

## المحور الرابع: كينماتيكا الحركة

### \*كينماتيكا الحركة الانتقالية

إن غالبية حركات الإنسان هي حركات عامة، وهي عبارة عن تراكيب معقدة من عناصر الحركة الزاوية أو الخطية وبما أن أشكال الحركة الزاوية والمستقيمة عبارة عن أشكال من الحركة، ففي بعض الأحيان تكون نافعة في تحويل الحركات المعقدة إلى مركباتها الزاوية والمستقيمة عند القيام بتحليلها.

#### 1- التحليل البيوكينماتيكي للمهارات الحركية الرياضية:

تهتم هذه الطريقة بتوضيح ووصف أنواع الحركات المختلفة عن طريق استخدام المدلولات الخاصة بالسرعة والتعجيل (التسارع) على أساس قياسات المسافة والزمن ويطلق على هذا النوع من التحليل بـ(الكينماتيك) الذي يعني بدراسة حركة الأجسام بالنسبة للزمن سواء أكانت خطية أم دائرية لذا فهو يهتم بالجانب المظاهري للحركة مثل المسافة، الزمن ، السرعة الزاوية ورسم مساراتها الحركية وتوضيح طريقة الأداء التي يقوم بها الجسم.

و قبل التفصيل في هذا النوع من التحليل الحركي (التحليل الكينماتيكي) وجب لفت الانتباه أن مثل هذا نوع من التحليل يشمل المجالين الزمني والهندسي للمهارة الحركية المدروسة وعليه وجب إيضاح المدلولات الآتية:

#### 2- تذكير حول الكميات القياسية والكميات المتجهة:

##### 2-1 الكمية القياسية :

الكميات القياسية وتحتاج بأن لها مقدار *Magnitude* وليس لها اتجاه *direction* مثل المساحة، الكتلة والطول...

##### 2-2 الكمية المتجهة:

الكميات المتجهة وهي كميات فيزيائية تتميز بأن لها مقدار واتجاه مثل الإزاحة *displacement* والسرعة *velocity* والعجلة (التسارع) *acceleration* والقوة *force* وغيرها ويرمز للكميات المتجهة بالرمز  $\vec{A}$ ،  $\bar{A}$  وهندسياً بسهم طوله يساوي أو يتاسب مع مقدار الكمية المتجهة والتي يرمز لها بـ A بدون سهم أو بالرمز  $|A|$  وهو مقياس المتجه.

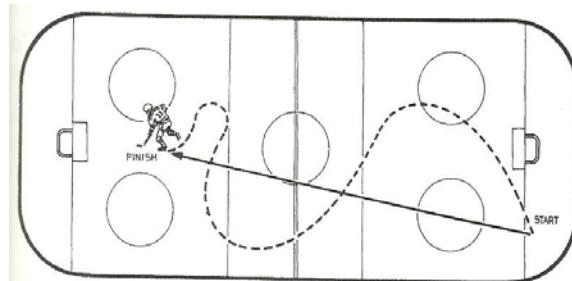
#### 2-3 أكثر الكميات القياسية والمتجهة استخداماً في المجال الرياضي:

##### أ- المسافة:

هي جميع النقاط التي يشغلها الجسم أثناء حركته بين نقطتين معلومتين وهي كمية قياسية.

## بـ- الإزاحة:

هي الخط المستقيم الذي يصل بين نقطة البداية ونقطة النهاية وهي كمية متجهة.



شكل يظهر الفرق بين المسافة والإزاحة

الشكل أعلاه يظهر لنا المسافة مرسومة بنقاط متقطعة من نقطة البداية إلى النهاية، أما الإزاحة فهي الخط المستقيم الواصل بين نقطة الانطلاق والوصول.

## جـ- السرعة:

من تعريف الحركة نجد انه إذا تحرك جسم ما مسافة معينة في زمن محدد فان السرعة تساوي التغير في المسافة إلى التغير في الزمن.

$$v_{moy} = \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

ونكتب:

ولكن في معظم الأحيان عندما يتعلق الأمر بدراسة الاختلافات الجوهرية بين الأساليب التقنية المختلفة لأداء الحركة الرياضية يتطلب ذلك معرفة سرعة الجسم أو أحد أجزاءه بعد قطع مسافات متباينة متناهية في الصغر وتقترب من الصفر.

لذا أصبح من الضرورة بمكان دراسة السرعات اللحظية، أثناء التحليل الكينماتيكي لبعض التقنيات الرياضية.

$$V(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \right) = \frac{dx(t)}{dt} = x'(t)$$

ونكتب:

وهنا يظهر لنا انه يوجد مفهومين مختلفين للسرعة هما:

### جـ-1 السرعة مقدار speed

هي المسافة المقطوعة من الجسم في وحدة الزمن خلال الطريق الذي يقطعه دون مراعاة الانتظام فيه، أي أنها متعلقة بالمسافة المقطوعة بين لحظتين زمنيتين معينتين، ونكتب: السرعة = المسافة / الزمن، ووحدة قياسها في النظام الدولي (متر/الثانية).

### جـ-2 السرعة المتجهة velocity

هي المعدل الذي يغير فيه الجسم وضعه في اتجاه معين، بمعنى أن السرعة تحدد بمقدار واتجاه، أي أنها متعلقة بإزاحة الجسم بين لحظتين زمنيتين معينتين، ونكتب: السرعة = الإزاحة / الزمن.

#### د- العجلة (التسارع):

هو المعدل الذي يغير فيه الجسم سرعته بين لحظتين زمنيتين معينتين، وفي اتجاه معين، أي أنها عبارة عن كمية متوجهة، ووحدة قياسه في النظام الدولي (المتر/الثانية<sup>2</sup>).

#### هـ- الكتلة:

كمية ما يحتويه الجسم من مادة وهي كمية قياسية أي لها مقدار فقط، ووحدة قياسها في النظام الدولي هي الكيلوغرام.

#### و- الوزن:

هو عبارة عن قوة جذب الأرض لكتلة الجسم وهو كمية متوجهة، يكون اتجاهها دائماً من مركز كتلة الجسم باتجاه مركز الأرض، ووحدة قياسه في النظام الدولي هي (نيوتون) أو (كغ×المتر/الثانية<sup>2</sup>).

### 3- خصائص المتجهات:

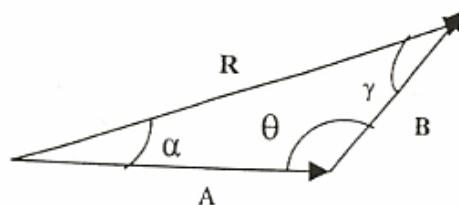
عند حركة جسم بين نقطتين أو أكثر تولد إزاحات متعددة لها قيمة واتجاه ولأجل إيجاد المحصلة النهائية لإزاحة الجسم الكلية بين النقطة الأولى والنهائية تضاف هذه الإزاحات إلى بعضها البعض أو تطرح هذه الإزاحات من بعضها البعض (إذا كان اتجاهاتها متعاكسة) ولذلك يمكن تقسيم طريقة إيجاد محصلة الإزاحات إلى نوعين:

#### 1-3 إضافة المتجهات (Vector Addition):

عند إضافة متجهين أو أكثر إلى بعضها البعض يجب أن تكون هذه الكميات المتجهة من نفس النوع (إزاحات أو قوى، مثلاً) وأن تكون وحدات القياس متماثلة، وتستخدم لأجل الإضافة طريقتان هما:

#### أ- طريقة إكمال المثلث (Triangle Method):

وتشتمل عادة عندما يقطع الجسم إزاحتين متعاقبتان، إحداهما تكمل الأخرى كما في الشكل التالي:



ويمكن تعين محصلة الإزاحة الكلية للجسم بواسطة الرسم وذلك برسم خط مستقيم يصل بين بداية الإزاحة الأولى ونهاية الإزاحة الثانية، فيكون ذلك الخط المستقيم ممثلاً للمحصلة، كما يمكن إيجاد قيمة المحصلة رياضياً من معرفة قيمة الإزاحة الأولى والثانية ومقدار الزاوية المحصورة بينهما وذلك باستخدام قانون الجيب تمام والذي ينص على ما يلي:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta}$$

حيث  $R$  تمثل رمز المحصلة،  $A$  تمثل مقدار الإزاحة الأولى  $A$  و  $B$  تمثل مقدار الإزاحة الثانية  $B$ ، و  $\theta$  تمثل الزاوية المحصورة بين الإزاحتين  $A$  و  $B$ ، وتكتب الصيغة الرياضية لقانون جمع الإزاحات كما يلي:  $R = A+B$

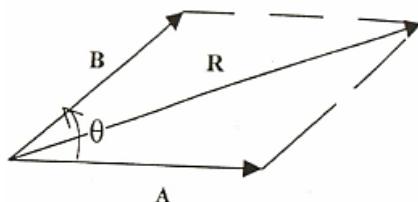
أما اتجاه تلك المحصلة (أي زاوية ميلها عن المحور السيني الموجب) فيمكن إيجاده من قانون الجيب الذي يطبق على أي مثلث كما في المعادلة التالية:

$$\frac{R}{\sin \theta} = \frac{B}{\sin \alpha} = \frac{A}{\sin \gamma}$$

حيث الزاوية  $\theta$  ،  $\alpha$  ،  $\gamma$  هي زوايا المثلث المقابلة للأضلاع  $R$ ،  $B$ ،  $A$  على التوالي، فإذا علم أي ثلات مقادير من النسب المثلثية السابقة يمكن إيجاد المقدار الرابع.

