

Détermination des surfaces

Chapitre 4

Détermination des surfaces

4.1 Introduction :

L'une des opérations importantes en topographie est le calcul des surfaces en vue d'un certain partage ou de la venue de parcelles, d'évaluation de l'impôt foncier, etc. Pour cela, on peut utiliser deux méthodes de calcul :

- Le calcul par coordonnées polaire ;
- Le calcul par coordonnées rectangulaires.

Le choix de l'une ou l'autre des deux méthodes dépend de la méthode de levé utilisée.

4.2 Calcul par coordonnées polaires

Soit la figure 4.1 ci après :

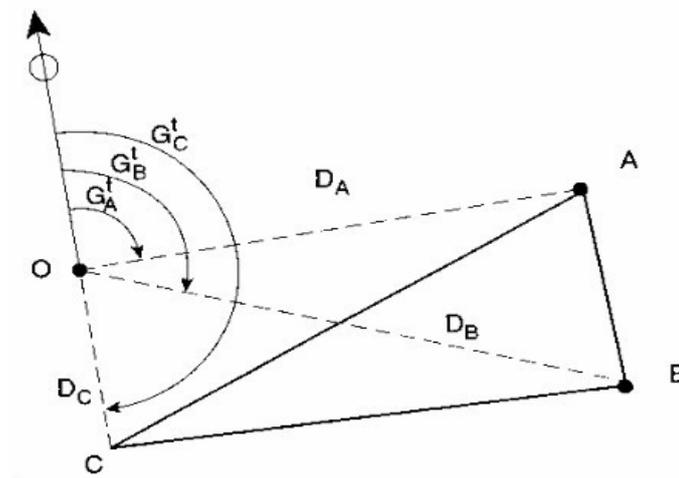


Fig. 4.1 : Calcul par coordonnées polaires

Sur la figure 4.1 :

- D_A, D_B, D_C représentent les distances entre la station O et les points levés ;
- G_A^t, G_B^t, G_C^t représentent les gisements correspondants ;

La surface du triangle ABC sera égale à :

$$ABC = OAB + OBC - OAC$$

$$ABC = \frac{1}{2}[(D_A \times D_B \times \sin(G_B^t - G_A^t)] + \frac{1}{2}[(D_B \times D_C \times \sin(G_C^t - G_B^t)] - \frac{1}{2} [(D_A \times D_C \times \sin(G_C^t - G_A^t)]$$

$$ABC = \frac{1}{2}[D_A \times D_B \times \sin(G_B^t - G_A^t)] + D_B \times D_C \times \sin(G_C^t - G_B^t) - D_A \times D_C \times \sin(G_C^t - G_A^t)]$$

D'une manière générale, on peut écrire :

$$S = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n \alpha_i D_i \times D_{i+1} \times \sin(G_{i+1} - G_i) \right]$$

avec $i = 1, 2, 3... n$

Exemple 1 :

Soit à calculer la surface du quadrilatère représenté à la figure 4.2, en utilisant le calcul par coordonnées polaires.

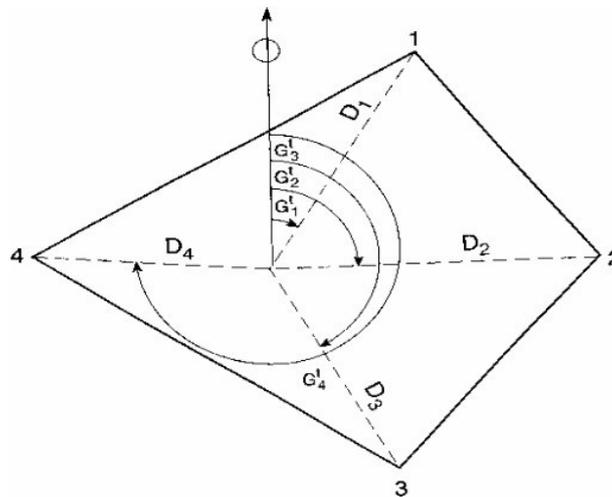


Fig. 4.2 : exemple de calcul par coordonnées polaires

Distances

$$D_1 = 32.30 \text{ m} ; D_2 = 49.32 \text{ m} ; D_3 = 42.14 \text{ m} ; D_4 = 53.39 \text{ m}$$

