = \text{rayon de la terre (6380 kms)}$$

$$N_a = S - r = (D_h)^2(1-K)/2R - K(D_h)^2/2R = q(D_h)^2 = (D_h)^2/15$$

Exercice 1 :

Un topographe a mis en station un théodolite sur le point A, ensuite il a visé la mire sur le point B, il a trouvé les résultats suivants :

- $V = 58.973$ gr
- $L_S = 2.123$ m, $L_m = 1.518$ m, $L_i = 0.913$ m
- H_t (hauteur de l'instrument) = 1.550

m On demande :

1. Calculer la distance horizontale entre les points A et B.
2. Déterminer l'altitude du point B sachant que l'altitude du point A est 478.250 m.

Solution 1 :

$$1) \text{ La distance horizontale } D_h = 100 \times (L_S - L_i) \times \sin^2 V$$

$$D_h = 100 \times (L_S - L_i) \times \sin^2 V = 100 \times (2.123 - 0.913) \times \sin^2(58.973)$$

$$D_{h(AB)} = 100 \times (2.123 - 0.913) \times 0.639 = 77.330 \text{ m}$$

$$2) Z_B = Z_A + \Delta Z$$

$$\Delta Z = D_h \cdot \text{tgi} + H_t - H_m \text{ avec } i = (100 - V)$$

$$\Delta Z = D_h \cdot \text{tg}(100 - V) + H_t - H_m$$

$$\Delta Z = 77.330 \times \text{tg}(100 - 58.973) + 1.550 - 1.518 = 58.144 \text{ m}$$

$$Z_B = 478.250 + 58.144 = \underline{536.394 \text{ m}}$$

Exercice 2 :

Pour connaître les altitudes de quelques points d'un terrain destiné à la réalisation d'un ensemble de bâtiments à usage d'habitation, un topographe a utilisé un

théodolite, et en procédant par cheminement il a trouvé les résultats présentés sur le tableau ci-dessous :

Stations H_i (m)	Points visés	Direct (d) ou inverse (i)	Angles verticaux		Distances horizontales (m)
			$V_G(\text{gr})$	$V_D(\text{gr})$	
A 1. 53	B	d	98.28 0	301.7 40	?
B 1. 54	A	i	101.75 0	298.2 70	47.0 72
	C	d	96.850	303.1 70	
C 1. 49	B	i	103.15 0	296.8 60	61.0 54
	D	d	103.20 0	296.8 30	
D 1. 52	C	i	96.820	303.1 90	59.7 98
	E	d	103.48 0	296.5 40	
E 1. 56	D	i	96.540	303.4 80	82.9 95
	F	d	104.14 0	295.8 80	
F 1. 48	E	i	95.870	304.1 50	

A

C

E

Sachant que la mire est visée à la même hauteur que l'instrument ($H_m = H_t$), On demande :

- Calculer la distance horizontale entre les deux points A et B sachant que :
 $L_s = 1.786 \text{ m}$, $L_m = 1.530 \text{ m}$ et $L_i = 1.274 \text{ m}$
- Calculer les altitudes des sommets du cheminement réalisé, sachant que les altitudes des points A et F sont successivement 74.372 m et 66.672 m.

Remarque : les résultats doivent être présentés sous forme d'un tableau de nivellement indirect.

Solution 2 :

1) - Le tronçon AB :

- La distance horizontale (A-B) : $D_{h(A-B)} = 100 \times (L_S - L_i) \times \sin^2 V$

Avec : $V = [V_G + (400 - V_D)]/2$

$$\rightarrow V_{1(A-B)} = [98.280 + (400 - 301.740)]/2 = 98.270 \text{ gr} \rightarrow i_1 = 100 - 98.270$$

$$\text{et } V_{2(B-A)} = [101.750 + (400 - 298.270)]/2 = 101.740 \text{ gr} \rightarrow i_2 = 100 - 101.740$$

Donc $i_1' = + 1.730 \text{ gr}$ et $i_2'' = - 1.740 \text{ gr}$

$$\rightarrow i = (+1.730 + 1.740)/2 = \underline{+1.735 \text{ gr}}$$

$$\rightarrow D_{h(A-B)} = 100 \times (L_S - L_i) \times \cos^2 i = 100 \times (1.786 - 1.274) \times \cos^2(1.735)$$

$$\underline{D_{h(A-B)} = 51.161 \text{ m}}$$

2) - Calcul des altitudes des sommets B, C, D et E

- Le tronçon BC :

$$\rightarrow V_{1(B-C)} = [96.850 + (400 - 303.170)]/2 = 96.840 \text{ gr} \rightarrow i_1 = 100 - 96.840$$

$$\text{et } V_{2(C-B)} = [103.150 + (400 - 296.860)]/2 = 103.145 \text{ gr} \rightarrow i_2 = 100 - 103.145$$

Donc $i_1' = + 3.160 \text{ gr}$ et $i_2'' = - 3.145 \text{ gr}$

$$\rightarrow i = (+ 3.160 + 3.145)/2 = \underline{+ 3.152 \text{ gr}}$$

- Le tronçon CD :

$$\rightarrow V_{1(C-D)} = [103.200 + (400 - 296.830)]/2 = 103.185 \text{ gr} \rightarrow i_1 = 100 - 103.185$$

$$\text{et } V_{2(D-C)} = [96.820 + (400 - 303.190)]/2 = 96.815 \text{ gr} \rightarrow i_2 = 100 - 96.815$$