### ب- طريقة إكمال متوازي أضلاع (Parallelogram Method)

تستخدم هذه الطريقة عندما تنطلق الإزاحتين من نقطة واحدة كما في الشكل التالي:



ولتعيين الإزاحة المحصلة على الرسم يتم إكمال شكل متوازي أضلاع وذلك برسم مستقيم مساوي وموازي للإزاحة الأولى من نقطة نهاية الإزاحة الثانية ومستقيم آخر مساوي وموازي للإزاحة الثانية من نقطة نهاية الإزاحة الأولى وبذلك فإن الإزاحة المحصلة سوف تمثل قطر متوازي الأضلاع الذي يمر بنقطة بداية الحركة، حيث يمكن وضع معادلة متوجه المحصلة كما يلي:

$$R = A+B$$

ويمكن حساب قيمة محصلة الإزاحة من قانون الجيب تمام السابق مع تغيير بسيط في إشارة الحد الثالث لتصبح موجبة وكما يلي:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

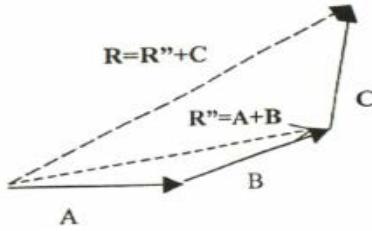
حيث  $\theta$  هي الزاوية المحصورة بين المتجهين.

ومن المفيد ذكر بعض الموصفات المهمة للتعامل مع المتجهات:

1- إن محصلة متجهين لا تعتمد على ترتيب جمعها (أي أن عملية الجمع تبادلية) حيث يمكن القول أن :

$$R = A+B = B+A$$

2- عند إيجاد محصلة ثلاثة متجهات أو أكثر كما في الشكل التالي:



يجب اختيار أي متغيرين متقاولين لإيجاد محصلتهما أولاً ثم معاملة تلك المحصلة مع المتوجه الثالث القريب لإيجاد المحصلة الثانية أو النهائية، ولا يعتمد ذلك على تسلسل معاملة المتجهات مع بعضها البعض حيث يمكن القول أن:

$$R = A + (B + C) = (A + B) + C$$

### 2-3 طرح المتجهات (Subtraction of Vectors)

وستستخدم هذه الطريقة لإيجاد محصلة إزاحتين أو أكثر عندما تعاكس إدراهما الأخرى في الاتجاه أو كلية، ويمكن الاستفادة من مفهوم المتوجه السالب (The Negative of a Vector) لتغيير عملية طرح المتجهات إلى عملية جمع ثم التعامل معها.

يعرف المتوجه السالب على أنه المتوجه الذي إذا أضيف إلى المتوجه الأصلي ستكون محصلة جمع المتجهين صفرًا. فمثلاً إذا أضيف المتوجه السالب (-A) إلى المتوجه A كانت محصلة جمع المتجهين ستكون صفرًا حيث المتوجه A- يساوي بالقيمة المتوجه A ويعاكسه بالاتجاه وكما يلي:

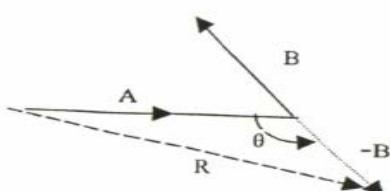
$$A + (-A) = 0$$

واستناداً إلى هذا المفهوم يمكن تحويل عملية طرح أي متجهين إلى عملية جمع بأخذ المتوجه السالب للثاني كما يلي:

$$A - B = A + (-B)$$

ويتمثل الشكل التالي عملية طرح متجهين حيث يلاحظ أن المتوجه B يعاكس جزئياً اتجاه حركة المتوجه A، وهذا يحصل إذا زادت الزاوية المحصورة بين المتجهين المتعاقبين عن  $90^\circ$ ، وبذلك يمكن رسم المتوجه B- بالاتجاه المعاكس للمتجه B على أن يكون مساوياً له بالمقدار، عندئذ فقط يمكن معاملة المتوجه A- على أنها عملية جمع متجهين، وإيجاد قيمة محصلة الحركة R، يجب معرفة الزاوية  $\theta$  المحصورة بين المتوجه A والمتجه B- ثم نستخدم قانون جيب التمام:

$$R = \sqrt{A^2 + (-B)^2 - 2A(-B)\cos\theta}$$

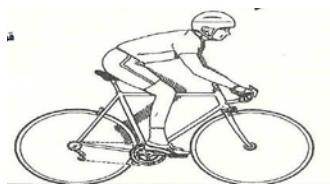


ومن الميزات المهمة الأخرى للتجهيزات أنها إذا ضربت بكمية غير متوجهة (عددية) فإن الناتج عبارة عن متوجه جديد قيمته تساوي حاصل ضرب قيمة المتوجه في قيمة الكمية العددية واتجاهه سوف يكون باتجاه الأولى، ومثال على ذلك إذا ضرب المتوجه  $A$  بالكمية غير المتوجه  $m$  فإن الناتج يساوي:  $(mA = B)$  ، حيث  $B$  هو المتوجه الجديد.

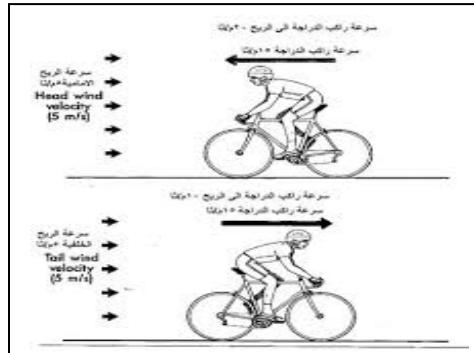
#### 4- المبادئ المتعلقة بالتحليل الكينماتيكي للمهارات الحركية الرياضية في مجال الثقالة:

##### 1-4 الحركات الانتقالية في المستوى الأفقي:

هي الحركات التي يتحرك فيها جسم ما بشكل تكون فيه المسافات المقطوعة لكل نقطة من نقاط الجسم يوازي بعضها بعضاً، ويتطابق كل منها الآخر تمام المطابقة، ومثال على ذلك في المجال الرياضي حركة رياضي أثناء قيادته لدراجته على طريق مستوي:



رسم يظهر إحدى أنواع الرياضيات التي يكون الانتقال فيها وفق المستوى الأفقي ويتم دراسة مثل هكذا رياضيات من الناحية الكينماتيكية باستخدام كل من مبادئ تحليل التجهيزات، ودراسة مراحل الحركة من الناحية الزمنية.



أ- باستخدام مبادئ التجهيزات: وفيه ثلاثة حالات هي:

##### أ-1 السرعتان على خط عمل واحد: كما يظهره المثال الآتي:

الرسم المقابل يظهر راكب دراجة في وضعيتين مختلفتين:

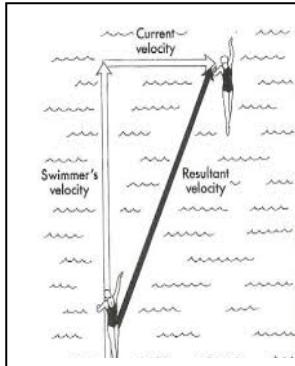
- في الوضعية الأولى سرعة الدراج هي  $20 \text{ m/s}$ ، عكس اتجاه الرياح وسرعة الرياح هي  $5 \text{ m/s}$ ، وكلا السرعتين على خط عمل واحد فتكون محصلة

السرعة الانتقالية للدراج هي:  $20 - 5 = 15 \text{ m/s}$ .

- في الوضعية الثانية سرعة الدراج هي  $10 \text{ m/s}$ ، في اتجاه الرياح وسرعة الرياح هي  $5 \text{ m/s}$ ، وكلا السرعتين على خط عمل واحد فتكون محصلة السرعة الانتقالية للدراج هي:  $10 + 5 = 15 \text{ m/s}$ .

