

التمرين 01: لنضع $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4; x^2 + y^2 = z^2 + t^2 = 1\}$

1. بين أن V منوعة طوبولوجية جزئية من \mathbb{R}^4 ، وعين بعدها.

عين الفضاء المماسي لـ V عند النقطة (x, y, z, t) (أي: $T_{(x,y,z,t)}V$).

التمرين 02: لنضع $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 14, x^3 + y^3 + z^3 = 36\}$

بين أن V منوعة طوبولوجية جزئية من \mathbb{R}^3 ، وعين بعدها.

التمرين 03: لنفرض أن $R > r > 0$ ، ولنضع:

$$V = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3; \left(\sqrt{x^2 + y^2} - R \right)^2 + z^2 = r^2 \right\}$$

بين أن V منوعة طوبولوجية جزئية من \mathbb{R}^3 ، وعين بعدها.

عين الفضاء المماسي لـ V عند النقطة (x, y, z) (أي: $T_{(x,y,z)}V$).

التمرين 04: لنضع $V = \left\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4; x^2 + y^2 = z^2 + t^2 = \frac{1}{2} \right\}$

1. بين أن V منوعة طوبولوجية جزئية من \mathbb{R}^4 ، وعين بعدها.

2. عين الفضاء المماسي لـ V عند النقطة (x, y, z, t) (أي: $T_{(x,y,z,t)}V$).

3. برهن أن V مستشاكل مع $S^1 \times S^1$. (استعمل التطبيق: $g(x, y, z, t) = \sqrt{2}(x, y, z, t)$)

التمرين 05: لنضع $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + 4y^2 - 1 = 0, x^2 + 4y^2 - z = 0\}$

1. بين أن V منوعة طوبولوجية جزئية من \mathbb{R}^3 ، وعين بعدها.

2. عين الفضاء المماسي لـ V عند النقطة (x, y, z) (أي: $T_{(x,y,z)}V$).

التمرين 06: لنضع $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; xy + xz + yz + 2x + 2y - z = 0\}$

1. بين أن V منوعة طوبولوجية جزئية من \mathbb{R}^3 ، وعين بعدها.

عين الفضاء المماسي لـ V عند النقطة $(0, 0, 0)$ (أي: $T_{(0,0,0)}V$).

التمرين 07: بين أن المجموعة $S^n = \left\{ (x_1, \dots, x_{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1}; \sum_{i=1}^{n+1} x_i^2 = 1 \right\}$ منوعة طوبولوجية جزئية من

\mathbb{R}^{n+1} ، وعين بعدها، ثم استنتج أنه من أجل كل $p \in S^n$ أن $T_p S^n = \{v \in \mathbb{R}^n; p \perp v\}$

التمرين 08:

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 - z^2 = 1; x^2 - z = 5\}$$
 لنضع

1. بين أن V متنوعة طوبولوجية جزئية من \mathbb{R}^3 ، وعين بعدها.
2. عين الفضاء المماسي لـ V عند النقطة (x, y, z) (أي: $T_{(x,y,z)}V$).

التمرين 09:

$$V = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3; \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z^2 = 1 \right\}$$
 لنضع

1. باستعمال نظرية القيمة العادية بين أن V متنوعة جزئية من \mathbb{R}^3 ، وعين بعدها.
2. عين الفضاء المماسي لـ V عند النقطة (x, y, z) (أي: $T_{(x,y,z)}V$).

التمرين 10:

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; [4x^2(x^2 - 1) + y^2]^2 + z^2 = \frac{1}{4}\}$$
 لنضع

1. بين أن V متنوعة طوبولوجية جزئية من \mathbb{R}^3 ، وعين بعدها.
2. عين الفضاء المماسي لـ V عند النقطة (x, y, z) (أي: $T_{(x,y,z)}V$).

التمرين 11:

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 1\}$$
 لنضع

1. بين أن V متنوعة طوبولوجية جزئية من \mathbb{R}^3 ، وعين بعدها.
2. عين الفضاء المماسي لـ V عند النقطة (x, y, z) (أي: $T_{(x,y,z)}V$).