Gisements

$$G_1^t = 49.12 \text{ gr} ; G_2^t = 98.07 \text{ gr} ; G_3^t = 131.52 \text{ gr} ; G_4^t = 311.10 \text{ gr}$$

Solution

$$G_2^t - G_1^t = 98.07 - 49.12 = 48.95 \text{ gr}$$

$$G_3^t - G_2^t = 131.52 - 98.07 = 33.45 \text{ gr}$$

$$G_4^t - G_3^t = 311.10 - 131.52 = 179.58 \text{ gr}$$

$$G_1^t - G_4^t = (49.12 - 311.10) + 400 = 138.02 \text{ gr}$$

$$32.30 \times 49.32 \times \sin 48.95 = 1107.72 \text{ m}^2$$

$$49.32 \times 42.14 \times \sin 33.45 = 1042.47 \text{ m}^2$$

$$42.14 \times 53.39 \times \sin 179.58 = 709.34 \text{ m}^2$$

$$53.39 \times 32.30 \times \sin 138.02 = 1425.99 \text{ m}^2$$

$$2S = 1107.72 + 1042.47 + 709.34 + 1425.99 = 4285.52 \text{ m}^2$$

$$S = 4285.52/2 = 2142.76 \text{ m}^2$$

4.3 Calcul par coordonnées rectangulaires

Soit la parcelle de terrain représentée à la figure (4.3). Si l'on projette les points 1, 2, 3 sur les axes x et y et si l'on calcule la surface du triangle de sommets 1, 2, 3, on trouve :

$$S = 1/2[(X_2 - X_1) \times (Y_2 + Y_1)] + [1/2 (X_3 - X_2) \times (Y_2 + Y_3)] - [1/2(X_3 - X_1) \times (Y_1 + Y_3)]$$

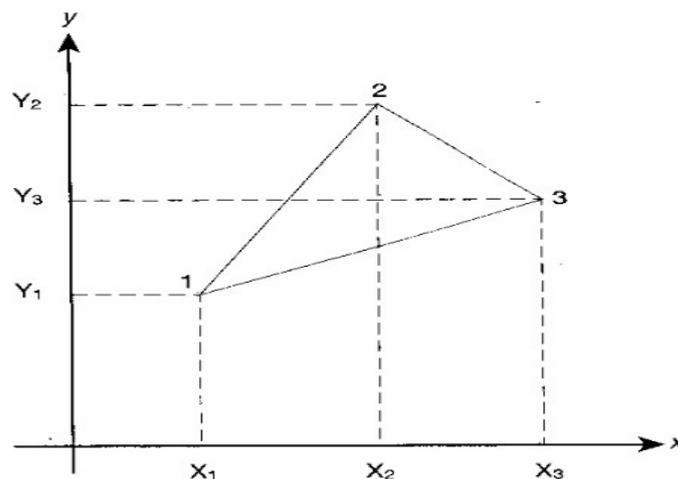


Fig. 4.3 : Calcul par coordonnées rectangulaires

Après développement on obtient :

$$S = \frac{1}{2} [Y_1(X_2 - X_3) + Y_2(X_3 - X_1) + Y_3(X_1 - X_2)]$$

Ou encore, d'une autre manière :

$$S = \frac{1}{2} [X_1(Y_3 - Y_2) + X_2(Y_1 - Y_3) + X_3(Y_2 - Y_1)]$$

Ainsi, d'une manière générale, on aura les formules suivantes :

$$S = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n Y_i (X_{i+1} - X_{i-1}) \right] = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}) \right]$$

Avec $i = 1, 2, 3 \dots n$

$$S = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n Y_i (X_{i-1} - X_{i+1}) \right] = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n X_i (Y_{i-1} - Y_{i+1}) \right]$$

Avec $i = 1, 2, 3 \dots n$

Exemple 2 :