##### أ-2 السرعتين على خطي عمل متعاودين:

الشكل المقابل يظهر سباح ينتقل بين صفي نهر محاولاً قطع النهر عرضياً معينة إلى الضفة المقابلة، لكن النهر يتحرك باتجاه اليمين، مسبباً تياراً مائياً سرعاً عنه باتجاه اليمين، وينتج عن ذلك محصلة سرعة متوجهة ممثلة في الشكل المقابل بالسهم الأسود.



ويمكن معرفة مقدارها باستخدام خصائص جمع المتجهات التي تم الإشارة إليها آنفاً، أما زاوية ميلان محصلة السرعة المتجهة على خط عمل سرعة السباح فيتم حسابها باستخدام قانون "الظل" بحيث: ظل الزاوية = المقابل / المجاور.

## مثال توضیحی:

سباح يحاول عبور نهر كما في الشكل السابق بسرعة 4 م/ثا، فإذا علمت أن اتجاه تيار الماء أفقياً سرعة 2 م/ثا.

احسب مقدار سرعة السباح النهائية وما هو مقدار الزاوية التي يشكلها خط سيره مع الخط الأفقي؟  
الاجابة:

- مقدار سرعة السباح النهائية: بما أن سرعة السباح وسرعة الماء متعامدتان فيمكن استخدام قانون الجب تمام لإيجاد السرعة النهائية (محصلة السرعتين) وعليه:

$$\text{السرعة النهائية}^2 = (\text{سرعة السباح})^2 + (\text{سرعة تيار الماء})^2$$

$$\text{السرعة النهائية} = 4.47 \text{ م/ث}$$

- مقدار الزاوية التي يشكلها خط سيره مع الخط الأفقي: يمكن حسابها كما أسلفنا الذكر من "ظل" الزاوية فيكون:

ظل زاوية الميلان = المقابل / المجاور

**ظل زاوية الميلان = سرعة تيار الماء / سرعة السباح**

$$\text{ظل زاوية الميلان} = 0,5$$

.0,5 = 26,56 درجة، لأن ظل 26,56 هي زاوية الميلان عن الخط الأفقي.

### **أ-3 السرعتين على خطى عمل غير متعامدين:**

لو رجعنا الى المثال السابق (لسباح) وافتراضنا ان سرعته باتجاه الضفة المقابلة للنهر وسرعة التيار غير متعامدين فانه سوف يتحرك بسرعة متوجهة مقدارها =  $(سرعة السباح)^2 + (سرعة التيار)^2$  (سرعة السباح × سرعة التيار) (جب تمام الزاوية المحصورة بين السرعتين)

اما زاوية ميلان محصلة السرعة المتجهة على خط عمل سرعة السباح فيتم حسابها باستخدام قانون "الظل" بحيث:

**ظل الزاوية=المقابل/المجاور.**

## **بـ- باستخدام تحليل المسار الزمني للحركة:**

يتم هذا النوع من التحليل باستخدام قوانين الحركة المنتظمة منها وغير المنتظمة، تبعاً لنوع تسارع الحركة في المجال الزمني المدروس، فإذا كانت سرعة المتحرك بين لحظتين زميتين معنطتين بالدراسة ثابتة فان تسارعه يكون مساوياً للصفر وتعتبر الحركة في هذه الحالة منتظمة، وتكون معادلة الحركة في هذه الحالة من الشكل:

$$x(t) = v \cdot (t - t_0) + x_0$$

حيث:  $x$ : هو موضع المتحرك.

$v$ : سرعة المتحرك

$t$ : الزمن

أما إذا كانت سرعة المتحرك متغيرة بين لحظتين زميتين معلومتين فان تسارع المتحرك يختلف عن الصفر وتعتبر الحركة في هذه الحالة غير منتظمة، وتكون معادلات الحركة في هذه الحالة من الشكل:

$$x(t) = 1/2 \cdot a \cdot (t - t_0)^2 + v_0 \cdot (t - t_0) + x_0$$

$$v(t) = a \cdot (t - t_0) + v_0$$

مع العلم أن السرعة المتجهة هي محصلة السرعات المؤثرة على الجسم

## **4-2- الحركات الانتقالية في المستوى الرأسي:**

### **A- السقوط الحر:**

منذ زمن بعيد كان سقوط الأجسام من الموضوعات التي شغلت اهتمام الفلاسفة، فقد أوضح أرسطو طاليس أن الحركة لأسف لأي جسم قد وهب وزناً أسرع بما يتناسب مع حجمه.

ثم جاء غاليليو غاليلي حوالي (1564-1642) مكتشفاً الحقيقة وعارض ما ذكره أرسطو بأن الجسم الأثقل يسقط أسرع، وكان هذا الرأي ذائع الصيت خصوصاً لو أحضر أحد ريشة طير وكمة من حديد وقام بإسقاطها في لحظة واحدة من ارتفاع واحد فسوف تصل الكرة قبل الريشة بكثير.

ولكن إذا قمنا بوضع الريشة في أنبوبة مفرغة من الهواء لرأيت الريشة والكرة تصلان إلى الأرض في وقت واحد، ذلك لأننا عزلنا مقاومة الهواء لأن مقاومة الهواء لها تأثير كبير على الريشة في الحالة الأولى.

وأضاف غاليليو أن طبيعة حركة كرة تتدحرج هابطة على مستوى مائل هي نفس طبيعة حركة كرة تسقط سقطاً حرراً ولكن في هذه الحالة تنقص فاعلية الجاذبية الأرضية ولذلك نلاحظ أن حركة الكرة أثناء سقوطها على مستوى مائل بطيئة.

وعليه نلاحظ في حالة جسم ساقط نحو الأرض يتحرك بعجلة ثابتة تقريباً مايلي:

1- في حالة عدم وجود مقاومة للهواء تسقط كل الأجسام بغض النظر عن حجمها أو شكلها أو وزنها عند نفس النقطة من سطح الأرض إذا سقطت من نفس المكان.

2- في حالة ما إذا كانت المسافة التي يسقط منها الجسم غير كبيرة فإن العجلة تظل ثابتة أثناء السقوط، ويمكن أن نطلق عليها السقوط الحر لأنها حركة مثالية.

وتسمى عجلة الجسم الساقط سقطاً حرراً بعجلة الجاذبية الأرضية أو عجلة التناول، ومتوسط مقدارها بالقرب من سطح الأرض هو  $9,81 \text{ م/ث}^2$  أو  $32,2 \text{ قدم/ث}^2$  واتجاهها إلى أسفل في اتجاه مركز الأرض.

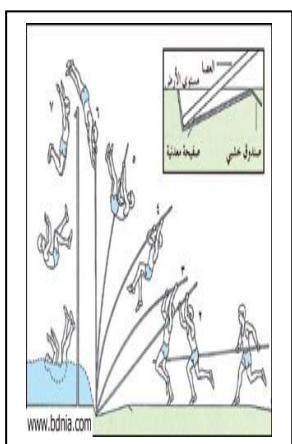
#### أ- استخدامات مبادئ السقوط الحر في المجال الرياضي:

لو ترك جسم حراً من الأعلى بدون أي قوة خارجية مؤثرة عليه فإنه يهبط إلى الأسفل تحت تأثير وزنه وبدون أي مقاومة عليه. ويلاحظ أن سرعة الجسم تزداد كلما اقترب من الأرض ويصبح معدل تغير السرعة  $9,81 \text{ م/ث}^2$  من الحركة لأسفل أي أنه في الحركة الحرة لأسفل جميع الأجسام بما فيها جسم الإنسان ستتحرك بنفس المعدل في لحظة معينة أو مسافة معينة، ويمكن إرجاع هذه الظاهرة إلى شيء واحد هو أن وزن الجسم وقوة جذب الأرض له يتناسب مع القصور الذاتي (كتلته)، وبالتالي فإن قوة جذب الجسم إلى أسفل أكبر من كتلته وتتناسب معها.

#### مثال تطبيقي:

قافز بالزانة سقط على البساط من ارتفاع 5,48 متر.

- ما مقدار سرعة وصوله إلى البساط إذا علمت أن ارتفاع البساط عن الأرض هو 0,5 متر؟ بإهمال مقاومة الهواء، وسرعة الرياح.



