المحور الثالث: مقاييس النزعة المركزية

المحور الثالث: مقاييس النزعة المركزية

تعتبر هذه المقاييس نقطة البداية لأي دراسة تحليلية إحصائية، وتهتم بتوفير مؤشرات كمية تمثل التوجه العام لقيم المتغير الكمي المدروس. تتنوع استخدامات مقاييس النزعة المركزية في عمليات الاستدلال الإحصائي مما ينتج عنه تنوع في طبيعة تلك المقاييس. ومن أهم هذه المقاييس نجد: الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال

- مفهوم النزعة المركزية: تميل البيانات الإحصائية إلى التمركز حول قيمة معينة، وكلما ابتعدنا عن هذه القيمة فان عدد المعلومات يبدأ في التناقص، نسمي هذه الظاهرة بالنزعة المركزية
- مقاييس النزعة المركزية: يعبر قياس النزعة المركزية عن مركز التوزيع الإحصائي، ولقياس هذه النزعة نستعمل المقاييس التالية:

1- **الوسط الحسابي**: يعتبر من أشهر مقاييس النزعة المركزية وأكثرها استخداما، يرمز له ب $\bar{X}$ ويحسب بالعلاقة التالية: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X}{n}$

حيث: Xi تأخذ القيم من X_1 إلى X_n أي: $X_1, X_2, X_3 \ldots\ldots X_n$، و n هو عدد القيم.

1-1- الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة: عندما تكون البيانات عبارة عن سلسلة احصائية $X_1, X_2, \ldots X_n$ يتم حساب الوسط الحسابي بالعلاقة $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$

مثال: لدينا علامات عينة مكونة من 15 طالب في مقياس الإحصاء الوصفي كالتالي:

07. 05. 15. 08. 11. 13. 15. 06. 11. 14. 12. 13. 16. 09. 10

المطلوب: احسب المتوسط الحسابي للسلسلة:

$$\bar{X} = \frac{10+09+16+13+12+14+11+06+15+13+11+08+15+05+0}{15} = \frac{165}{15} = 11$$

ومنه فإن متوسط علامات الطلبة في مقياس الإحصاء هو 11

1-2- المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة: إذا كانت البيانات مبوبة في شكل جدول توزيع تكراري، يتم حساب الوسط الحسابي كالتالي:

- في حالة متغير كمي منفصل: يتم حساب الوسط الحسابي باستخدام التكرار المطلق حسب العلاقة التالية:

$$\bar{X} = \frac{F1X1+F2X2+\cdots\ldots+FnXn}{\text{n}}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} FiXi}{\sum Fi}$$

مثال: لدينا جدول التوزيع التكراري التالي

Xi.Fi	Fi	Xi
18	3	6

المحور الثالث: مقاييس النزعة المركزية

7	4	28
12	5	60
23	2	46
المجموع	**14**	**152**

وبالتالي:

$$\bar{X} = \frac{152}{14} = 10.85$$

في حالة متغير كمي متصل: لحساب الوسط الحسابي في حالة متغير كمي متصل نقوم أولا بتحديد مراكز الفئات $C1.\ C2 \ldots\ldots Cn$ ثم تطبيق العلاقة التالية:

$$\bar{X} = \frac{F_1C_1 + F_2C_2 + \cdots + F_nC_n}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} FiCi}{\sum Fi}$$

مثال: احسب المتوسط الحسابي للتوزيع التكراري التالي:

الفئات	]4-0]	]8-4]	]12-08]	]16-12]	المجموع
Fi	5	7	13	6	31

الحل: نقوم أولا بحساب مراكز الفئات Ci ثم Fi.Ci

الفئات	Fi	مركز الفئة Ci	Fi.Ci
]4-0]	5	2	10
]8-4]	7	6	42
]12-08]	13	10	130
]16-12]	6	14	84
المجموع	31	/	266

$$\bar{X} = \frac{266}{31} = 8.58$$

ملاحظات تخص الوسط الحسابي:

- يتأثر الوسط الحسابي بشكل كبير بقيم المشاهدات المتطرفة أو الشاذة سواء الكبيرة أو الصغيرة، وبالتالي فان الوسط الحسابي قد لا يكون معبرا بشكل حقيقي عن متوسط قيم المشاهدات. في هذه الحالة إما نقوم بإهمال القيمة المتطرفة ثم نحسب الوسط الحسابي أو نتخلى عن اعتماد هذا المقياس؛
- لا يستخدم المتوسط الحسابي في حالة البيانات الوصفية الاسمية أو الترتيبية؛
- المتوسط المرجح: إذا كان لدينا عينتين، حجم العينة الأولى n_1 وحجم العينة الثانية n_2 , كان المتوسط الحسابي لكل منهما $\bar{X}_1$ و $\bar{X}_2$ على التوالي فيتم حساب المتوسط الحسابي لهما بترجيح كل متوسط بحجم العينة المحسوب منها كما يلي:

المحور الثالث: مقاييس النزعة المركزية

$$\bar{X} = \frac{\bar{X}\,1n1+\bar{X}2n2}{\text{n1+}} \quad .... \quad (1)$$

وفي حالة أكثر من عينتين تكون العلاقة: $\bar{X} = \frac{\bar{X}\,1n1+\bar{X}2n2+\bar{X}3n3+\cdots+\bar{X}knk}{\text{n1+n2}\ \ \cdots\text{+nk}}$

مثال: لدينا المتوسط الحسابي لمعدلات طلبة تخصصين مختلفين في نفس الشعبة كالتالي

$\bar{X}2 = 14$ ، $\bar{X}1 = 12$ ، حيث عدد الطلبة في التخصص الأول هو $n_1 = 32$، وفي التخصص الثاني هو $n_2=25$. فما هو الوسط الحسابي لمعدلات الطلبة في كلا التخصصين.

الحل: حساب المتوسط المرجح $\bar{X} = \frac{32.12+25.14}{25+3} = 12.88$

لنفترض أن عدد الطلبة في التخصصين متساوي أي أن حجم العينة هو نفسه $n_1=n_2=25$

فيكون المتوسط الحسابي لهما هو: $\bar{X} = \frac{\bar{X}1+\bar{X}2}{2} = \frac{12+14}{2} = 13$

بتطبيق علاقة الوسط الحسابي المرجح رقم (1) في هذه الحالة : $\bar{X} = \frac{25.12+\quad .14}{25+25} = 13$

نجد نفس النتيجة أي انه في حالة تساوي حجم العينات نقوم فقط بتجميع المتوسطات ونقسم على عددها، أما في حالة اختلاف الحجم نقوم باستخدام العلاقة المرجحة (العلاقة رقم 1)

2- **الوسيط**: (**Median**) يعرف الوسيط على انه القيمة التي تتوسط مجموعة من القيم إذا تم ترتيبها ترتيبا تصاعديا أو تنازليا

1.2 حساب الوسيط في البيانات غير المبوبة: وهناك حالتين لتحديد الوسيط في هذه الحالة

أولا– في حالة عدد المفردات فردي (n فردي): ويحسب ترتيب الوسيط في هذه الحالة من العلاقة $\frac{n+1}{2}$

مثال: احسب الوسيط من البيانات التالية: 61،80،40،10،15،12،20

الحل: نقوم أولا بترتيب البيانات تصاعديا ثم نقوم بحساب العلاقة $\frac{(7+1)}{2} = 4$

80.61.40.20.15.12.10 ترتيب الوسيط هو 4، إذا الوسيط هو القيمة 20

ثانيا في حالة كون عدد المفردات زوجي (n زوجي) في هذه الحالة يوجد رقمين يمثلان الوسيط ويمكن إيجادهما بتطبيق العلاقة:

$\frac{n}{2}$; $\frac{n}{2}+1$ مثال: احسب الوسيط في المعطيات التالية : 19. 12. 15. 23 . 42. 84 73. 30

الحل: نقوم أولا بترتيب المعطيات ترتيبا تصاعديا 84. 73. 42. 30. 23. 19. 15. 12 ثم نقوم بإيجاد ترتيب الوسيط $\frac{8}{2}=4$، $\frac{8}{2}+1 = 5$

2.2 الوسيط في حالة بيانات مبوبة (متغير كمي منفصل):

المحور الثالث: مقاييس النزعة المركزية

في حالة كون المتغير الإحصائي المدروس كمي منفصل، نقوم بإتباع الخطوات التالية لتحديد الوسيط

- نقوم أولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد؛

- نحدد رتبة الوسيط $\frac{}{2}$ ؛

- نبحث في العمود الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية ل $\frac{n}{2}$ أو الأكبر منها مباشرة $\geq$
$Ni\uparrow \; \frac{n}{2}$

- القيمة Xi المقابلة لقيمة التكرار المتجمع الصاعد المحددة سابقا هي قيمة الوسيط.

مثال: لدينا جدول التوزيع التكراري التالي يمثل توزيع 20 أسرة حسب عدد أطفالها

عدد الأطفال Xi	عدد الأسر Fi	$Ni\uparrow$
2	07	7
3	04	11
4	06	14
5	03	20
المجموع	20	

رتبة الوسيط هي $\frac{n}{2} = 10$.

لا توجد قيمة مساوية للرتبة في عمود التكرار المتجمع الصاعد وبالتالي نأخذ القيمة الأكبر مباشرة وهي:
11

قيمة Xi المقابلة ل11 هي: 03

وبالتالي: **Me= 03**

بالتالي: 50 % من الأسر عدد أطفالها اقل من 03

: 50 % من الأسر عدد أطفالها اكثر من 03