Soit le triangle de sommets 1, 2, 3 de coordonnées respectives :

1(222.64 m, 224.70 m), 2(444.33 m, 628.25 m), 3(650.33 m, 455.70 m)

On demande de calculer la surface délimitée par ce triangle (figure 4.8)

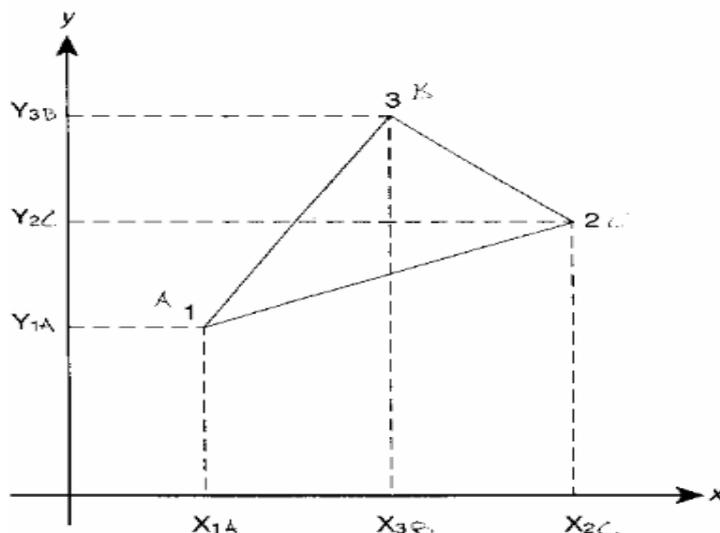


Fig. 4.4 : Exemple de calcul d'une surface par coordonnées rectangulaires

$$S = \frac{1}{2} [Y_1(X_2 - X_3) + Y_2(X_3 - X_1) + Y_3(X_1 - X_2)]$$

$$S = \frac{1}{2} [224.70 (444.33 - 650.33) + 628.25 (650.33 - 224.70) + 455.70 (222.64 - 444.33)]$$

$$S = 121383.91/2 = 60691.95 \text{ m}^2$$

$$\text{Ou ; } S = \frac{1}{2} [X_1(Y_3 - Y_2) + X_2(Y_1 - Y_3) + X_3(Y_2 - Y_1)]$$

$$S = \frac{1}{2} [222.64 \times (455.70 - 628.25) + 444.33 \times (224.70 - 455.70) + 650.33 \times (628.25 - 224.70)]$$

$$S = 121383.91/2 = 60691.95 \text{ m}^2$$

Exercice 4.1

1. Calculez la surface de la parcelle de terrain en forme de triangle dont les coordonnées des sommets sont les suivantes :

A (122.50 m, 130.70 m), B (221.32 m, 452.75 m), C (621.21 m, 250.25 m)

2. Calculez la surface de la parcelle de terrain en forme de triangle en utilisant la méthode de calcul par coordonnées polaires. Les données sont les suivantes :

Distances :

$D_1 = 46.50 \text{ m}$; $D_2 = 90.43 \text{ m}$; $D_3 = 30.20 \text{ m}$

Gisements :

$G_1^t = 70 \text{ gr}$; $G_2^t = 150 \text{ gr}$; $G_3^t = 330 \text{ gr}$

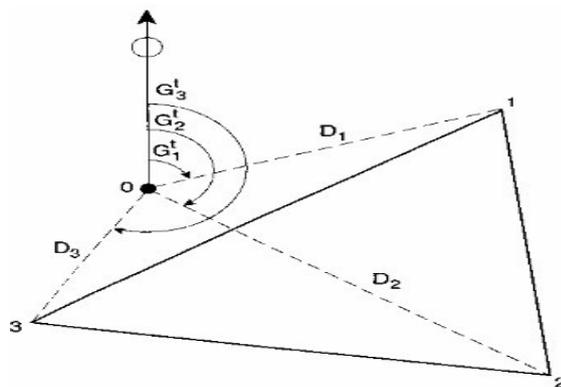


Fig. 4.5 : Schéma représentatif du procédé de calcul de la surface