#### حل المثال التطبيقي:

بما أن مرحلة السقوط تعتبر سقطاً حرراً فإنه يكون لدينا:  
السرعة الابتدائية = صفر

التسارع = تسارع الجاذبية الأرضية  
ولما كان التسارع يختلف عن الصفر فإن حركة السقوط الحر هي نوع من الحركات غير المنتظمة، ويكون لدينا:

$$(\text{السرعة النهائية})^2 - (\text{السرعة الابتدائية})^2 = 2(\text{التسارع} \times \text{التغير في فاصلة المتحرك})$$

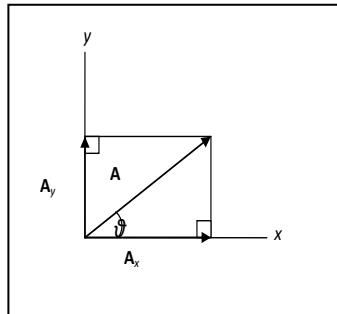
$$\text{و بالتعويض يكون: } (\text{السرعة النهائية})^2 = 2(0,5 - 5,48) \times 9,81$$

وبجز طرفي المعادلة يكون مقدار السرعة النهائية يساوي  $9,88 \text{ م/ث}$ ، وهو مقدار سرعة وصول الرياضي للبساط.

#### ج- الحركات الانتقالية في مستويين مختلفين (حركة المقذوف في وسط غير مقاوم):

عندما ينطلق جسم أو أداة بزاوية معينة في الهواء يسمى مقدوفاً، ويتم دراسته كينماتيكياً بتحليل محصلة القوى المؤثرة عليه على المحورين الأفقي والرأسي، وفي المجال الرياضي توجد الكثير من الفعاليات تخضع لمبادئ حركة القذف إذا ما أهملت مقاومة الهواء وسرعة الرياح، سواءً أكان المقدوف أداة مثل دفع الجلة ورمي الرمح، ورمي القرص،... أو قذف جسم الرياضي بحد ذاته مثل رياضة القفز الطويل والثلاثي.... .

### 1- تحليل المتجهات Analysis of vectors



يمكن تحليل أي متجه  $\mathbf{A}$  واقع في المستوى  $xy$  إلى متجهين متعامدين، الأول موازي لمحور  $x$  ( $\mathbf{A}_x$ ) والأخر موازي لمحور  $y$  ( $\mathbf{A}_y$ ) وتكون محصلتهما هي نفس المتجه  $\mathbf{A}$  :

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x i + \mathbf{A}_y j$$

إذا كان المتجه  $\mathbf{A}$  يصنع زاوية مقدارها  $\theta$  مع الاتجاه الموجب لمحور  $x$  كما هو بالشكل المقابل وأسقطنا من رأس المتجه  $\mathbf{A}$  عمودين على المحورين  $x$  و  $y$  فإن الكميتيين  $\mathbf{A}_x$  و  $\mathbf{A}_y$  هما مركبتا المتجه  $\mathbf{A}$  ومن الشكل نجد أن :

$$A_x = A \cos \theta, \quad A_y = A \sin \theta$$

إن المركبتين  $A_x$  و  $A_y$  أرقام يمكن أن تكون موجبة أو سالبة (أو صفر) وتسمى عملية إيجادهما بتحليل المتجه إلى مركباته.

إن المركبتين  $A_x$  و  $A_y$  تشكلا ضلعين من مثلث قائم الزاوية بينما يشكل  $A$  وتر هذا المثلث وبنطبيق نظرية فيثاغورث نجد أن :

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2$$

### 2- أمثلة على تطبيقات مبادئ حركة القذيفة في المجال في المجال الرياضي:

أثناء دفع الجلة لو أهملنا مقاومة الهواء وسرعة الرياح بالنسبة لوزن الجلة فإنه يمكن اعتبار المركبة الأفقية ثابتة.

بينما المركبة الرأسية تتغير حيث تقل كلما ارتفعنا إلى أعلى إلى أن تصل الجلة إلى أقصى ارتفاع لها حيث تصبح السرعة الرأسية لها مساوية صفراء، بينما تمتلك سرعة أفقية، وعقب الوصول لأقصى ارتفاع تبدأ السرعة الرأسية في التزايد لأسفل.

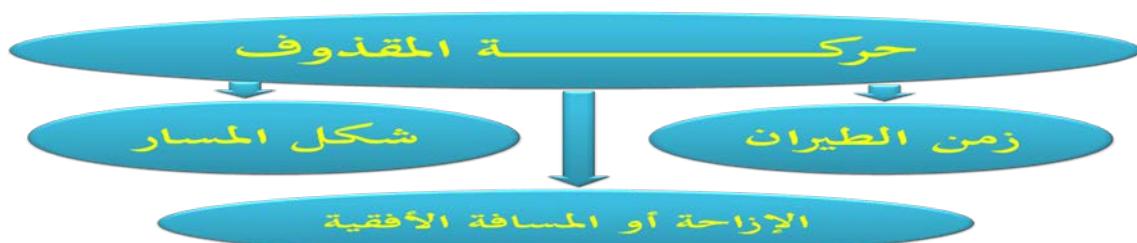
ونظراً إلى أن وزن الجلة ثابت فإن معدل تغير المتجهة إلى أسفل يكون كذلك ثابت.

على الرغم من أن التشابه لا يبدو واضحاً بين العديد من المهارات الرياضية مثل حركة لاعب الأكروبات على الترمبوليin وحركة دفع الجلة وحركة لاعب الجولف إلا أن جميع هذه المهارات الحركية الرياضية وحركات أخرى كثيرة، تعتبر جميعها مقدوفة، حيث يتوقف نجاح اللاعب في أداء هذه الحركات على مدى نجاحه في قذف جسمه أو قذف الجلة أو قذف كرة الجولف، فلاعب الترمبوليin يهتم أساساً بالزمن الذي يستمر فيه جسمه في الهواء كمقدوف لأنه يدرك أنه كلما طال هذا الزمن كلما سهل عليه إنجاز الواجب الحركي المنوط إليه في هذا الزمن.

أما قاذف الجلة فإنه لا يهتم كثيراً بطول زمن طيران الجلة في الهواء، ولكنه يهتم أساساً بالمسافة الأفقية التي ستطيعها الجلة حتى تصل إلى الأرض.

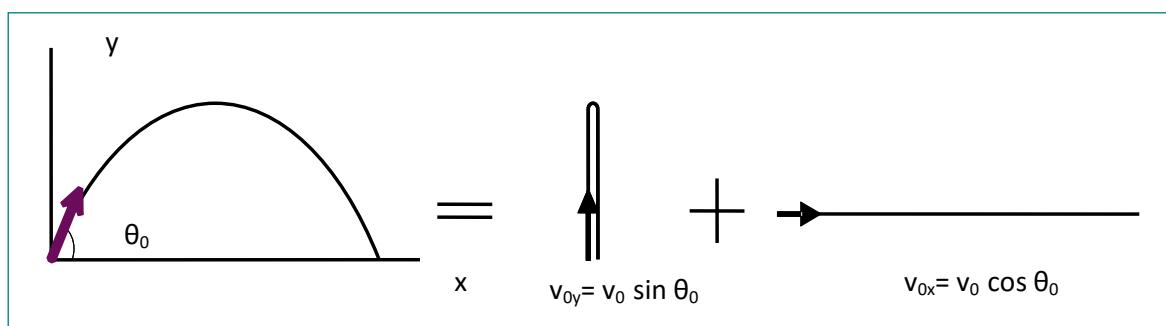
بينما تختلف اهتمامات لاعب الجولف عن اللاعبين السابقين حيث أنه يهتم كثيراً بمسار كرة الجولف، فهو عندما يريد أن يضرب الكرة بعرض مرورها فوق حاجز مثل بعض الأشجار فإنه يهتم بالدرجة الأولى بالمسار فوق هذه الأشجار.

ومما سبق نجد أنه بالرغم من أن الرياضيات الثلاثة المذكورة أعلاه هي حركات مقدوفة إلا أن اهتمامات اللاعبين فيها تختلف وفقاً لهدف الحركة، وعلى ذلك يمكن استنباط ثلاثة عوامل في حركة المقدوف يجب إعطاءها أهمية متفاوتة بين رياضة وأخرى هي:



## 1-2 زمن الطيران:

تصور كرة قدم في وضع ثابت على أرض الملعب، فإذا ضربت الكرة من حارس المرمى مثلاً بفرض قذفها في مسار منحنٍ، ودرسنا سرعتها عند الانطلاق (بإهمال مقاومة الهواء وسرعة الرياح) سوف نجد أن السرعة المحصلة للكرة يمكن تمثيلها مقداراً واتجاهها بالسهم ( $v$ ) فإذا حللنا هذه السرعة إلى مركبتيها فإن تأثير كل منها يمكن دراسته على حدى.



شكل يوضح حركة جسم مذوف بزاوية معينة على المحورين الأفقي والرأسي

### 1-1-2 في حال كان مستوى الهبوط في نفس مستوى الانطلاق:

$$\text{سوف يكون الزمن الكلي للطيران} = \frac{v_i \sin \theta}{g} + (\text{زمن الصعود}) \quad \text{، أي}$$

أن الزمن الكلي يساوى 2 (زمن الصعود) ونكتب:  $\frac{v_i \sin \theta}{g} = 2$  ، وذلك راجع لكون وزن الكرة ثابت

وبالتالي فان معدل تغير المتجهة إلى أسفل يكون كذلك ثابت.