Donc $i_1' = - 3.185 \text{ gr}$ et $i_2'' = + 3.185 \text{ gr}$

$$\rightarrow i = (3.185 + 3.185)/2 = \underline{- 3.185 \text{ gr}}$$

- Le tronçon DE :

$$\rightarrow V_{1(D-E)} = [103.480 + (400 - 296.540)]/2 = 103.470 \text{ gr} \rightarrow i_1 = 100 - 103.470$$

$$\text{et } V_{2(E-D)} = [96.540 + (400 - 303.480)]/2 = 96.530 \text{ gr} \rightarrow i_2 = 100 - 96.530$$

Donc $i_1' = - 3.470 \text{ gr}$ et $i_2'' = + 3.470 \text{ gr}$

$$\rightarrow i = (+3.470 + 3.470)/2 = \underline{- 3.470 \text{ gr}}$$

- Le tronçon EF :

$$\rightarrow V_{1(D-E)} = [104.140 + (400 - 295.880)]/2 = 104.130 \text{ gr} \rightarrow i_1 = 100 - 104.130$$

$$\text{et } V_{2(E-D)} = [95.870 + (400 - 304.150)]/2 = 95.860 \text{ gr} \rightarrow i_2 = 100 - 95.860$$

Donc $i_1' = - 4.130 \text{ gr}$ et $i_2'' = + 4.140 \text{ gr}$

$$\rightarrow i = (+ 4.130 + 4.140)/2 = \underline{- 4.135 \text{ gr}}$$

Les Dénivelées ΔZ : ($H_t = H_m$)

$$\triangleright \Delta Z_{AB} = D_h \cdot \text{tgi} ;$$

1) $D_{h(A-B)} = 51.162 \text{ m}$, $i = +1.735 \text{ gr}$;

$$\Delta Z_{AB} = + 1.394 \text{ m}$$

2) $D_{h(B-C)} = 47.072 \text{ m}$, $i = +3.152 \text{ gr}$;

$$\Delta Z_{BC} = + 2.333 \text{ m}$$

3) $D_{h(C-D)} = 61.054 \text{ m}$, $i = - 3.185 \text{ gr}$;

$$\Delta Z_{CD} = - 3.057 \text{ m}$$

4) $D_{h(D-E)} = 59.798 \text{ m}$, $i = + 3.470 \text{ gr}$;

$$\Delta Z_{DE} = - 2.990 \text{ m}$$

5) $D_{h(E-F)} = 82.995 \text{ m}$, $i = - 4.135 \text{ gr}$;

$$\Delta Z_{EF} = - 5.398 \text{ m}$$

Tableau de nivellement indirect

(m)			Angles verticaux		Angle (gr)	horizontales	Déniv ΔZ (m)		Alt. calcul. (m)	C	Alt. com. (m)
			V_G (gr)	V_D (gr)			+	-			
A 1.5 3	B	d	98.28 0	301.74 0	+ 1.735	51.16 1	1.39 4		74.37 2	2	74.37 2
B 1.5 4	A	i	101.75 0	298.27 0	+	47.07 2	2.33 3		75.76 6	3	75.76 8
	C	d	96.85 0	303.17 0					78.09 9		
C 1.4 9	B	i	103.15 0	296.86 0	-	61.05 4	3.05 7		78.09 9	4	78.10 4
	D	d	103.20 0	296.83 0							

D 1.5 2	C E	i d	96.82 0	303.19 0					75.04 2	3	75.05 1
			103.48 0	296.54 0	+	3.470	59.79 8				
E 1.5 6	D F	i d	96.54 0	303.480					72.05 2	6	72.06 4
			104.14 0	295.880	-	4.135	82.99 5				
F 1.4 8	E	i	95.87 0	304.150					66.65 4		66.67 2
								$\Sigma = 15.172$			

Avec :

d : direct

i : indirect

C : compensation

La compensation :

1- Ecart de fermeture e_f :

$$e_f = \text{Altitude calculée} - \text{Altitude donnée} = 66.654 \text{ m} - 66.672 \text{ m} = - 0.018 \text{ m} = - 18 \text{ mm}$$

2- Tolérance T :

$$T = \pm 4.5 \text{ cm} = - 45 \text{ mm}$$

3- Ecart type σ :

$$\sigma = \pm 1.7\sqrt{N} = - 1.7\sqrt{5} = - 3.801 \text{ mm}$$

Cas : $\sigma < e_f < T$: les mesures sont acceptables et la répartition de l'écart de fermeture est proportionnelle aux dénivelées en valeurs absolues. Toute fois une répartition proportionnelle aux distances n'est pas logique.

$C_i = [- e_f \times |\Delta h_i|] / \sum |\Delta h_i|$ Avec $|\Delta h_i|$ dénivelée entre 2 points.

$$C_1 = - (- 0.018) \times 1.394 / 15.172 = 1.654 \text{ mm} \approx 2 \text{ mm}$$

$$C_2 = - (- 0.018) \times 2.333 / 15.172 = 2.768 \text{ mm} \approx 3 \text{ mm}$$

$$C_3 = - (- 0.018) \times 3.057 / 15.172 = 3.627 \text{ mm} \approx 4 \text{ mm}$$

$$C_4 = - (- 0.018) \times 2.990 / 15.172 = 3.547 \text{ mm} \approx 3 \text{ mm}$$

$$C_4 = - (- 0.018) \times 5.398 / 15.172 = 6.404 \text{ mm} \approx 6 \text{ mm}$$