وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي
كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة

قسم الرياضيات والإعلام آلي
السنة الثالثة رياضيات
2026/2025

الإمتحان في مادة معادلات التفاضلية

التمرين 01: (5 نقاط)

1. برهن أن $(y, J =]-\infty, 1[)$ المعرفة كما يلي: $y(t) = \frac{1}{1-t}$، هو حل للمعادلة التفاضلية:
$\dot{y} = y^2$، الذي يحقق $y(0) = 1$، ثم هل هو حل أعظمي (مع التعليل)، وهل هو حل كلي كذلك (مع التعليل).
2. ما العنصر الذي يصنع الفرق بين الحل والحل المحلي والحل الأعظمي والحل الكلي، وبيّن الفرق بينهم بإيجاز.

التمرين 02:(8 نقاط)

لنعتبر المعادلة التفاضلية (1) التالية:

1) لتكن $(t_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ أدرس وجود ووحدانية الحل الأعظمي $(y, J =]\alpha, \beta[)$ للمعادلة (1) الذي يحقق $y(t_0) = y_0$.
2) أثبت أن y متزايدة على $J =]\alpha, \beta[$.
3) ما هو الحل الأعظمي φ للمعادلة (1) الذي يحقق: $\exists \tau \in \mathbb{R}; \varphi(\tau) = 0$.
4) برهن أن الحل الأعظمي (ϕ, J) للمعادلة (1) الذي يحقق $\phi(0) = 1$ هو دالة موجبة تماما على J .
5) برهن أن الحل الأعظمي $(y, J =]\alpha, \beta[)$ لمسألة كوشي (I) دالة فردية على J، مع إيجاد J .
6) برهن أن f لبشيزية كليا بالنسبة لـ y على $\mathbb{R}^2$.
7) برهن أن $(J,)$ حل كلي وحيد لمسألة كوشي (I)، مع إيجاد J.

قم بحل أحد التمارين التمرين03 أو التمرين04.

التمرين 03: (7نقاط)

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $y^{(3)} - 3\dot{y} - 2y = 0$.

التمرين 04:(5نقاط)

حل مسألة كوشي $\begin{cases} \dot{Y}(\quad) = AY \\ Y(t_0) = Y_0 \end{cases}$

حيث: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$، و $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$، و $Y_0 = \begin{pmatrix} y_1^0 \\ y_2^0 \\ y_3^0 \end{pmatrix}$.