### 2-1-2 في حال كانت مستوى الانطلاق أعلى من مستوى الهبوط:

في اغلب الحركات الرياضية لا يكون مستوى الانطلاق في نفس مستوى الهبوط مثلا: دفع الجلة، النزول على الأرض من فوق جهاز المتوازيين في رياضة الجمباز...، ولذلك لا يكون زمن الصعود مساوياً لزمن النزول، وإنما يكون زمن الطيران الكلي مختلف ويمكن حسابه من المعادلة الآتية:

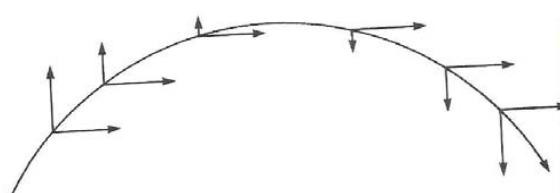
$$t = \frac{v_i \sin \theta + \sqrt{(v_i \sin \theta)^2 + 2gh}}{g}$$

بحيث:  $h$ : هو الفرق بين مستوى الانطلاق ومستوى النزول (مستوى الانطلاق - مستوى النزول)

### 2-2 الإزاحة أو المسافة الأفقية:

في المثال السابق لضرب الكرة من الثبات نجد أن هذه الحركة هي في الواقع حركة مذوف يكون فيها مستوى الصعود هو نفسه مستوى الهبوط ولكن إذا ما نظرنا إلى سرعة حركة الكرة لحظة انطلاقها فسنجد أن هناك سرعة محصلة لها اتجاه معين يميل على سطح الأرض بزاوية معينة وهذه السرعة المحصلة يمكن تحليلها كما سبق القول إلى مركبتين أفقية ورأبية.

بدراسة السرعة الرأسية نجد أنها تبلغ أقصى مقدار لها لحظة انطلاق الكرة وتتضاءل بالتدريج حتى تصل إلى الصفر ثم تأخذ مقدارا سالبا يزداد بالتدريج مرة أخرى حتى يصل إلى أقصى قيمة لحظة وصول الكرة إلى سطح الأرض، ويرجع هذا التغير في السرعة سواء من حيث مقاديرها أو في اتجاهاتها إلى تأثير الجاذبية الأرضية التي تخضع لها جميع الأجسام ولكن يجب الإشارة إلى أن حركة الجسم الأفقية لا تتأثر إطلاقا بالجاذبية الأرضية، فإذا ما أهملنا مقاومة الهواء فإنه لا يوجد ما يؤثر على معدل تحرك الكرة أفقياً بمعنى أن الكرة سوف تتحرك بسرعة أفقية ثابتة.

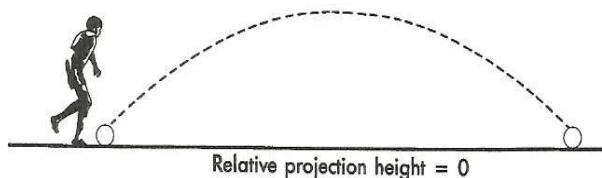


شكل يظهر مقادير واتجاهات السرعة الأفقية والعمودية لقذف كرة بإهمال مقاومة الهواء وسرعة

الرياح

من الشكل أعلاه يظهر لنا السرعة الأفقية ثابتة، بينما السرعة الرأسية تتغير بين لحظة زمنية وأخرى.

### 2-1-2 حركة مبذولة في حالة تساوي مستوى الانطلاق مع مستوى الهبوط:



شكل يظهر لنا مهارة رياضية يتساوى فيها مستوى الانطلاق مع مستوى النزول

بما أن حركة الكرة على المستوى الأفقي منتظم، فإذا ما أهملنا مقاومة الهواء وسرعة الرياح فإن الكرة

سوف تتحرك بسرعة ثابتة ومساوية لـ  $v_i \cos \theta$

وبما أن المسافة التي يقطعها أي جسم في اتجاه ما هي حاصل ضرب السرعة المتوسطة لحركة الجسم في هذا الاتجاه في الزمن، فإنه يمكننا حساب هذه المسافة كما يلي:

$$\text{لدينا: } T = \frac{v_i \sin \theta}{g} \quad (\text{زمن الطيران الكلي})$$

$$\text{ولدينا: } x = v_i \cos \theta \times t \quad (\text{معادلة الحركة المنتظمة على المحور الأفقي})$$

بتعييض قيمة الزمن في المعادلة نجد:

$$\Delta x = v_i \cos \theta \times \frac{2v_i \sin \theta}{g}$$

أي:

$$\Delta x = \frac{v_i^2 \times 2 \cos \theta \times \sin \theta}{g}$$

ولما كانت:

$$2 \cos \theta \times \sin \theta = \sin 2\theta$$

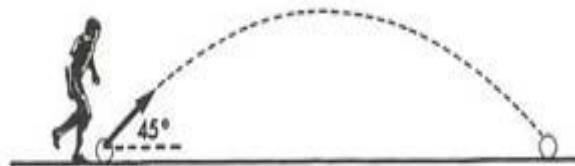
فإننا نجد:

$$\Delta x = \frac{v_i^2 \times \sin 2\theta}{g}$$

(وهي معادلة المدى في حال تساوي مستوى الانطلاق بالنزول)

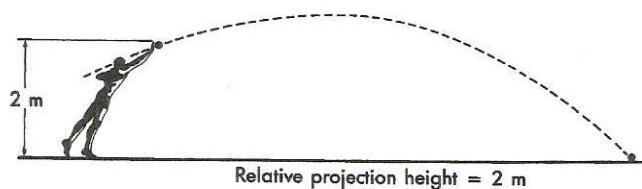
يتضح من المعادلة السابقة أن المسافة الأفقية تعتمد على مقدار واتجاه سرعة الانطلاق بالإضافة إلى مقدار  $\frac{v_i^2 \times \sin 2\theta}{g}$  ، وبما أن (جب) أي زاوية محصورة بين (-1, +1)، فإن أكبر قيمة المقدار  $\frac{v_i^2 \times \sin 2\theta}{g}$  هو الواحد (+1)، وتحقق ذلك عند 45 درجة.

وعليه فان انساب زاوية مقدوف ما إذا أهملنا مقاومة الهواء وسرعة الرياح وتساوي مستوى الانطلاق والنزول هو الزاوية 45 درجة.



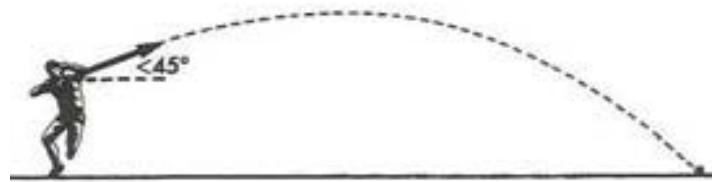
شكل يظهر الزاوية المثلثى لتحقيق اكبر مدى في حال تساوى مستوى الانطلاق والنزول

### 2-2-2 حركة مقدوف في حالة كان مستوى الانطلاق أعلى من مستوى النزول:



شكل يظهر لنا مهارة رياضية يكون فيها مستوى الانطلاق أعلى من مستوى النزول لا يمكن تحديد الزاوية المثلثى للانطلاق في حالة اختلاف مستوى الانطلاق عن الهبوط كما هو الحال عند تساوي المستويين وذلك لأن الزاوية المثلثى في هذه الحالة تتوقف على مقدار كل من السرعة والفارق بين المستويين وقد وجد أن الزاوية المثلثى تتغير مع قيمة كل من العاملين السابقين وهذا وفقا للمبادئ التالية:

- الزاوية المثلثى للانطلاق دائماً أقل من 45 درجة.
- في حال ثبات الفارق بين المستويين فإنه كلما ازدادت سرعة الانطلاق كلما كانت زاوية الانطلاق أقرب من 45 درجة.
- في حالة ثبات سرعة الانطلاق كلما ازداد الفارق بين المستويين كلما قلت الزاوية المثلثى للانطلاق عن 45 درجة.



