التمرين الأول:

افترض أن دخول الأسر تتبع التوزيع الطبيعى مع $\mu = \$\ 16{,}000$ و $\sigma = \$\ 2{,}000$. ما احتمال أن يكون دخل أسرة اختيرت عشوائياً (أ) بين $\$\ 15{,}000$ و $\$\ 18{,}000$ ؟ (ب) أقل من $\$\ 15{,}000$ ؟ (جـ) أعلى من $\$\ 18{,}000$ ؟ (د) أعلى من $\$\ 20{,}000$ ؟

(أ) نحن نرغب فى إيجاد $P(\$\ 15{,}000 < X < \$\ 18{,}000)$ حيث X دخل الأسرة :

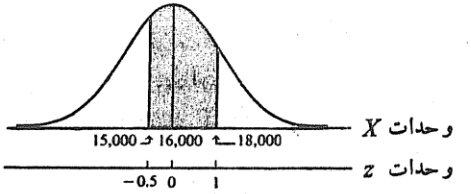
$$z_1 = \frac{X_1 - \mu}{\sigma} = \frac{\$15{,}000 - \$16{,}000}{\$2{,}000} = -0.5 \qquad \text{و} \qquad z_2 = \frac{X_2 - \mu}{\sigma} = \frac{\$18{,}000 - \$16{,}000}{\$2{,}000} = 1$$

أى أننا نرغب فى إيجاد المساحة (الاحتمال) بين $z_1 = -0.5$ و $z_2 = 1$ (المساحة المظللة فى شكل ٣ – ١٣) . بالبحث مقابل $z = 0.5$ فى ملحق ٣ ، نحصل على 0.1915 للمساحة بين $z = 0$ و $z = -0.5$. بالبحث مقابل $z = 1$ ، نحصل على 0.3413 للمساحة بين $z = 0$ و $z = 1$. ومن ثم فان

$P(\$\ 15{,}000 \le X \le \$\ 18{,}000) = 0.1915 + 0.3413 = 0.5328$ أو 53.28% .

(ب) $P(X < \$\ 15{,}000) = 0.5 - 0.1915 = 0.3085$ أو 30.85% (المساحة غير المظللة فى الطرف الأيسر فى شكل ٣ – ١٣) .

(جـ) $P(X < \$\ 15{,}000) = 0.5 - 0.1915 = 0.3085$ أو 15.87% (المساحة غير المظللة فى الطرف الأيمن فى شكل ٣ – ١٣) .



شكل ٣ – ١٣

(د) $X = \$\ 20{,}000$ تناظر $z = (\$\ 20{,}000 - 16{,}000)/\$2{,}000 = 2$ ومن ثم

$P(X > \$\ 20{,}000) = 0.5 - 0.4772 = 0.0228$ أو 2.28% .

التمرين الثاني

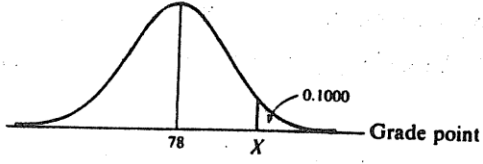
درجات امتحان نصف العام فى مادة الإحصاء لفصل كبير موزعة طبيعياً بوسط حسابى 78 وانحراف معيارى 8 ، ويريد الأستاذ أن يعطى تقدير A لنسبة 10% من الطلاب . ماهو الحد الأدنى للدرجات الذى يعطى تقدير A فى امتحان نصف العام ؟

فى هذه المسألة المطلوب تحديد الدرجة التى يزيد عنها 10% من الطلاب . وهذا يتضمن تحديد النقطة X بحيث أن 10% من المساحة تحت المنحنى الطبيعى تقع إلى اليمين من X (المساحة المظللة فى شكل ٣ – ١٤) . وحيث أن إجمالى المساحة تحت

المنحنى إلى اليمين من 78 هى 0.5 فإن المساحة غير المظللة فى شكل ٣ – ١٤ (إلى اليمين من 78 تكون 0.4 نحتاج إذن أن نبحث داخل الجدول داخل الجدول فى ملحق (٣) عن أقرب قيمة إلى 0.4 . وهذه هى 0.3997 والتى تقابل z تساوى 1.28 . وقيمة الدرجة المناظرة لقيمة z مساوية 1.28 يمكن إيجادها بإحلال القيم المعروفة فى $z = (X - \mu)/\sigma$ والحل لإيجاد X :

$$1.28 = \frac{X - 78}{8}$$

وهذا يعطى $X - 78 = 10.24$ ومن ثم فإن $X = 78 + 10.24 = 88.24$ أو 88 لأقرب درجة صحيحة .



شكل ٣ – ١٤