وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي
كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة

قسم الرياضيات والإعلام آلي
السنة الثالثة رياضيات
2026/2025 (S6)

# السلسلة رقم 01 في مادة الهندسة التفاضلية

**التمرين 01: العلاقة بين اشتقاق والتفاضل.**

لتكن الدالة $f: ]a, b[ \to \mathbb{R}$.

أوجد العلاقة بين اشتقاق والتفاضل للدالة $f$ عند النقطة $x_0$.

$$\left\{ f \text{ قابلة للاشتقاق عند النقطة } x_0 \right\} \Leftarrow \left\{ \begin{array}{c} f \text{ قابلة للتفاضل عند النقطة } x_0 \\ \text{ولدينا } \forall h \in \mathbb{R}: df_{x_0}(h) = \acute{f}(x_0).h \end{array} \right\}$$

$$\left\{ f \text{ قابلة للتفاضل عند النقطة } x_0 \right\} \Leftarrow \left\{ \begin{array}{c} f \text{ قابلة للاشتقاق عند النقطة } x_0 \\ \text{ولدينا } \acute{f}(x_0) = df_{x_0}(1) \end{array} \right\}$$

**التمرين 02: تفاضل التطبيق الثابتة و التطبيق المطابق.**

أ. برهن أن التطبيق $\varphi$ الثابتة على $E$ قابلة للتفاضل على $E$، وأن تفاضلها هو الدالة المعدومة على $E$ $(d\varphi = 0)$.

ب. برهن أن $I_E$ على $E$ قابلة للتفاضل على $E$، وأن تفاضله: $\forall x \in E: d(Id_E)_x = Id_E$.

**التمرين 03: تفاضل التطبيق الخطي.**

ليكن $E$ و $F$ فضائين شعاعيين على $K$ ذو بعدين منتهيين، و $f: E \to F$ تطبيق الخطي.

برهن أن $f$ قابلة للتفاضل على $E$، وأن تفاضله: $\forall x \in E: df_x = f$.

**التمرين 04: حساب التفاضلي**

لتكن الدالة $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ المعرفة كما يلي:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 y}{x^2 + y^2} & ; (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

أدرس استمرار وقابلية التفاضل وهل هي من صنف $C^1$ على $\mathbb{R}^2$ للدالة $f$.

**التمرين 05:** نفس سؤال التمرين 04 ولكن مع الدالة $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ المعرفة كما يلي:

$$g(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 y}{x^4 + y^2} & ; (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

**التمرين 06:** لتكن الدالة $f$ المعرفة كما يلي: $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$(x,y) \mapsto f(x,y) = \left(x + \tfrac{1}{2}cosy, y + \tfrac{1}{2}cosx\right)$$

برهن أن الدالة $f$ من صنف $C^1$ على $\mathbb{R}^2$، وأنها تقابل من $\mathbb{R}^2$ نحو $\mathbb{R}$، وهل يمكننا أن نبرهن أن $f^{-1}$ من صنف $C^1$ على $\mathbb{R}$، وما هو الحل إذن لكي نبرهن أن $f$ تشاكل تفاضلي من $\mathbb{R}^2$ نحو $\mathbb{R}$.