شكل يظهر الزاوية المثلثي لتحقيق اكبر مدى في حال كان مستوى الانطلاق أعلى من مستوى النزول يمكن حساب المسافة الأفقية التي ينتقل بها الجسم في حالة عدم تساوي المستويين من المعادلة التالية:

$$\Delta X = v_i \cos\theta \times t$$

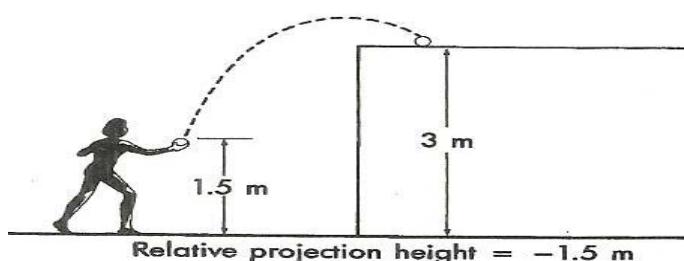
حيث يستخرج الزمن من معادلة زمن الطيران الكلي في حالة اختلاف المستويين الانطلاق والنزول التالية:

$$t = \frac{v_i \sin \theta + (\sqrt{(v_i \sin \theta)^2 + 2gh})}{g}$$

فتصبح معادلة الإزاحة الأفقية (المدى) بالشكل الآتي:

$$\Delta X = v_i \cos\theta \times \frac{n \theta + (\sqrt{(v_i \sin \theta)^2 + 2gh})}{g}$$

### 3-2-2 حركة مبذوف في حالة كان مستوى الهبوط أعلى من مستوى الانطلاق:



شكل يظهر لنا مهارة رياضية يكون فيها مستوى النزول أعلى من مستوى الانطلاق لا يمكن تحديد الزاوية المثلثي لانطلاق في حالة اختلاف مستوى الانطلاق عن الهبوط كما هو الحال عند تساوي المستويين وذلك لأن الزاوية المثلثي في هذه الحالة تتوقف على مقدار كل من السرعة والفارق بين المستويين وقد وجد أن الزاوية المثلثي تتغير مع قيمة كل من العاملين السابقين وهذا وفقا للمبادئ التالية:

- الزاوية المثلث لانطلاق دائما اكبر من 45 درجة.
- في حال ثبات الفارق بين المستويين فإنه كلما ازدادت سرعة الانطلاق كلما كانت زاوية الانطلاق اكبر من 45 درجة.
- في حالة ثبات سرعة الانطلاق كلما ازداد الفارق بين المستويين كلما زادت الزاوية المثلث لانطلاق عن 45 درجة.

يمكن حساب المسافة الأفقية التي ينتقل بها الجسم في حالة عدم تساوي المستويين من المعادلة التالية:

$$\Delta X = v_i \cos \theta \times t$$

حيث يستخرج الزمن من المعادلة التالية:

$$t = \frac{v_i \sin \theta + (\sqrt{(v_i \sin \theta)^2 + 2gh})}{g}$$

فتصبح معادلة الإزاحة الأفقية (المدى) من الشكل:

$$\Delta X = v_i \cos \theta \times \frac{n \theta + (\sqrt{(v_i \sin \theta)^2 + 2gh})}{g}$$

**ملاحظة:** إشارة الارتفاع  $h$  في هذه الحالة يكون سالب.

### 3-2 شكل المسار:

بما أن طبيعة الحركة على المحور الأفقي منتظمة كما سبق الذكر فان:

$$\Delta X = v_i \cos \theta \times t$$

ومن هذه المعادلة نجد:

$$t = \frac{\Delta x}{v_i \cos \theta}$$

مع العلم انه عند بداية دراسة حركة القذيفة نأخذ: ( $x_i=0$ ) عند ( $t=0$ ) فتصبح المعادلة بالشكل:

$$t = \frac{x}{v_i \cos \theta}$$

ولما كانت طبيعة حركة المقدوف على المحور الرأسي هي حركة متغيرة بانتظام وتسارعها يساوي إلى معادلة الحركة على هذا المحور تكون من الشكل: تسارع الجاذبية الأرضية فان

$$: \frac{1}{2}at^2 + v_i \sin \theta t + y_i$$

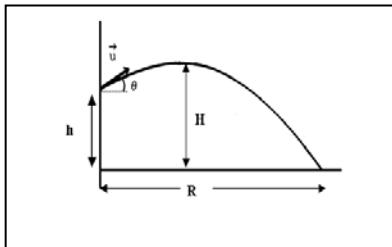
مع العلم أن:  $a=-g$  (كون القذف نحو الأعلى)

بتغيير قيمة كل من الزمن والتسارع في معادلة الحركة على المحور الرأسي نجد معادلة مسار المقدوف بالشكل الآتي:

$$y = \left( \frac{-g}{2(v_i \cos \theta)^2} \right) x^2 + (\tan \theta) x + y_i$$

**مثال تطبيقي:**

أوكلت إليك مهمة تعليم تلميذ لنشاط دفع الجلة، وتم تزويدك ببرنامج التحليل بالفيديو للمهارات الحركية الذي كانت مخرجاته كما يلي: زاوية خروج الجلة من يد التلميذ  $48^\circ$ ، وارتفاع الجلة لحظة خروجها من يد التلميذ 1,85 متر، وسرعة خروج الجلة من يد التلميذ 4,8 متر/الثانية.



(تؤخذ  $g = 10 \text{م/ث}^2$ )

بالاستعانة بعلم البيوميكانيك ولاسيما بشقه الكينماتيكي اوجد:

- 1- أقصى ارتفاع ستصل إليه الجلة؟
- 2- زمن طيران الجلة الكلى حتى وصولها إلى مستوى سطح الأرض؟
- 3- النتيجة التي سوف يحققها الرياضي؟
- 4- ما هي الاقتراحات التي تقدمها بغية تحسين النتيجة الرياضية؟

**الإجابة:**

1- أقصى ارتفاع يمكن أن تصلك إلى الجلة:

وفيه طريقتين:

- الطريقة الاولى: نقوم بدراسة مرحلة الصعود فقط على المحور الرأسى وذلك باستخدام المعادلة الزمنية للموضع :

$$y = \frac{1}{2}at^2 + v_i \sin \theta t + y_i \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

بحيث:  $a = -g$  (كون الجاذبية الأرضية في مرحلة الصعود تكون عكس جهة الحركة)  
وزمن الصعود كما أسلفنا الذكر يتم حسابه من العلاقة:

$$t = \frac{\theta_i \sin \theta}{g} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

بالتعميض نجد: أعلى ارتفاع وصلت إليه الجلة:  $y = 2,21 \text{m}$

- الطريقة الثانية: يمكن تعويض قيمة الزمن من المعادلة (2) في المعادلة الثانية فنجد:

$$(v_f \sin \theta)^2 - (v_i \sin \theta)^2 = 2a\Delta y$$

حيث أن:  $a = -g$  (كوننا ندرس مرحلة الصعود)

$$= y_f - y_i \quad \text{و}$$

بالتعميض العددي نجد: أن أقصى ارتفاع بلغته الجلة:  $y = 2,21 \text{m}$

- زمن طيران الجلة الكلى حتى وصولها إلى مستوى سطح الأرض:

بما أن مستوى الانطلاق (مكان خروج الجلة من يد التلميذ) أعلى من مستوى النزول (سقوط الجلة على الأرض فان زمن الطيران الكلي يتم حسابه من المعادلة:

$$t = \frac{v_i \sin \theta + (\sqrt{(v_i \sin \theta)^2 + 2gh}}{g}$$

بعد التطبيق العددي نجد زمن الطيران الكلي:  $t = 0,91\text{s}$

3- النتيجة التي سوف يحققها الرياضي:

بما أن النتيجة المحتسبة في رياضة دفع الجلة هي المسافة الأفقية وجب إيجاد المدى من خلال المعادلة:

$$\Delta X = v_i \cos \theta \times t$$

مع العلم أن الزمن الذي سوف نعوضه في المعادلة السابقة هو زمن الطيران الكلي ( $t = 0,91\text{s}$ )

بالتعويض العددي نجد:  $x = 2,92\text{ m}$

4-الاقتراحات التي يمكن تقديمها بغية تحسين النتيجة الرياضية:

- زاوية الانطلاق يجب أن تكون أقل من 45 درجة.

- زيادة السرعة الابتدائية.

- الزيادة في ارتفاع الدفع ( $h$ ) أي انه على التلميذ أن لا يترك الجلة حتى وصوله إلى أعلى نقطة

يمكنه فيها ملامسة الجلة مع مراعاة التنااسب العكسية بين الارتفاع وزاوية الدفع (أي كلما زادت

الارتفاع كلما صغرت زاوية الدفع عن الزاوية 45 درجة).

## \*كينماتيكا الحركة الزاوية

يعتبر فهم الحركة الزاوية مهما جدا و خاصة لدارسي حركة الإنسان، وذلك لأن اغلب حركات الإنسان الإرادية تستلزم دوران واحد أو أكثر من أجزاء جسم الإنسان حول المفاصل التي تتمفصل عندها. إن حركة الجسم على العموم عند المشي تظهر عن طريق ميزة الحركات الدائرية التي تحدث في الورك، الركبة والكاحل حول محاور الدوران الوهمية.

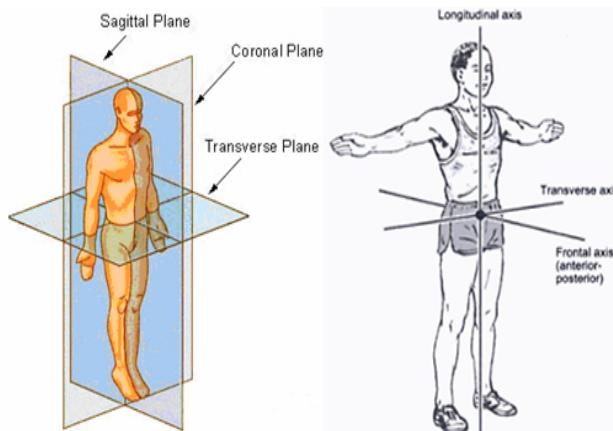


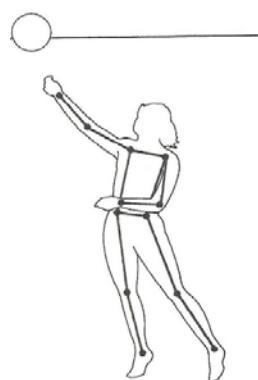
Figure 1 - Subject in anatomical position with planes of motion

Figure 2 – Axes of Rotation

رسم توضيحي للمحاور والمستويات التشريحية المرجعية في جسم الإنسان

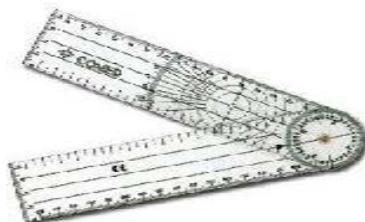
### 1- زوايا القياس:

كما هو معلوم تتكون الزاوية من ضلعين يتقاطعان في النهاية. وفي علم الكينماتيك ينفذ التحليل الكمي عن طريق تعليم مراكز المفاصل ثم تربط مع بعضها بخطوط تمثل المحاور الطولية لأجزاء الجسم مشكلة فيما بينها مختلف زوايا أطراف الجسم كما هو موضح في الشكل.



شكل يظهر المحاور الطولية لأطراف جسم الإنسان

ويمكن استخدام المنقلة أو آلة قياس الزوايا لوضع قياسات يدوية لقطاع الزوايا في هذا التمثيل، مع مراكز المفصل المشكّلة لتشكيل نهايات الزوايا بين أقسام الجسم المجاور.

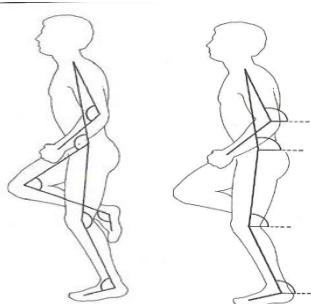


صورة تظهر آلة (الجونيومتر اليدوي) لقياس زوايا مفاصل الجسم المختلفة وبإمكان تحليل التصوير الفيديوي والأفلام لحركة الإنسان باستخدام هذه الطريقة الرئيسية لتقدير وقياس الزوايا الموجودة في مفاصل جسم الإنسان إضافة إلى الانحرافات الزاوية لأقسام الجسم بجهاز الكمبيوتر من خلال تمثيل شكل العصا لجسم الإنسان المخطط في ذاكرة جهاز الكمبيوتر، كما في الشكل الموالي:



شكل لتمثيل حركة ساقى رياضي الدراجات المشتقة من مسارات صور السرعة العالية  
- **الزوايا النسبية والزوايا المطلقة**

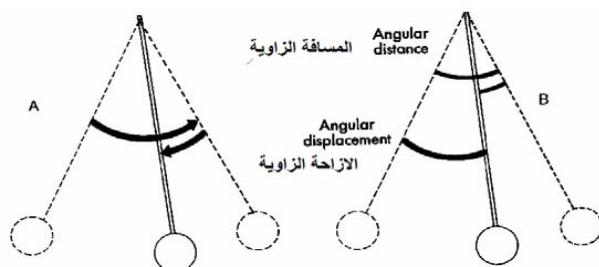
- 1- **الزاوية النسبية:** زاوية في المفصل تتشكّل بين المحاور الطولية لأقسام الجسم المجاور، وتقاس الزوايا النسبية على نفس الجانب المعين، ووضع الاستقامة الممودد في المفصل يمثل درجة الصفر.
- 2- **الزاوية المطلقة:** هي ميل أو اثناء جزء من الجسم بالنسبة لخط الإشارة الثابت، وتقاس الزوايا المطلقة الكاملة بنفس الاتجاه من الإشارة المنفردة إما عمودياً أو أفقياً.



رسم يظهر الفرق بين الزوايا النسبية والمطلقة لبعض مفاصل جسم الإنسان  
- **علاقة الحركة الزاوية:** 2

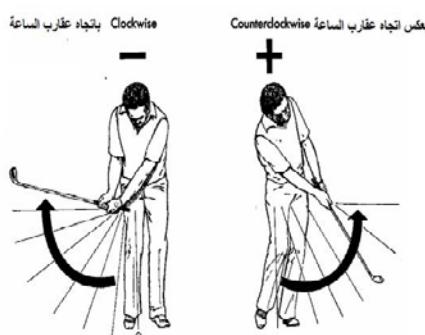
**1-2 الإزاحة الزاوية:** هي معدل التغير في الوضع الزاوي أي أنها الزاوية المحصورة بين الموقعين الأول والنهائي.

**2-2 المسافة الزاوية:** هي مجموع التغيرات الزاوية التي تحدث.



رسم يظهر الفرق بين الإزاحة الزاوية والمسافة الزاوية

**3-2 اتجاه الحركة الزاوية:** يرمز لاتجاه عقارب الساعة بالوجب، ومع اتجاه عقارب الساعة بالسالب، أما باستخدام جسم الإنسان فمن المناسب أن نشير اصطلاحيا إلى اتجاه الإزاحة الزاوية بقدر ارتباطها بالمفصل مثل حركة الثني أو الإبعاد.



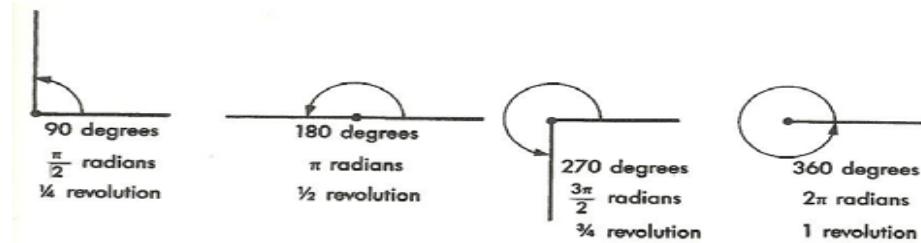
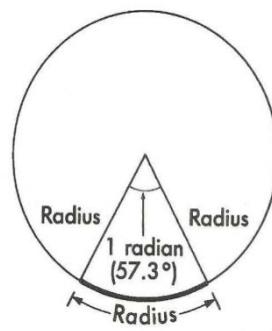
رسم يظهر الاتجاه الموجب والاتجاه السالب للكميات المتجهة في الحركات الزاوية

**4-2 وحدات قياس المسافة أو الإزاحة الزاوية:**

**الدرجات:** وحدة قياس الزوايا بحيث تشكل دورة كاملة مقدار  $360^\circ$ .

**الراديان:** وحدة قياس زاوية، وتستخدم في التحويل الكمي الخطى-الزاوى وتساوى  $57,3^\circ$ ، والراديان هو مضاعف  $\pi$  بحيث  $\pi = 3,14$ ، ودائرة كاملة تساوى قوس من  $2\pi$ .

وتشتمل في بعض الأحيان الوحدة الثالثة لحساب كمية المسافة أو الإزاحة الزاوية وهي الدورة.



رسم يظهر العلاقة بين وحدات قياس الزوايا

**5-2 السرعة الزاوية Angular speed:** هي عبارة عن كمية قياسية وتعرف بأنها المسافة الزاوية المقطوعة مقسومة على الفترة الزمنية التي تحدث عندها الحركة.

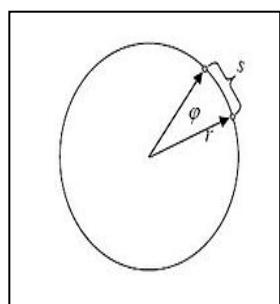
$$\frac{\phi}{t} = \omega$$

**6-2 السرعة الزاوية المتجهة Angular velocity:** هي عبارة عن معدل التغير في الموقع بالنسبة للزمن، ونتيجة لاعتماد السرعة الزاوية المتجهة على الإزاحة الزاوية وجب تحديد الاتجاه (مع أو عكس عقارب الساعة).

$$\frac{\Theta}{\Delta t} = \omega$$

## 7-2 السرعة المحيطية والسرعة الزاوية:

**أ. السرعة المحيطية:** تعرف السرعة المحيطية بأنها العلاقة بين زيادة المسافة (تغير المسافة) على محيط الدائرة وبين الزيادة التي تقابلها في الزمن، وتكون وحدة القياس هي (متر/ثانية).



ولدينا معادلتين للسرعة المحيطية هما:

$$\omega_{moy} = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

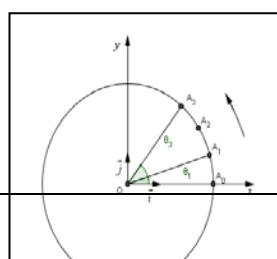
- معادلة السرعة المتوسطة:

$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta S}{\Delta t} \right) = \frac{dS(t)}{dt} = S'(t)$$

- معادلة السرعة اللحظية:

**ب. السرعة الزاوية:** تعرف السرعة الزاوية على أنها الزيادة (التغير) في الزاوية وعلاقتها بزيادة الزمن (التغير) في الزمن، ووحدات القياس هي:

(درجة/ثانية)، أو (راديان/ثانية) أو (الدورة / ثانية) وفيها:



- السرعة الزاوية المتوسطة:

$$\omega_{moy} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

- السرعة الزاوية اللحظية:

$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \right) = \frac{d\theta(t)}{dt} = \dot{\theta}(t)$$

الزاوية = (قوس الدائرة / نصف القطر)

**8-2 التسارع (التعجيل) الزاوي:** هو معدل التغير في السرعة الزاوية المتجهة في فترة زمنية معينة، وتعطى معادلته بالشكل:

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1}$$

$$\alpha = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$$

حيث:

و فيه نوعين هما:

**A- التسارع المماس:** تدل الكمية الموجهة للتسارع المماس على اتجاه مسار المماس حيث يحدث التزايد في السرعة بالنسبة لجسم ما في اتجاه حركته اللحظية عن طريق التسارع المماس أو تسارع المسار، ويرجع تغير تسارع المماس إلى تغير مقدار السرعة فقط،

دون تغير اتجاه الحركة، وتعطى معادلتها بالشكل:

التسارع المماس = (التغير في السرعة / الزمن) اي:

$$a_c = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

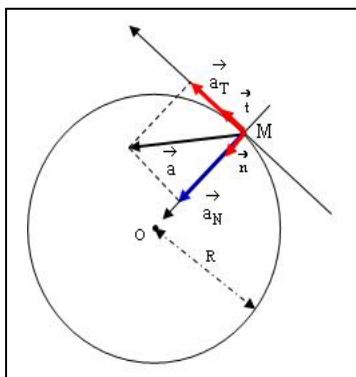
والتسارع المماس تعبير آخر تدخل فيه المسافة وتقييد في حالة إعطاء

التسارع المماس كدالة في المسافة وهي:

التسارع المماس = (طول القوس / التغير في الزمن تربع).

$$a_c = \frac{\Delta s}{\Delta t^2}$$

ومن أمثلة تطبيقاته في المجال الرياضي فعاليات رمي القرص أو المطرقة.



**B- التسارع القطري (العمودي):** يكون التسارع القطري عموديا على المسار أي عمودي بالنسبة للكمية الموجهة للتسارع المماس، ويتسبب التسارع القطري (العمودي) في تغيير اتجاه السرعة الذي يتربّط عليه تغيير اتجاه المسار، ولا يحدث هذا النوع من أنواع التسارع إلا في الحركة الدائرية، وعند وجود سرعة محيطية ثابتة، ويلاحظ أن السرعة المحيطية



تظل دائمة الثبات من حيث مقدارها، ودائمة التغير من حيث اتجاهها، وذلك تبعاً للتسارع القطري الذي ينتج عنه حدوث الحركة الدائرية، وعندما يتضاءل التسارع القطري فجأة بالنسبة للحركة الدائرية لجسم ما، فإننا نجد أن الجسم يتحرك موصلاً مساره، ولكن في اتجاه مستقيم.

وهكذا تحدث حركة المطرقة مثلاً حيث تتحرك عن طريق القوة العضلية التي تأخذ معها المطرقة مسراً دائرياً قبل لحظة حركتها بالتسارع المماس بحيث تصبح القوة العضلية في هذه اللحظة تساوي صفراء، وتعطى معادلته بالشكل: التسارع القطري =  $(\text{مربع السرعة}/\text{نصف القطر})$ .

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

### 3- الحركة الزاوية المنتظمة:

هي حركة ذات مسار دائري مركزها 0 ونصف قطرها  $r$ ، ومن خصائصها:

- السرعة الزاوية المتوسطة والسرعة الزاوية اللحظية في كل نقطة من نقاط الحركة ثابتة.
- السرعة المتجهة اللحظية متغيرة في كل لحظة.
- التسارع الزاوي  $\alpha$  معدوم.

ومعادلاتها الزمنية هي:

$$\alpha(t) = \theta''(t) = 0 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega(t) = \omega_0 = \text{Constante}$$

$$\theta(t) = \omega \cdot (t-t_0) + \theta_0$$

### 4- الحركة الزاوية غير المنتظمة:

هي حركة ذات مسار دائري مركزها 0 ونصف قطرها  $r$ ، ومن خصائصها:  
التسارع الزاوي  $\alpha$  ثابت.

ومعادلاتها الزمنية هي:

$$\alpha(t) = \alpha_0 = \text{Constante}$$

$$\omega(t) = \alpha_0 \cdot (t-t_0) + \omega_0$$

$$\theta(t) = 1/2 \cdot \alpha_0 \cdot (t-t_0)^2 + \omega_0 \cdot (t-t_0) + \theta_0$$

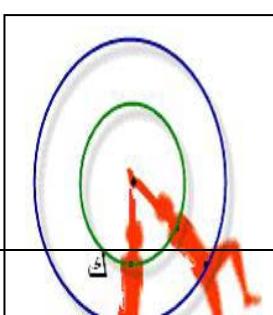
### 5- علاقة الحركة الخطية بالحركة الزاوية وتطبيقاتها في المجال الرياضي:

#### 7-1 العلاقة بين المسافة والزاوية:

$$d = r \cdot \theta$$

#### 7-2 العلاقة بين السرعة الخطية والسرعة الزاوية:

$$v = r \cdot \omega$$



معنى: السرعة الزاوية = (السرعة المحيطية / نصف القطر)

تشير هذه المعادلة إلى أنه عند ثبات السرعة الزاوية، تزداد السرعة المحيطية مع زيادة نصف القطر، ويلاحظ ذلك بوضوح في الحركات الدورانية الرياضية ففي حركة الدائرة العظمى على جهاز العقلة يكون مقدار السرعة المحيطية للورك أكبر من مقدار السرعة المحيطية للكتفين، وذلك لأن نصف القطر الخاص بمدار دائرة الورك أكبر من نصف القطر الخاص بدائرة الكتفين.

### 7-3 العلاقة بين التسارع الخطى والتسارع الزاوي:

$$a = \alpha \cdot r$$

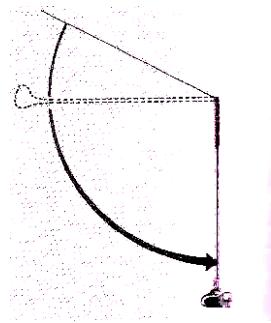
$$4-7 \text{ التردد} = \text{السرعة الزاوية}/2\pi \text{ (دورة/ثانية)}$$

ملاحظة:

360 درجة =  $(2 \times 3,14)$  رadian.

مثال تطبيقي:

مضرب قوف تأرجح بمعدل تسارع (تعجيل) زاوي قدره 1,5 نصف قطر/ث<sup>2</sup>، ما هي السرعة الزاوية للمضرب عندما يضرب الكرة في نهاية مرجحة 0,8 ثانية؟ (أعط جوابا بكلتي وحدات المحيط والدرجة).



حل المثال التطبيقي:

- السرعة الزاوية للمضرب بوحدة الرadian:

لدينا:

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1}$$

اناء المرجحة وعند وصول المضرب الى اقصى ارتفاع له فان السرعة الزاوية عند تلك اللحظة تتعد

وهي السرعة الابتدائية وعليه نجد:

بالتطبيق العددي نجد: السرعة الزاوية النهائية:  $w_2 = 1,2 \text{ rad/s}^2$

- السرعة الزاوية للمضرب بوحدة الدرجة:

بما ان 1 رadian = 57,3 درجة فان السرعة الزاوية النهائية:  $w_2 = 68,76^\circ/\text{s}$

**مسؤول المقياس الدكتور: فؤاد بن فاضل**